

مقاله علمی-پژوهشی

## مقایسه دو مدل فیزیکی بر پایه مویبندی-جذب سطحی برای تخمین هدایت هیدرولیکی غیراشباع در هر دو ناحیه رطوبت‌های نزدیک به خشک و اشباع

اشکان طهرانی<sup>۱</sup>، عبدالمجید لیاقت<sup>۲\*</sup>، صارم نوروزی<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۵/۱۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۶/۱۹

### چکیده

منابع نشان داده‌اند که فرض حرکت مویبند در مجموعه‌ای از منافذ استوانه‌ای شکل، منجر به کم‌برآورد شدن هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک در پتانسیل‌های پایین می‌گردد که نتیجه نادیده گرفتن نیروهای جذب سطحی و فیلم نازک مایع است. در این پژوهش عملکرد دو مدل فیزیکی تولر-آر و لیو-کانراد که نیروهای جذب سطحی و مویبندی را در نظر می‌گیرند و همچنین مدل مویبندی شناخته شده ون گنوختن-معلم در مدل‌سازی منحنی مشخصه آب-خاک و تخمین هدایت هیدرولیکی غیراشباع مورد ارزیابی قرار گرفت. بدین منظور از اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی شش خاک جمع‌آوری شده از منابع که شامل طیف وسیعی از بافت و خصوصیات هیدرولیکی است، استفاده شد. نتایج برتری مدل‌های مویبندی-جذب سطحی در مدل‌سازی منحنی مشخصه آب-خاک و تخمین هدایت هیدرولیکی غیراشباع را نسبت به مدل مویبندی ون گنوختن-معلم نشان داد. از میان دو مدل فیزیکی بر پایه جذب سطحی و مویبندی، مدل لیو-کانراد نتایج بهتری را نشان داد. نتایج نشان داد که مدل لیو-کانراد هدایت هیدرولیکی غیراشباع را در ناحیه نزدیک به اشباع کم‌برآورد می‌کند و بهترین عملکرد مدل تولر-آر مربوط به خاک‌های لومی بود. از آن‌جا که مدل تولر-آر تحلیلی‌ترین و جامع‌ترین مدلی است که تاکنون برای مدل‌سازی هدایت هیدرولیکی غیراشباع توسعه داده شده است، پژوهش‌های آتی باید معطوف به بهبود انعطاف‌پذیری این مدل از طریق تعمیم آن به سایر توزیع‌های اندازه منافذ به‌جز توزیع گاما شامل توزیع‌های لوگ-نرمال، گامای ناقص و ویبال گردد.

**واژه‌های کلیدی:** مدل فیزیکی، مدل تولر-آر، مدل لیو-کانراد، منحنی مشخصه آب-خاک

### مقدمه

معرض خطر قرار دهند (Birdsell et al., 2015; Tiktak et al., 2012). از آن‌جا که اندازه‌گیری مستقیم هدایت هیدرولیکی بالالخص در رطوبت‌های پایین که نرخ حرکت آب در خاک به شدت کند می‌گردد بسیار زمان‌بر می‌باشد، یکی از روش‌های جایگزین، تخمین منحنی هدایت هیدرولیکی بر اساس منحنی مشخصه خاک است (Weber et al., 2017; Sadeghi et al., 2012). در این روش که شروع آن به پژوهش پورسل باز می‌گردد و در طی سالیان توسط دیگر پژوهشگران تکامل و توسعه یافته است، منافذ درون خاک به‌صورت مجموعه‌ای از لوله‌های مویبند در نظر گرفته می‌شود که دارای توزیع مشخصی از اندازه‌ها بوده و هر منفذ با شعاع مشخص، متناظر با یک مکش مویبندی معین می‌باشد (Wyllie and Gardner, 1958; Mualem, 1976a; Burdine, 1953; Purcell, 1949). پس از تعیین منحنی اندازه منافذ با استفاده از منحنی مشخصه خاک، قانون

تخمین دقیق هدایت هیدرولیکی خاک همواره یکی از چالش برانگیزترین موضوعات در حیطه مطالعات مربوط به ناحیه ریشه می‌باشد (Or and Assouline, 2013). هدایت هیدرولیکی نقش مهمی در انتقال آلاینده‌ها، مواد معدنی و سموم کشاورزی درون خاک داشته که می‌توانند منجر به آلودگی منابع آبی شده و کیفیت منابع آبی را در

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران، ایران

۲- استاد گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران، ایران

۳- دانشجوی دکتری گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران، ایران

\* نویسنده مسئول: (Email: aliaghat@ut.ac.ir)

ارائه گردید که همانند مدل قبل شامل دو بخش می‌باشد: (۱) مجموعه‌ای از لوله‌های مویبگی با قطرهای مختلف که از آب یا هوا پر شده‌اند، (۲) لایه (فیلم) نازکی از آب که بر سطح ذرات جامد پوشیده شده است. هر دو مدل ذکر شده قابلیت برآورد هدایت هیدرولیکی از منحنی مشخصه خاک را دارا می‌باشند. اگرچه مدل تولر-آر از پایه‌ی علمی قابل توجهی برخوردار است اما از نظر ریاضی بسیار پیچیده می‌باشد. در مقابل، مدل لیبو-کانراد تئوری و فرضیات بسیار ساده‌تری نسبت به مدل تولر-آر را داراست و از نظر ریاضی نیز ساده‌تر می‌باشد. هدف از این پژوهش، ارزیابی عملکرد این دو مدل فیزیکی و مقایسه آن‌ها با یکدیگر و با مدل رایج و تجربی ون گنوختن (Van Genuchten, 1980) و همچنین ارزیابی عملکرد آنها در تخمین منحنی مشخصه و هدایت هیدرولیکی شش خاک (طیف وسیعی از بافت‌ها، شامل خاک بسیار شنی تا بسیار رسی) می‌باشد.

## مواد و روش‌ها

### مدل تولر-آر

در این مدل ذرات خاک از سلول‌هایی با دو بخش منفذ مرکزی (نشانگر مویبگی) و شکاف‌های نازک (اسلیت) در دو طرف آن تشکیل شده‌اند که منافذ مرکزی را می‌توان مانند چندضلعی‌هایی دلخواه (مثلی، مربعی، ...، n ضلعی) فرض کرد (شکل ۱). هر ذره توسط سه پارامتر توصیف می‌گردد که عبارت‌اند از: طول منفذ مرکزی  $L$  (m) و دو پارامتر بدون بعد  $\alpha$  و  $\beta$  به ترتیب برای فاصله و طول اسلیت‌ها که نسبتی از طول منفذ مرکزی را شامل می‌شوند. برای مثال در خاک‌های رسی طول منفذ مرکزی کوچک و طول اسلیت زیاد ( $\beta$  بزرگ) می‌باشد (به دلیل سطح ویژه بالا) و در خاک‌های شنی طول منفذ مرکزی زیاد (نشانگر سازوکار مویبگی بیشتر) و طول اسلیت کوچک (به دلیل سطح ویژه بسیار کم) است. برخلاف تئوری لوله‌های مویبگی که در آن منافذ کاملاً پر یا خالی از مایع می‌باشند، در این مدل بعد از تخلیه منفذ مرکزی از مایع، هنوز در گوشه‌های منفذ مایع وجود دارد.

درجه اشباع  $S_w(\mu)$  (نسبت مساحتی از منافذ که توسط مایع پر شده است به سطح مقطع منافذ) در پتانسیل شیمیایی مشخص با تقسیم‌بندی طول منافذ در نقاط مختلفی از درجه اشباع و انتگرال‌گیری از آن‌ها از معادله‌های (۱-الف تا ۱-و) محاسبه می‌گردد (Tuller and Or, 2001):

$$S_w(\mu) = S_{w1}(\mu) + S_{w2}(\mu) + S_{w3}(\mu) + S_{w4}(\mu) + S_{w5}(\mu) \quad (1-الف)$$

$$S_{w1}(\mu) = \int_{L_{min}}^{L_1(\mu)} \frac{A_n L^2}{2\alpha\beta(L_{max} - L) + A_n L^2} f(L) dL \quad (1-ب)$$

هیگن-پوازی<sup>۱</sup> بکار گرفته شده و منحنی هدایت هیدرولیکی تخمین زده می‌شود (Mualem, 1976b; Burdine, 1953). با وجود ساده-سازی بسیاری که در نحوه بیان هندسه و توزیع منافذ درون خاک صورت گرفته می‌شود، نتایج نشان می‌دهد که منحنی هدایت هیدرولیکی بدست آمده از این روش، در ناحیه نزدیک به اشباع که نیروهای کاپیلاری غالب می‌باشند در انطباق مناسبی با مقادیر آزمایشگاهی می‌باشد، اگر چه در رطوبت‌های پایین که نیروهای جذب سطحی و پخشیدگی بخار آب غالب می‌باشند، نتایج مدل به صورت سیستماتیک هدایت هیدرولیکی را کمتر از مقدار اندازه‌گیری شده برآورد می‌کند (Sakai et al., 2009). از عمده محدودیت‌های این دسته از روش‌های بر پایه لوله‌های موازی می‌توان به تر یا خشک در نظر گرفتن منافذ خاک و عدم در نظر گرفتن حالت بینابینی (نیمه‌تر)، بدون سطح<sup>۲</sup> در نظر گرفتن منافذ خاک و همچنین عدم در نظر گرفتن جهت جریان و نحوه ارتباط منافذ اشاره نمود (Ghabarian et al. 2013; Hunt, Ewing et al. 2015). تصاویر میکروسکوپی و مطالعات توموگرافی درون خاک نیز نشان می‌دهد که هندسه منافذ خاک نه تنها دارای زاویه می‌باشد بلکه درز و شکاف‌های موجود در خلل و فرج، به ویژه در خاک‌های ریز بافت، که دارای سطح ویژه بالایی می‌باشند، فرض لوله‌های مویبگی را با چالش اساسی مواجه می‌سازد (Zhao et al., 2020; Sleutel et al., 2008).

به منظور غلبه بر مشکلات ذکر شده در مورد مدل‌های بر مبنای لوله‌های موازی درون خاک، دسته‌ی دیگری از مدل‌ها توسعه یافته‌اند که سعی در بهبود تخمین هدایت هیدرولیکی خاک با استفاده از فرضیات ساده شونده کمتر در مورد هندسه منافذ خاک داشته‌اند. در این میان دو مدلی که بیش از دیگران مورد استقبال قرار گرفته است، مدل فیزیکی-تحلیلی تولر-آر و دیگری مدل ساده‌تر لیبو-کانراد می‌باشد (Lebeau and Konrad, 2010; Tuller and Or, 2001; Or and Tuller, 1999). مدل تولر-آر یکی از مدل‌های فیزیکی-تحلیلی بوده که شامل دو بخش مکمل می‌باشد: (۱) رویکردی واحد برای جداسازی نقش نیروهای مویبگی و جذب سطحی در پتانسیل ماتریک (Philip, 1977) و (۲) پیاده‌سازی آن در یک هندسه جدید از اندازه منافذ (سلول واحد) شامل یک منفذ مرکزی زاویه‌دار<sup>۳</sup> برای سازوکار مویبگی که به فضاهایی شکاف مانند<sup>۴</sup> با سطح ویژه برای سازوکار جذب سطحی متصل شده است. در این مدل پس از هوادار شدن منفذ مرکزی جریان گوشه‌ای شکل می‌گیرد و با هوادار شدن شکاف‌های چسبیده به منفذ مرکزی جریان از حالت مویبگی به غشایی تبدیل می‌شود. پس از آن مدل دیگری توسط لیبو و کانراد

- 1- Hagen-Poiseuille
- 2- Surfaceless
- 3- Angular Central Pore
- 4- Slit-Shaped spaces

$$L_1(\mu) = -\frac{\eta}{\rho\mu} C_n \quad (9-1)$$

$$L_2(\mu) = \frac{3}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{A_{svl}}{6\pi\rho\mu}} \quad (10-1)$$

$$h(\mu) = \frac{\alpha L}{3} \quad (11-1)$$

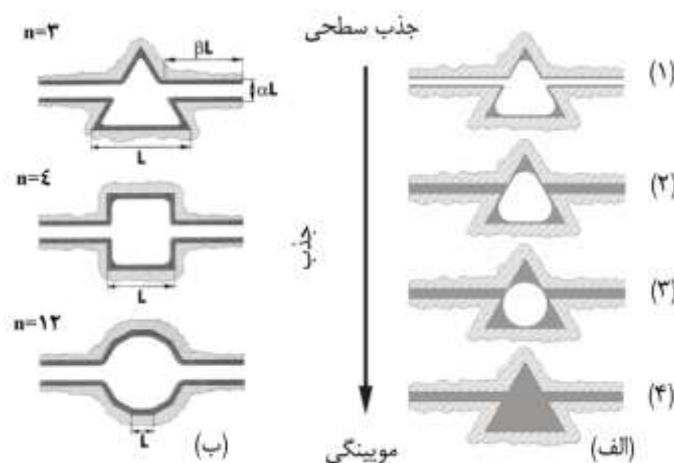
$$f(L) = \frac{L^\xi}{\xi! \omega^{\xi+1}} \exp\left(\frac{-L}{\omega}\right), L \geq 0 \quad (12-1)$$

$$S_{w2}(\mu) = \int_{L_{min}}^{L_2(\mu)} \frac{2\alpha\beta L(L_{max}-L)}{2\alpha\beta L(L_{max}-L) + A_n L^2} f(L) dL \quad (13-1)$$

$$S_{w3}(\mu) = \int_{L_2(\mu)}^{L_{max}} \frac{4\beta(L_{max}-L)h(\mu)}{2\alpha\beta L(L_{max}-L) + A_n L^2} f(L) dL \quad (14-1)$$

$$S_{w4}(\mu) = \int_{L_1(\mu)}^{L_{max}} \frac{nh(\mu)[L-h(\mu)]}{2\alpha\beta L(L_{max}-L) + A_n L^2} f(L) dL \quad (15-1)$$

$$S_{w5}(\mu) = \int_{L_1(\mu)}^{L_{max}} \frac{r(\mu)^2 F_n}{2\alpha\beta L(L_{max}-L) + A_n L^2} f(L) dL$$



شکل ۱- الف) شماتیکی از وضعیت منافذ خاک در مدل تولر-آر در شرایط مختلف: (۱) منفذ غیراشباع که فیلمی نازک در اسلیت‌ها و مایع در گوشه‌های منفذ مرکزی تجمع پیدا کرده است. (۲) وضعیت منفذ مرکزی بعد از پر شدن اسلیت‌ها. (۳) وضعیت منفذ مرکزی هنگام پر شدن سلول واحد با انحنای دایره‌ای. (۴) منفذ اشباع. (ب) سلول واحد با اشکال مختلف به همراه اسلیت‌ها که نشان‌گر منافذ خاک هستند (برگرفته شده از (Tuller and Or, 2002)

رطوبت در اسلیت‌های اشباع، ترم سوم  $S_{w3}(\mu)$  رطوبت فیلم نازک مایع جذب شده در اسلیت‌ها پس از هوادار شدن از  $L_2(\mu)$  تا بزرگ‌ترین طول  $L_{max}$  را در بر می‌گیرد، ترم چهارم  $S_{w4}(\mu)$  رطوبت مربوط به فیلم مایع جذب شده در منافذ مرکزی پس از هوادار شدن از طول  $L_1(\mu)$  تا  $L_{max}$  است و ترم پنجم  $S_{w5}(\mu)$  نیز رطوبت باقی‌مانده در گوشه‌های منافذ مرکزی ناشی از نیروهای موینگی را محاسبه می‌کند که از طول  $L_1(\mu)$  تا  $L_{max}$  را در بر می‌گیرد.

برای محاسبه هدایت هیدرولیکی غیراشباع نیز جریان به دو بخش کناره‌ها<sup>۲</sup> و مجرای مرکزی<sup>۳</sup> تقسیم می‌گردد. به همین ترتیب هدایت هیدرولیکی غیراشباع در محیط متخلخل  $K(\mu)$  (m/s) از روابطی مشابه روابط ذکر شده حاصل می‌گردد (Tuller and Or, 2002)

که در آن  $\mu$  پتانسیل شیمیایی (J/kg)،  $h(\mu)$  ضخامت فیلم در پتانسیل شیمیایی معین  $(m)$ ،  $r(\mu)$  شعاع انحنا در گوشه‌های منافذ  $(m)$ ،  $\rho$  چگالی مایع  $(kg/m^3)$ ،  $C_n$  ضریب انحنای زهکشی،  $\eta$  کشش سطحی مایع  $(N/m)$ ،  $n$  تعداد گوشه‌ها،  $F_n$  فاکتور زاویه،  $A_n$  فاکتور سطح منافذ مرکزی،  $L_{max}$  حداکثر طول منافذ  $(m)$ ،  $L_{min}$  حداقل طول منافذ  $(m)$ ،  $L_1(\mu)$  و  $L_2(\mu)$  طول منافذ  $(m)$ ،  $f(L)$  تابع چگالی گاما برای طول منافذ مرکزی،  $\omega$  و  $\xi$  دو پارامتر وابسته در تابع چگالی (در این پژوهش  $\xi=2$ ) و  $A_{svl}$  ثابت هاماکر<sup>۱</sup> است که مقدار آن برابر با  $-6 \times 10^{-20}$  (J) می‌باشد.

در سمت راست معادله‌ی (۱) ترم اول  $S_{w1}(\mu)$  مقدار مورد پیش‌بینی برای منافذ مرکزی در حالت اشباع،  $S_{w2}(\mu)$  مربوط به مقدار

2- Corner Flow  
3- Duct Flow

1- Hamaker constant

$$w_1 \sum_{i=1}^x (Sw_m - Sw_e)^2 + w_2 \left( \frac{SA_e}{SA} - 1 \right)^2 + w_3 \left[ \int_{L_{\min}}^{L_{\max}} f(L) dL - 1 \right]^2$$

$$1.1 > \frac{SA_e}{SA} > 0.9, \beta > 0, \omega > 0 \quad (۳)$$

که در آن،  $Sw_m$  درجه اشباع اندازه‌گیری شده،  $Sw_e$  درجه اشباع تخمین زده شده،  $SA$  سطح ویژه اندازه‌گیری شده ( $m^2/g$ )،  $SA_e$  سطح ویژه تخمین زده شده ( $m^2/g$ )،  $w_1$ ،  $w_2$  و  $w_3$  نیز پارامترهای وزن‌دهی با مقدار دلخواه (در این پژوهش مقدار آن‌ها برابر با ۱ در نظر گرفته شد) می‌باشند که در نهایت چهار پارامتر  $\beta$ ،  $\mu_b$ ،  $\varepsilon$  و  $\omega$  توسط بهینه‌سازی بدست می‌آیند. از آنجایی که اندازه‌گیری سطح ویژه خاک دشوار است، برای تخمین آن می‌توان از توابع زود یافت استفاده کرد (Tuller and Or, 2001). برآورد سطح ویژه نیز با رابطه (۴) صورت می‌گیرد (Or and Tuller, 1999):

$$SA_e = \int_{L_{\min}}^{L_{\max}} \left[ \frac{4\beta(L_{\max} - L) + nL}{2\alpha\beta L(L_{\max} - L) + A_n L^2} \phi_T \right] f(L) dL \quad (۴)$$

#### مدل لیو-کانراد

در این مدل فاز مایع از دو بخش لوله‌های مویب با اندازه‌های مختلف که از آب پر شده است (بیانگر مویبگی) و یک فیلم نازک با ضخامت مختلف که بر سطح ذرات پوشیده شده است (بیانگر جذب سطحی) تشکیل می‌شود. شعاع منافذ مویبگی از طریق جزء مویبگی در تابع رطوبت-مکش با استفاده از معادله‌ی یانگ-لاپلاس استخراج می‌گردد. هرچه رطوبت افزایش یابد، ضخامت فیلم نیز افزایش می‌یابد و محدوده فیلم تابعی از جزء مویبگی در مکش آب در محیط متخلخل می‌باشد. شکل (۲) اجزاء فاز مایع برای مکش‌های مختلف را در محیط متخلخل نشان می‌دهد.

در این مدل رطوبت حجمی خاک  $\theta$  به دو بخش رطوبت مربوط به مویبگی و جذب سطحی تقسیم شده است:

$$\theta = \theta_c + \left( 1 - \frac{\theta_c}{\theta_s} \right) \theta_a \quad (۵-الف)$$

که در آن رطوبت حجمی،  $\theta_c$  رطوبت حجمی مربوط به نیروی مویبگی،  $\theta_s$  رطوبت حجمی اشباع و  $\theta_a$  رطوبت حجمی مربوط به نیروی جذب سطحی می‌باشد. همچنین برای رطوبت مربوط به مویبگی می‌توان از توابع یگانه و چندگانه در ساختار منافذ استفاده کرد که در این مدل از تابع دو پارامتره کوسوگی با رطوبت باقیمانده صفر استفاده شده است (Kosugi, 1996):

$$\theta_c = \theta_s \left[ \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\ln(h_m / h_{m,median})}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right] \quad (۵-ب)$$

که در آن  $\operatorname{erfc}(x)$  تابع خطای مکمل،  $h_m$  مکش ماتریک ( $m$ )،  $h_{m,median}$  مکش ماتریک مربوط به متوسط قطر منافذ مویب ( $m$ ) و  $\sigma$

:2001

$$K(\mu) = K_1(\mu) + K_2(\mu) + K_3(\mu) + K_4(\mu) + K_5(\mu) \quad (۲-الف)$$

$$K_1(\mu) = \int_{L_{\min}}^{L_1(\mu)} \frac{A_r L^4 K_d \phi}{(A_n - 2\alpha\beta)L^2 + 2\alpha\beta L_{\max} L} f(L) dL \quad (۲-ب)$$

$$K_2(\mu) = \int_{L_{\min}}^{L_2(\mu)} \frac{2\alpha\beta L^3 (L_{\max} - L) K_s \phi}{(A_n - 2\alpha\beta)L^2 + 2\alpha\beta L_{\max} L} f(L) dL \quad (۲-ج)$$

$$K_3(\mu) = \int_{L_2(\mu)}^{L_{\max}} \frac{4h(\mu)\beta(L_{\max} - L)K_F(\mu)\phi}{(A_n - 2\alpha\beta)L^2 + 2\alpha\beta L_{\max} L} f(L) dL \quad (۲-د)$$

$$K_4(\mu) = \int_{L_1(\mu)}^{L_{\max}} \frac{nh(\mu)\beta(L - \frac{2r(\mu)}{\tan(\gamma/2)})K_F(\mu)\phi}{(A_n - 2\alpha\beta)L^2 + 2\alpha\beta L_{\max} L} f(L) dL \quad (۲-ه)$$

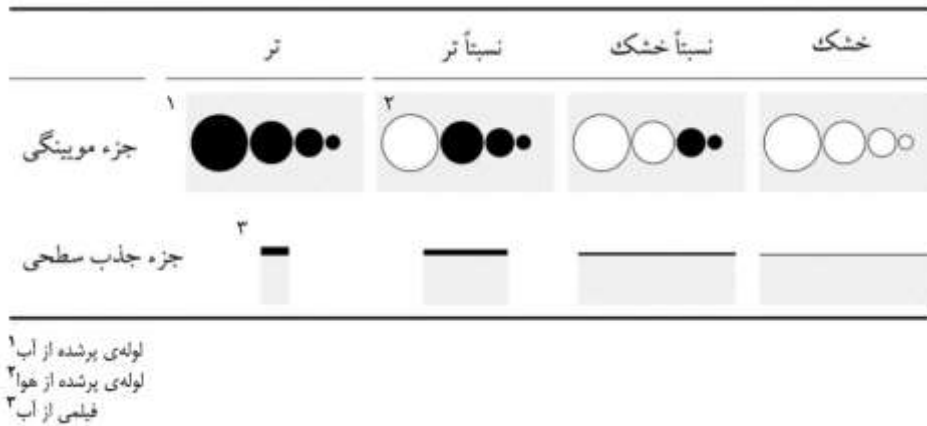
$$K_5(\mu) = \int_{L_1(\mu)}^{L_{\max}} \frac{r(\mu)^2 F_n K_C(\mu)\phi}{(A_n - 2\alpha\beta)L^2 + 2\alpha\beta L_{\max} L} f(L) dL \quad (۲-و)$$

که در آن  $K_d$  (m/s) ترمی برای محاسبه هدایت هیدرولیکی در مجرای مرکزی،  $K_s$  (m/s) ترمی برای محاسبه جریان در صفحات موازی (اسلیت‌ها)،  $K_F(\mu)$  هدایت هیدرولیکی مربوط به فیلم،  $K_C(\mu)$  هدایت هیدرولیکی مربوط به کناره‌ها،  $\gamma$  زاویه گوشه‌ها در منافذ مرکزی و  $\phi$  تخلخل می‌باشد. در سمت راست معادله (۲-الف) ترم اول  $K_1(\mu)$  هدایت هیدرولیکی در منافذ مرکزی اشباع (مجرای مرکزی) از طول  $L_{\min}$  تا  $L_1(\mu)$ ، ترم دوم  $K_2(\mu)$  (m/s) مربوط به محاسبه هدایت هیدرولیکی در اسلیت‌های اشباع از  $L_{\min}$  تا  $L_2(\mu)$ ، ترم سوم  $K_3(\mu)$  (m/s) هدایت هیدرولیکی در فیلم جذب شده در دیواره‌ی اسلیت‌ها از طول  $L_2(\mu)$  تا  $L_{\max}$ ، ترم چهارم  $K_4(\mu)$  (m/s) هدایت هیدرولیکی مربوط به فیلم در قسمت‌های صاف منافذ مرکزی از طول  $L_1(\mu)$  تا  $L_{\max}$  و در نهایت، ترم آخر  $K_5(\mu)$  (m/s) جریان در کناره‌های منافذ مرکزی غیراشباع از طول  $L_1(\mu)$  تا  $L_{\max}$  است.

لازم به ذکر است که برای محاسبه انتگرال‌ها می‌توان از حل تحلیلی ارائه شده با  $\gamma=2$  استفاده نمود. برای استفاده از این مدل در هر خاک، نیاز به بهینه کردن یک تابع هدف است که در آن با تغییر پارامترهای  $\mu_b$ ،  $\varepsilon$  و  $\omega$  تابع هدفی که در معادله (۳) ارائه شده است کمینه می‌گردد (Or and Tuller, 1999):

$$\theta_a = \theta_o \left[ 1 - \frac{\ln |h_m|}{\ln |h_{m,dry}|} \right] \quad (ج-۵)$$

انحراف استاندارد از توزیع اندازه منافذ موئین لگاریتمی شده می‌باشد. رطوبت حجمی مربوط به جذب سطحی از طریق رابطه‌ی زیر توسط کمپبل و شیوزوا حاصل می‌گردد (Campbell and Shiozowa, 1992):



شکل ۲- توصیف اجزای فاز مایع برای مکش آب در محیط متخلخل در مدل لیو-کانراد (برگرفته شده از Lebeau and Konrad, 2010)

بوسیله‌ی حل معادلات ناویر-استوکس<sup>۱</sup> برای جریان ماندگار و آرام در لایه‌ای سطحی از مایع بدست آمده است. در نهایت معادله هدایت هیدرولیکی مربوط به جذب سطحی به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$k_{r,a} = \frac{k_a}{k_s} = \begin{cases} \frac{1}{k_s} \left[ \frac{4\rho_o g}{\pi\mu_o D} (1-\phi)\delta^3 \right] & \delta \geq 10nm \\ \frac{1}{k_s} \left[ \frac{\rho_o g B}{\pi\mu_o D} (1-\phi) \right] & \delta < 10nm \end{cases} \quad (ج-۶)$$

که در آن  $k_a$  هدایت هیدرولیکی مربوط به جریان فیلم  $\delta$ ، (m/s) ضخامت فیلم  $\rho_o$ ، (m) وزن مخصوص مایع  $g$ ، (g/cm<sup>3</sup>) شتاب گرانش  $\mu_o$ ، (m/s<sup>2</sup>) لزجت دینامیکی مایع  $B$ ، (g/m.s) تابعی از ضخامت فیلم و دما  $\phi$ ، (m<sup>3</sup>) تخلخل و  $D$  قطر ذرات کروی (m) می‌باشد.

### مدل ون گنوختن - معلم

مدل ون گنوختن از رایج‌ترین مدل‌های تجربی منحنی مشخصه رطوبتی است که به‌طور گسترده نیز مورد استفاده قرار گرفته است:

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) / [1 + (\alpha |h|)^{n_{VG}}]^m \quad (الف-۷)$$

که در آن  $h$  مکش ماتریک (Cm)،  $\theta_r$  و  $\theta_s$  به ترتیب رطوبت باقی‌مانده و رطوبت اشباع،  $\alpha$  تقریباً برابر عکس مکش در نقطه ورود هوا (Cm<sup>-1</sup>)،  $n_{VG}$  و  $m$  پارامترهای شکل منحنی می‌باشند که ( $n_{VG} > 1$ ) و  $m = 1 - 1/n_{VG}$  در نظر گرفته شد. دقت شود که ضرایب

که در آن  $\theta_o$  رطوبت حجمی مربوطه به جذب سطحی در مکش ماتریک ۱- متر و  $h_{m,dry}$  مکش ماتریک در آن (m) می‌باشد. با جایگذاری معادلات مربوط به رطوبت موئینگی و جذب سطحی در معادله عمومی رطوبت (معادله ۵)، سه پارامتر  $\theta_o$ ،  $\sigma$  و  $h_{m,median}$  از طریق داده‌های اندازه‌گیری شده بهینه‌سازی می‌گردند.

همانند رطوبت، هدایت هیدرولیکی غیراشباع به دو بخش تقسیم شده است: (۱) جریان موئینگی و (۲) جریان فیلم. در این مدل هدایت هیدرولیکی نسبی ( $K_r$ ) با توجه به مدل پیشنهادی که هدایت هیدرولیکی را به صورت میانگین وزنی از جریان موئینگی و فیلم در نظر می‌گیرد، پیشنهاد شده است:

$$K_r = K_{r,c} + (1 - \frac{\theta_c}{\theta_s}) K_{r,a} \quad (الف-۶)$$

که در آن  $K_r$  هدایت هیدرولیکی نسبی،  $K_{r,c}$  هدایت هیدرولیکی نسبی مربوط به جریان موئینگی و  $K_{r,a}$  هدایت هیدرولیکی نسبی مربوطه به جریان فیلم نازک (جذب سطحی) می‌باشد. با به‌کارگیری معادله (۵-ب) در مدل معلم هدایت هیدرولیکی نسبی بصورت زیر حاصل می‌گردد:

$$K_{r,c} = \frac{k_c}{k_s} \left[ \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\ln(h_m / h_{m,median})}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right]^2 \cdot \left[ \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\ln(h_m / h_{m,median})}{\sqrt{2}\sigma} + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right) \right]^2 \quad (ب-۶)$$

که در آن  $k_c$  هدایت هیدرولیکی مربوط به جریان موئینگی  $k_s$ ، (m/s) هدایت هیدرولیکی اشباع (m/s) و  $l$  ضریب اعوجاج محیط متخلخل می‌باشد. مدل جریان در فیلم نازک در محیط متخلخل

1 Navier-Stocks

که در آن  $O_i$  داده‌ی اندازه‌گیری شده  $i$  ام،  $P_i$  داده برآورد شده  $i$  ام،  $\bar{O}$  میانگین داده‌های اندازه‌گیری شده و  $z$  تعداد داده‌ها می‌باشد. در محاسبه این دو شاخص برای منحنی هدایت هیدرولیکی غیراشباع از لگاریتم داده‌ها استفاده شد.

### نتایج و بحث

در برازش هر یک از مدل‌ها به مقادیر اندازه‌گیری شده و یافتن پارامترهای برازشی بهینه از الگوریتم‌های بهینه‌سازی درون Excel استفاده گردید (Wraith and Or, 1998). پس از برازش منحنی مشخصه، با استفاده از پارامترهای بهینه‌شده، منحنی هدایت هیدرولیکی غیراشباع پیش‌بینی شد. به منظور برازش مدل تولر-آر (معادله ۳) که برای حالت  $\alpha = 2$  در توزیع اندازه منافذ گاما جواب فرم بسته دارد، هر دو نسخه حل تحلیلی و حل عددی تهیه گردید که با توجه به سرعت بالاتر جواب‌های فرم بسته در طی فرآیند بهینه‌سازی، از نسخه حل تحلیلی برای برازش مدل استفاده گردید. خصوصیات فیزیکی و ضرایب برازشی حاصل از هر سه مدل مورد مطالعه در جدول (۱) ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در مدل تولر که هر یک از ثابت‌های برازشی دارای تفسیری فیزیکی می‌باشند، این ضرایب به طرز معناداری وابسته به شرایط خاک می‌باشند. به عنوان مثال، ضریب  $\beta$  که تعیین کننده طول اسلیت بوده (شکل ۱) و به مقدار سطح ویژه خاک مرتبط است، معمولاً در خاک‌های درشت‌بافت که دارای سطح ویژه کمتری می‌باشند، دارای مقادیر کوچک‌تری نسبت به خاک‌های با بافت ریز و سطح ویژه بالاتر، دارد. همچنین مکش ورود هوا به خاک در خاک‌های با بافت ریز افزایش می‌یابد که مورد انتظار می‌باشد.

مدل ون‌گنوختن-معلم کاملاً تجربی بوده و بر خلاف دو مدل فیزیکی در بالا هیچ توضیح و تفسیر فیزیکی ندارد. همچنین هدایت هیدرولیکی نسبی از طریق رابطه (۷-ب) محاسبه می‌گردد:

$$K_r = \frac{K(h)}{K_s} = S_e^l \left[ 1 - (1 - S_e^{1/m})^m \right]^2 \quad (7-ب)$$

که در آن  $S_e$  درجه اشباع،  $l$  ضریب اعوجاج محیط متخلخل و  $K(h)$  هدایت هیدرولیکی در مکش معین می‌باشد (cm/s).

### داده‌های پژوهش

به منظور مقایسه عملکرد مدل‌های مورد نظر در این پژوهش از داده‌های منحنی مشخصه و هدایت هیدرولیکی اندازه‌گیری شده ۶ خاک که طیف وسیعی از بافت‌ها را شامل می‌شود استفاده گردید. داده‌های مورد استفاده شامل دو خاک با کدهای ۴۶۵۰ و ۳۰۹۰ به ترتیب با بافت‌های شنی و لوم سیلت‌دار از بانک خاک آنسودا (Names et al., 2001)، دو خاک با بافت‌های لوم شنی و لوم رسی (Pachepsky et al., 1984) و دو خاک دیگر با بافت‌های لومی و رسی (Mualem, 1976b) است.

### ارزیابی

برای ارزیابی نتایج حاصله دو شاخص ضریب تعیین ( $R^2$ ) و خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) مورد استفاده قرار گرفت که از روابط زیر محاسبه می‌گردد:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (O_i - P_i)^2}{\sum_i (O_i - \bar{O})^2} \quad (8)$$

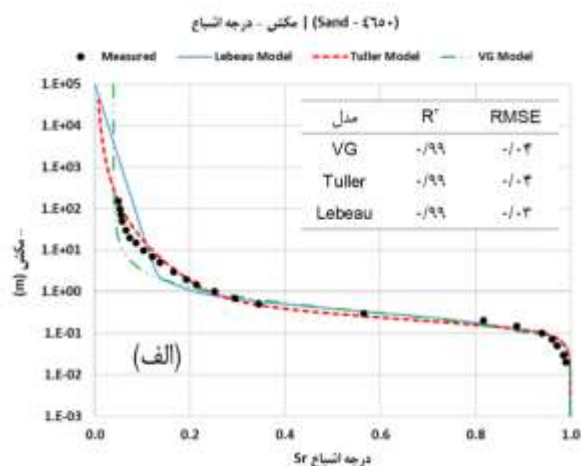
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{z}} \quad (9)$$

جدول ۱- اطلاعات خاک‌های مورد استفاده در پژوهش و پارامترهای بهینه‌سازی شده برای مدل‌های مختلف

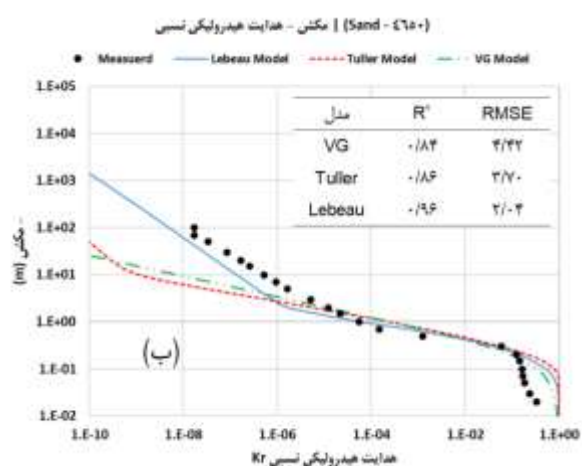
هدایت هیدرولیکی اشباع ( $k_s$ )	مدل (VG-M)			مدل (Lebeau and Konrad)			مدل (Tuller and Or)				تعداد گوشه/ضلع ( $n$ )
	$\alpha$	$n_{VG}$	$\phi$	$h_m$	$\sigma$	$\theta_o$	$\beta$	$\mu_b$	$\varepsilon$	$\omega$	
۵۸۶/۷	۰/۳۸	۲/۰۲۲	۰/۰۴۵	۰/۰۱۵	۰/۰۵۳	۰/۰۱۰۶	۰/۰۳۲۳	۰/۰۴۹۱	۴۰۰	۰/۰۰۰۰۲۴	۶
۱۹/۵	۰/۴۵۶	۱/۱۹۱	۰/۰۴۷	۰/۰۰۰	۰/۲۴۱	۱/۸۸۵	۰/۰۱۱۷	۰/۰۱۵۶	۹۰۰	۰/۰۰۰۰۰۶	۴
۸/۰	۰/۴۰۴	۱/۴۶۴	۰/۰۱۵	۰/۰۰۰	۰/۰۶۴	۱/۶۳۲	۰/۰۰۴۰	۰/۰۴۰۳	۱۳۰	۰/۰۰۰۰۰۷	۳
۱۷/۳	۰/۵۲۸	۱/۷۱۷	۰/۰۲۰	۰/۰۰۳	۰/۱۵۲	۰/۵۵۵	۰/۰۶۸۹	۰/۰۹۸۰	۶۰۰	۰/۰۰۰۰۲۶	۳
۰/۷	۰/۴۴	۱/۲۴۱	۰/۰۰۵	۰/۰۰۰	۰/۲۰۹	۲/۶۵۴	۰/۱۲۹۴۸	۰/۷/۸۵۰	۲۱۵	۰/۰۰۰۰۰۴	۳
۰/۱	۰/۴۴۶	۱/۱۷۱	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۳۷۹	۲/۴۶۵	۰/۱۶/۴۵۲	۰/۳/۷۳۰	۷۰۰	۰/۰۰۰۰۰۸	۳

الف: بانک خاک UNSODA (Names et al., 2001) / ب: (Pachepsky et al., 1984) / ج: (Mualem, 1976b) / د: پارامتر بهینه شده / ه: سطح ویژه تخمین زده شده بر اساس بافت خاک با استفاده از توابع زودبافت (Or and Wraith, 1999)

کانراد در بخش نزدیک به خشک که سهم جریان فیلم بیشتر است عملکرد بهتری را نشان داده و نسبت به دو مدل دیگر برتر بوده است. با توجه به اینکه مدل ون گنوختن-معلم، جریان فیلم را در نظر نمی‌گیرد، روندی خطی را در ناحیه‌ی خشک از خود نشان می‌دهد، همچنین مدل تولر-آر انعطاف قابل قبولی را در محدوده رطوبتی خشک که جذب سطحی پدیده‌ی غالب است از خود نشان نداده است.



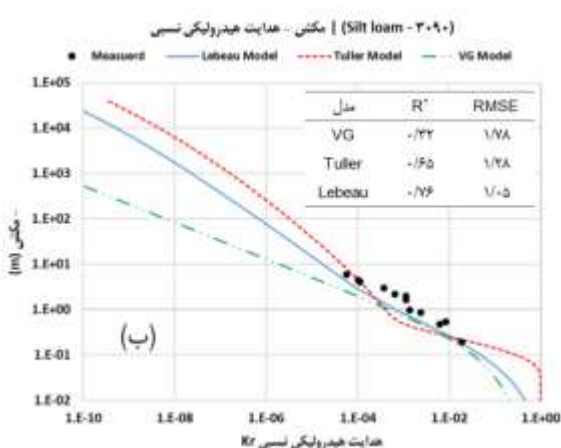
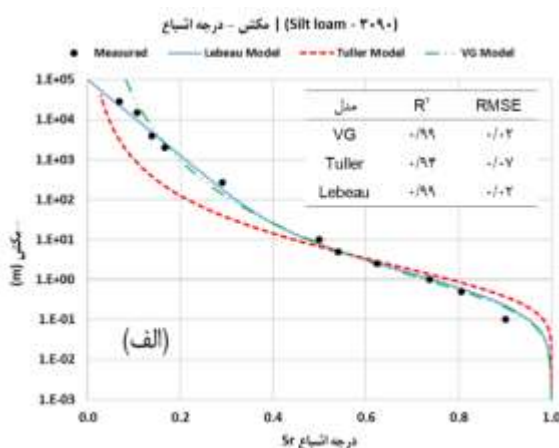
شکل (۳) منحنی مشخصه و هدایت هیدرولیکی اندازه‌گیری و برآورد شده با سه مدل ون گنوختن، تولر-آر و لیبو-کانراد را برای خاک شنی نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل (۳-الف) مشاهده می‌شود، اختلاف زیادی بین آماره‌ها در هر سه مدل وجود ندارد و هر سه مدل موفق به برازش منحنی مشخصه بر داده‌های اندازه‌گیری شده بودند. در شکل (۳-ب) هر سه مدل در ناحیه نزدیک به اشباع بیش‌برآورد و در ناحیه نزدیک به خشک کم‌برآورد را نشان داده‌اند، اما مدل لیبو-



شکل ۳- مقادیر اندازه‌گیری و برآورد شده برای خاک "Sand". الف) منحنی مشخصه، ب) منحنی هدایت هیدرولیکی

انحراف بیشتری دارد. در شکل (۳-ب) علی‌رغم اینکه داده‌های موجود، بازه‌ی رطوبتی را خوب پوشش نمی‌دهند اما در محدوده‌ای که داده‌ها ثبت شده است در هر سه مدل کم‌برآورد صورت گرفته است، باین‌وجود آماره‌های R<sup>2</sup> و RMSE نمایانگر برتری مدل لیبو نسبت به سایر مدل‌ها است.

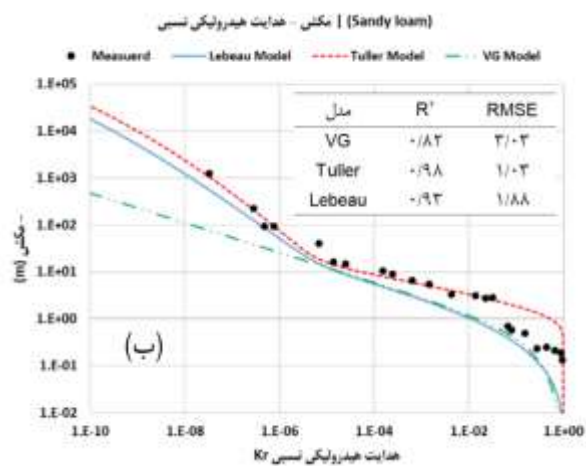
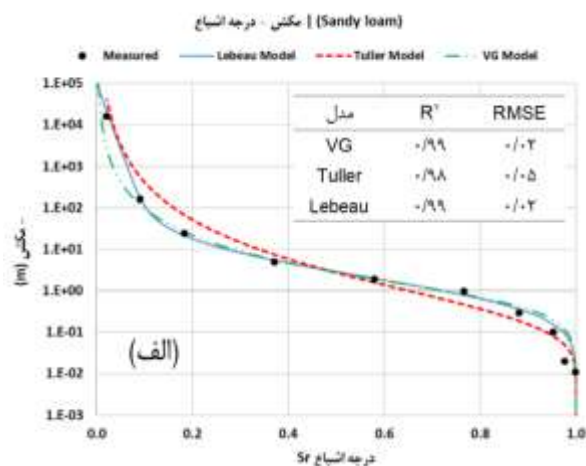
شکل (۴) منحنی مشخصه و هدایت هیدرولیکی اندازه‌گیری و برآورد شده با سه مدل ون گنوختن، تولر-آر و لیبو-کانراد را برای خاک لوم سیلت‌دار نشان می‌دهد. در شکل (۴-الف) مشاهده می‌شود که مدل لیبو و ون گنوختن با دقت بسیار خوبی به مقادیر آزمایشگاهی برازش پیدا کرده است و آماره‌های R<sup>2</sup> و RMSE نیز این نتیجه را تأیید می‌کنند؛ اما مدل تولر در بازه‌های تر و خشک نسبت به داده‌ها،



شکل ۴- مقادیر اندازه‌گیری و برآورد شده برای خاک "Silt loam". الف) منحنی مشخصه، ب) منحنی هدایت هیدرولیکی

شکل (۵) منحنی مشخصه و هدایت هیدرولیکی اندازه‌گیری و برآورد شده با سه مدل ون‌گنوختن، تولر-اُر و لیبو-کانراد را برای خاک لوم شنی نشان می‌دهد. در نمونه خاک شکل (۵-الف) هر سه مدل با دقت بسیار خوبی برازش یافته‌اند و مدل لیبو-کانراد بهترین عملکرد را داشته و خطی بودن منحنی مشخصه در ناحیه‌ای که نیروهای جذب سطحی غالب هستند قابل مشاهده است اما مدل تولر باز هم در قسمت‌های خیلی خشک و اشباع انعطاف لازم را نداشته است؛ در شکل (۵-ب) مدل تولر بهتر از سایر مدل‌ها و با  $R^2=0/98$  و

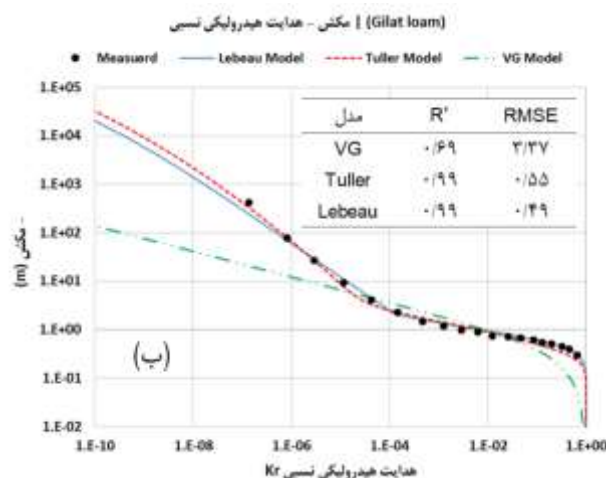
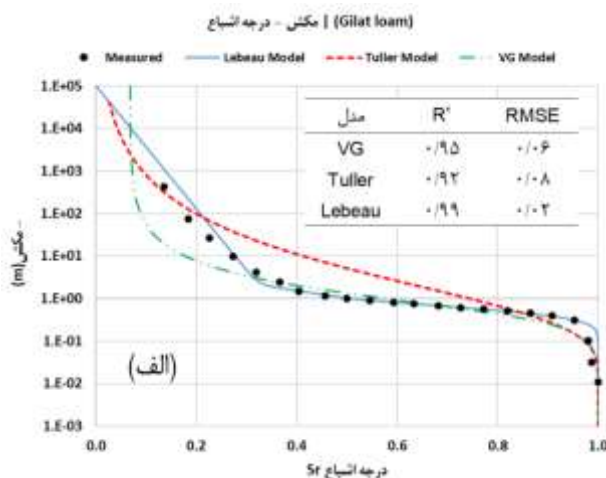
شکل (۵) منحنی مشخصه و هدایت هیدرولیکی اندازه‌گیری و برآورد شده با سه مدل ون‌گنوختن، تولر-اُر و لیبو-کانراد را برای خاک لوم شنی نشان می‌دهد. در نمونه خاک شکل (۵-الف) هر سه مدل با دقت بسیار خوبی برازش یافته‌اند و مدل لیبو-کانراد بهترین عملکرد را داشته و خطی بودن منحنی مشخصه در ناحیه‌ای که نیروهای جذب سطحی غالب هستند قابل مشاهده است اما مدل تولر باز هم در قسمت‌های خیلی خشک و اشباع انعطاف لازم را نداشته است؛ در شکل (۵-ب) مدل تولر بهتر از سایر مدل‌ها و با  $R^2=0/98$  و



شکل ۵- مقادیر اندازه‌گیری و برآورد شده برای خاک "Sandy loam". (الف) منحنی مشخصه، (ب) منحنی هدایت هیدرولیکی

انعطاف‌پذیری در دونیمه‌ی نمودار واضح است؛ اما در شکل (۶-ب) هر دو مدل فیزیکی، بسیار خوب به نقاط برازش یافته‌اند، با این تفاوت که مدل تولر در تخمین جریان فیلم و مدل لیبو در تخمین جریان موینگی بهتر عمل کرده است. مدل ون‌گنوختن-معلم نیز عملکرد نامناسبی را داشته و همان‌طور که انتظار می‌رفت در بازه‌ای که جریان فیلم غالب است ناتوان بوده است. بدین ترتیب مدل لیبو هر دو منحنی را با  $R^2$  و RMSE بسیار خوب تخمین زده است.

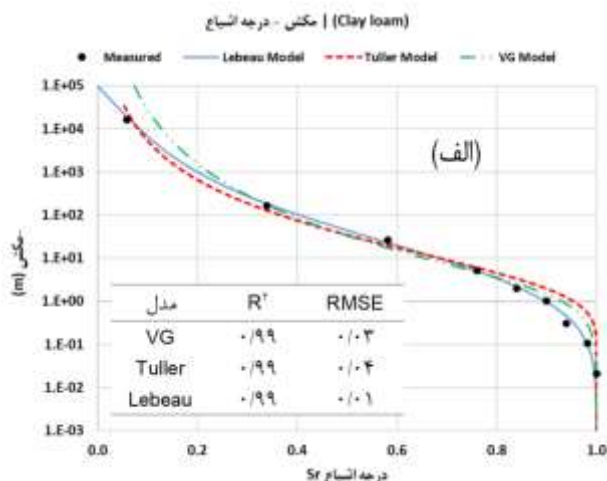
منحنی مشخصه و هدایت هیدرولیکی اندازه‌گیری و برآورد شده با سه مدل ون‌گنوختن، تولر-اُر و لیبو-کانراد برای خاک لوم در شکل (۶) نمایش داده شده است. مدل لیبو-کانراد در شکل (۶-الف) بسیار بهتر از سایر مدل‌ها قادر به برازش نقاط اندازه‌گیری شده بوده و همان‌طور که مشاهده می‌شود مدل ون‌گنوختن در انتهای خشکِ بازه که جذب سطحی تأثیرگذار است (مکش حدود ۱- متر) عملکرد مناسبی را نداشته است. همچنین در مدل تولر بازهم ضعف



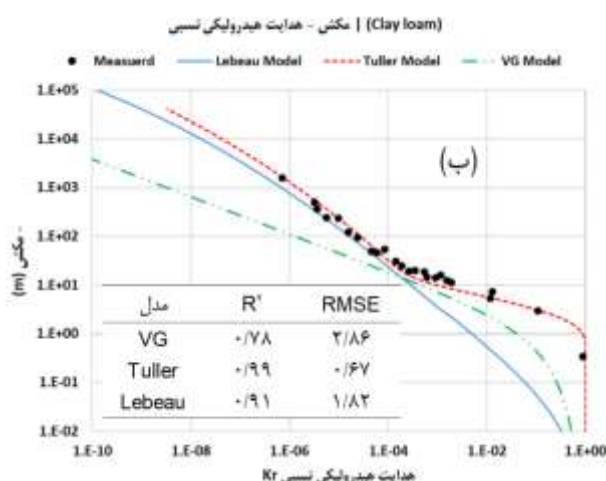
شکل ۶- مقادیر اندازه‌گیری و برآورد شده برای خاک "loam". (الف) منحنی مشخصه، (ب) منحنی هدایت هیدرولیکی



شاخص‌های آماری آن نیز حاکی از این نتیجه است، اما مدل لیبو-کانراد به دلیل عملکرد ضعیف مدل کوسوگی در ناحیه جریان مویبندی نتوانسته به خوبی آن را برآورد کند و انحنای لازم را نداشته است (Kosugi, 1996). مدل ون گنوختن-معلم نیز در بازه‌ای که جریان مویبندی غالب است، عملکرد متوسطی داشته  $R^2=0/78$  و  $RMSE=2/86$  و باز هم قادر به برآورد جریان در بازه‌ای که تحت تأثیر جذب سطحی می‌باشد، نبوده است.



منحنی مشخصه و هدایت هیدرولیکی اندازه‌گیری و برآورد شده با سه مدل ون گنوختن، تولر-آر و لیبو-کانراد برای خاک لوم رسی در شکل (۷) نمایش داده شده است. در شکل (۷-الف) نیز هر سه مدل در برازش توانا بوده اما مدل لیبو-کانراد بهترین نتایج در آماره‌های  $R$  و  $RMSE$  را دارد. دو مدل تولر-آر و ون گنوختن، در دو قسمت انتهایی و ابتدایی کمی انحراف داشته‌اند. در مقابل شکل (۷-ب) نشان می‌دهد که مدل تولر بسیار بهتر از سایر مدل‌ها عمل کرده است و



شکل ۷- مقادیر اندازه‌گیری و برآورد شده برای خاک "Clay loam". الف) منحنی مشخصه، ب) منحنی هدایت هیدرولیکی

سطحی در نتایج بسیار تأثیرگذار می‌باشد؛ اما در مقایسه دو مدل فیزیکی مذکور برای برازش منحنی مشخصه، مدل لیبو-کانراد در تمامی نمونه خاک‌ها قادر به برازش نقاط با دقت بسیار خوبی بوده و از مدل دیگر برتر می‌باشد. در تخمین هدایت هیدرولیکی با اینکه تمامی مدل‌ها دقت قابل قبولی را از خود نشان داده‌اند، مدل لیبو-کانراد به دلیل استفاده از مدل کوسوگی و ضعف آن در ناحیه مویبندی، در تخمین هدایت هیدرولیکی خاک‌هایی با بافت رسی در ناحیه نزدیک به اشباع کم‌برآورد می‌کند، لذا به کارگیری سایر مدل‌ها در قسمتی که جریان مویبندی غالب است می‌تواند به بهبود این ضعف کمک کند. مدل تولر-آر نیز در خاک‌های لومی عملکرد قابل قبولی داشته و مدل ون گنوختن-معلم در اکثر خاک‌ها ضعیف‌تر از سایرین عمل کرده است. با وجود اینکه مدل لیبو-کانراد نسبت به مدل تولر-آر دارای تنوعی بسیار ساده‌تر، تعداد پارامترهای بهینه‌سازی کمتر (سه پارامتر در مقابل چهار) و اطلاعات ورودی کمتری می‌باشد، عملکرد مناسب‌تری در تخمین منحنی مشخصه داشته و در تخمین هدایت هیدرولیکی غیراشباع نیز قابل قبول بوده است. در صورتی که بهینه‌سازی پارامترها با توجه به داده‌های هدایت هیدرولیکی صورت پذیرد، هر دو مدل فیزیکی توانایی برازش بهتر منحنی هدایت

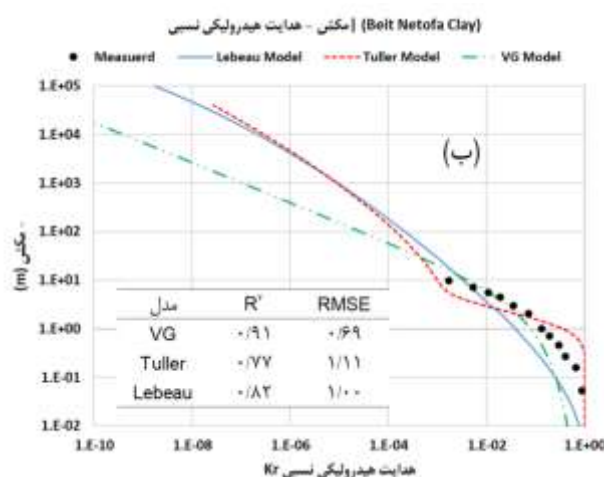
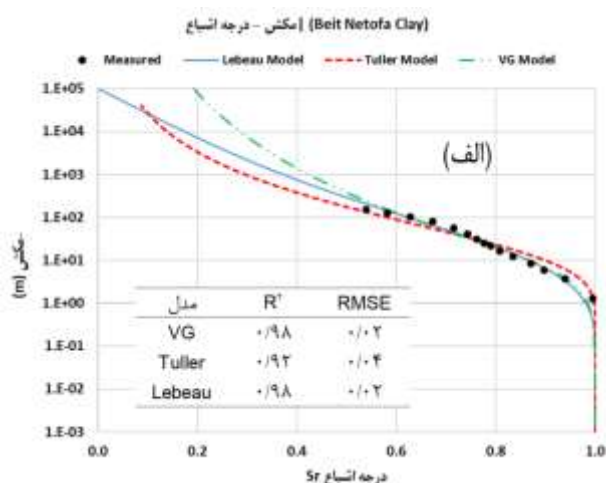
شکل (۸) منحنی مشخصه و هدایت هیدرولیکی اندازه‌گیری و برآورد شده با سه مدل ون گنوختن، تولر-آر و لیبو-کانراد را برای خاک رسی نشان می‌دهد. نتایج خاک با بافت رسی در شکل (۸-الف) نشان می‌دهد که دو مدل لیبو-کانراد و ون گنوختن عملکرد بهتری را نسبت به مدل تولر-آر داشته‌اند؛ اما در ناحیه جذب سطحی به دلیل کمبود اطلاعات اندازه‌گیری شده، مقایسه مدل‌ها ممکن نیست. همچنین در شکل (۸-ب) مدل لیبو همان رفتار شکل (۷-ب) را از خود نشان داده است و در قسمت اشباع کم‌برآورد صورت گرفته است که نشان از عملکرد نامناسب مدل مویبندی برای نواحی نزدیک به اشباع می‌باشد. مدل تولر-آر نیز عملکرد مناسبی را در قسمت اشباع نداشته است و مدل ون گنوختن-معلم در بازه‌ای که داده‌ها در دسترس است نسبت به دو مدل فیزیکی بهتر عمل کرده و از  $R^2$  و  $RMSE$  بهتری برخوردار است.

### نتیجه‌گیری

نتایج نشان دهنده برتری دو مدل فیزیکی تولر-آر و لیبو-کانراد نسبت به مدل تجربی ون گنوختن-معلم در مدل‌سازی منحنی مشخصه و هدایت هیدرولیکی است و در نظر گرفتن پدیده جذب

در انعطاف‌پذیری مدل می‌گردد. لذا پیش‌بینی می‌شود که با تعمیم مدل به دیگر توابع توزیع برای اندازه منافذ همچون تابع توزیع لوگ-نرمال، توزیع گامای ناقص و یا توزیع ویبال، برازش بهتری به منحنی مشخصه خاک بدست آید و به تبع آن تخمین بهتری از هدایت هیدرولیکی غیراشباع حاصل گردد.

هیدرولیکی را دارا می‌باشند. با این وجود اندازه‌گیری هدایت هیدرولیکی در تمام بازه رطوبتی دشوارتر از اندازه‌گیری رطوبت خاک می‌باشد. در برخی از خاک‌ها پارامتر  $\beta$  در مدل تولر-آر از حساسیت کمی در تخمین منحنی مشخصه برخوردار است، اما در تغییر منحنی هدایت هیدرولیکی بسیار تأثیرگذار است، لذا بهینه‌سازی این پارامتر مشکل می‌باشد. یکی از محدودیت‌های عمده مدل تولر استفاده از توزیع گاما با ضریب ثابت  $\gamma = 2$  می‌باشد که باعث ایجاد محدودیت



شکل ۸- مقادیر اندازه‌گیری و برآورد شده برای خاک "Clay". الف) منحنی مشخصه، ب) منحنی هدایت هیدرولیکی

Lebeau, M., & Konrad, J. M. 2010. A new capillary and thin film flow model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resources Research*. 46(12).

Mualem, Y. 1976a. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water resources research*. 12(3): 513-522.

Mualem, Y. 1976b. A catalogue of the hydraulic properties of unsaturated soils.

Nemes, A. D., Schaap, M. G., Leij, F. J., & Wösten, J. H. M. 2001. Description of the unsaturated soil hydraulic database UNSODA version 2.0. *Journal of Hydrology*. 251(3-4): 151-162.

Or, D., & Assouline, S. 2013. The foam drainage equation for unsaturated flow in porous media. *Water Resources Research*. 49(10): 6258-6265.

Or, D., & Tuller, M. 1999. Liquid retention and interfacial area in variably saturated porous media: Upscaling from single-pore to sample-scale model. *Water Resources Research*. 35(12): 3591-3605.

Or, D., & Wraith, J. M. 1999. Temperature effects on soil bulk dielectric permittivity measured by time domain reflectometry: A physical model. *Water*

## منابع

Birdsell, D. T., Rajaram, H., Dempsey, D., & Viswanathan, H. S. 2015. Numerical model of hydraulic fracturing fluid transport in the subsurface with pressure transient and density effects. In 49th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. American Rock Mechanics Association.

Burdine, N. 1953. Relative permeability calculations from pore size distribution data. *Journal of Petroleum Technology*. 5(03): 71-78.

Campbell, G. S., & Shiozawa, S. 1992. Prediction of hydraulic properties of soils using particle-size distribution and bulk density data. Indirect methods for estimating the hydraulic properties of unsaturated soils, 317-328.

Ghanbarian, B., Hunt, A. G., Skinner, T. E., & Ewing, R. P. 2015. Saturation dependence of transport in porous media predicted by percolation and effective medium theories. *Fractals*. 23(01): 1540004.

Hunt, A. G., Ewing, R. P., & Horton, R. 2013. What's wrong with soil physics?. *Soil Science Society of America Journal*. 77(6): 1877-1887.

Kosugi, K. I. 1996. Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. *Water Resources Research*. 32(9): 2697-2703.

- distributed model of pesticide movement in Dutch macroporous soils. *Journal of hydrology*. 470: 316-327.
- Tuller, M., & Or, D. 2001. Hydraulic conductivity of variably saturated porous media: Film and corner flow in angular pore space. *Water Resources Research*. 37(5): 1257-1276.
- Tuller, M., & Or, D. 2002. Unsaturated Hydraulic Conductivity of Structured Porous Media A Review of Liquid Configuration-Based Models. *Vadose Zone Journal*: 1(1): 14-37.
- Van Genuchten, M. T. 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil science society of America journal*. 44(5): 892-898.
- Weber, T. K., Iden, S. C., & Durner, W. 2017. Unsaturated hydraulic properties of Sphagnum moss and peat reveal trimodal pore-size distributions. *Water Resources Research*. 53(1): 415-434.
- Wraith, J. M., & Or, D. 1998. Nonlinear parameter estimation using spreadsheet software. *Journal of Natural Resources and Life Sciences Education*. 27(1): 13-19.
- Wyllie, M. R. J., & Gardner, G. H. F. 1958. The generalized kozeny-carman equation. *World oil*. 146(4): 121-128.
- Zhao, Y., Hu, X., & Li, X. 2020. Analysis of the intra-aggregate pore structures in three soil types using X-ray computed tomography. *CATENA*. 193: 104622.
- Resources Research*. 35(2): 371-383.
- Pachepsky, Y. A., Shcherbakov, R. A., Varallyay, G., & Rajkai, K. 1984. On obtaining soil hydraulic conductivity curves from water retention curves. *Pochvovedenie*. 10: 60-72.
- Philip, J. R. 1977. Unitary approach to capillary condensation and adsorption. *The Journal of Chemical Physics*. 66(11): 5069-5075.
- Purcell, W. R. 1949. Capillary pressures-their measurement using mercury and the calculation of permeability therefrom. *Journal of Petroleum Technology*. 1(02): 39-48.
- Sadeghi, M., Ghahraman, B., Ziaei, A. N., Davary, K., & Reichardt, K. 2012. Invariant solutions of Richards' equation for water movement in dissimilar soils. *Soil Science Society of America Journal*. 76(1): 1-9.
- Sakai, M., Toride, N., & Šimůnek, J. 2009. Water and vapor movement with condensation and evaporation in a sandy column. *Soil Science Society of America Journal*. 73(3): 707-717.
- Sleutel, S., Cnudde, V., Masschaele, B., Vlassenbroek, J., Dierick, M., Van Hoorebeke, L., ... & De Neve, S. 2008. Comparison of different nano-and micro-focus X-ray computed tomography set-ups for the visualization of the soil microstructure and soil organic matter. *Computers & Geosciences*. 34(8): 931-938.
- Tiktak, A., Hendriks, R. F. A., Boesten, J. J. T. I., & Van der Linden, A. M. A. 2012. A spatially

## Comparison of Two Physically Capillary-Adsorption Based Models for Estimation of Unsaturated Hydraulic Conductivity at Both near Dry and Saturated Water Contents

A. Tehrani<sup>1</sup>, A. Liaghat<sup>2\*</sup>, S. Norouzi<sup>3</sup>

Received: Aug.06, 2020

Accepted: Sep.09, 2020

### Abstract

It has been documented that the assumption of capillary movement of water in a bundle of cylindrical tubes often leads to systematically underestimation of soil unsaturated hydraulic conductivity at low potentials which is due to ignoring the contribution of adsorptive forces and liquid films. In this study, the performance of two physical models of (Tuller-Or) and (Lebeau-Konrad) that take into account the contribution of both adsorptive and capillary forces and the well-known capillary-based model of (Van Genuchten-Mualem) for modeling the soil-water retention curve and estimation of the unsaturated hydraulic conductivity were evaluated. To that end, experimental data gathered from literature including six soils that cover a broad range of texture and hydraulic behavior. The results showed the superiority of the two capillary-adsorption models over the capillary-based Van Genuchten-Mualem model in estimating the soil-water characteristic curve and unsaturated hydraulic conductivity. Among the two physically capillary-adsorption based models, the Lebeau-Konrad model performed better. The results showed that the Lebeau-Konrad model underestimates the hydraulic conductivity of clayey soils in the near saturation range and the best performance of the Tuller-Or model was shown to be for loamy soils. Because the Tuller-Or model is the most comprehensive and physics-based model for modeling the unsaturated hydraulic conductivity up to date, future studies should be devoted to improving the flexibility of this model via extending the model to other pore size distribution than the original Gamma distribution, such as lognormal, incomplete gamma and Weibull distributions.

**Keywords:** Lebeau-Konrad model, Physical model, Soil-water characteristic curve, Tuller-or model

---

1- MSc Student, Department of Irrigation and Reclamation, College of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Iran

2- Professor, Department of Irrigation and Reclamation, College of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Iran

3- PhD Candidate, Department of Irrigation and Reclamation, College of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Iran

(\*- Corresponding Author Email: aliaghat@ut.ac.ir)