

مقاله علمی-پژوهشی

## شبیه‌سازی دو متغیره و تحلیل توأم تبخیر - تعرق گیاه مرجع با استفاده از توابع مفصل

عباس خاشعی سیوکی<sup>۱\*</sup>، علی شهیدی<sup>۲</sup>، محمد ناظری تهرودی<sup>۳</sup>، یوسف رضمانی<sup>۴</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۲۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۱/۲۱

### چکیده

هدف از مطالعه حاضر، تحلیل همبستگی و شبیه‌سازی مقادیر تبخیرتعرق گیاه مرجع ایستگاه‌های هواشناسی موجود در کویر لوت (بم، بیرجند و طبس) در دوره آماری ۱۹۸۴ تا ۲۰۱۹ با استفاده از مفصل‌های رایج و سرعت باد متناظر در مقیاس ماهانه می‌باشد. با بررسی همبستگی جفت متغیر سرعت باد و تبخیرتعرق گیاه مرجع در ایستگاه‌های بم، بیرجند و طبس، به ترتیب همبستگی ۰/۷، ۰/۷۶ و ۰/۸۰ حاصل شد. با بررسی ساختار مفصل‌های دوبعدی و چگالی شرطی آن‌ها بر اساس معیارهای مختلف، مفصل گالامبوس به‌عنوان مفصل مناسب‌تر برای تمامی ایستگاه‌های موردبررسی انتخاب گردید. با انتخاب توزیع حاشیه‌ای و مفصل برتر، تحلیل فراوانی، دوره بازگشت توأم و شبیه‌سازی مبتنی بر مفصل ارائه گردید. با ارائه نمودارهای هم احتمال، احتمالات توأم سرعت باد و تبخیرتعرق گیاه مرجع در هر ایستگاه به‌صورت هم‌زمان به‌صورت نمودارهای تیپ ارائه شد که می‌تواند اطلاعات بسیار مفیدی را در ارتباط با رفتار احتمالاتی داده‌های موردبررسی ارائه دهد. در نهایت شبیه‌سازی تبخیرتعرق گیاه مرجع با استفاده از مدل مبتنی بر مفصل و مقادیر سرعت باد صورت گرفت. نتایج شبیه‌سازی مقادیر یادشده نشان از مناسب بودن میزان همبستگی جفت متغیرها بود. دقت، کارایی و میزان خطای ناشی از شبیه‌سازی مقادیر تبخیرتعرق گیاه مرجع با استفاده از آزمون‌های آماری مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت. شبیه‌سازی موفقیت‌آمیز پارامتر یادشده در واقع دلیلی بر انتخاب دقیق ساختار مفصل می‌باشد؛ که نتیجه آن میزان خطای حداکثر ۰/۱۰ میلی‌متر در روز و کارایی ۹۸ درصد برای تمامی ایستگاه‌ها بود. با اجرای این الگوریتم در شبیه‌سازی مقادیر تبخیرتعرق گیاه مرجع و ارائه رابطه تخمین آن در منطقه مور مطالعه می‌توان به راحتی مقدار تبخیر گیاه مرجع را با داده‌های هواشناسی موجود و فارغ از پیچیدگی‌های محاسباتی فراوان، شبیه‌سازی کرد.

واژه‌های کلیدی: تابع مفصل، توزیع حاشیه‌ای، چگالی شرطی، گالامبوس

### مقدمه

این نکته نیز ضروری است که هیچ توزیع احتمالاتی نمی‌تواند دقیقاً با داده‌های ثبت‌شده مطابقت داشته باشد و فقط یکی از توابع توزیع در مقایسه با سایر توزیع‌ها می‌تواند به‌عنوان توزیع با بهترین برازش انتخاب گردد (Shiau et al., 2006). جدیدترین روش ارائه‌شده برای تحلیل چند متغیره پدیده‌های هیدرولوژیک، اولین بار توسط اسکالر معرفی و به نام تابع مفصل شناخته می‌شود (Sklar, 1959). توابع مفصل، محدودیت‌های توابع توزیع دومتغیره<sup>۵</sup> را نداشته و می‌تواند با پیوند دادن توابع توزیع حاشیه‌ای تک متغیره متفاوت، توابع توزیع چند متغیره<sup>۶</sup> را ایجاد و با استفاده از آن‌ها ساختارهای وابستگی را به شکل دقیق‌تری توصیف نماید (Salvadori and De Michele, 2007). در دهه‌های اخیر، مفصل‌ها به‌عنوان یک ابزار کارآمد برای کمی کردن ساختار وابستگی بین کمیت‌های همبسته معرفی شده‌اند. انعطاف‌پذیری ارائه‌شده توسط مفصل‌ها برای ایجاد توزیع‌های توأم در

جهت شبیه‌سازی مقادیر مختلف هواشناسی و هیدرولوژیک، روش‌های مختلفی بسته به شرایط و داده‌های موجود به کار گرفته شده است که البته هر کدام نقاط قوت و ضعف مربوط به خود را داشته و لذا تحقیق و بررسی در این خصوص همچنان ادامه دارد. ذکر

- ۱- استاد گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران
- ۲- دانشیار گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران
- ۳- دانش آموخته دکتری منابع آب، گروه علوم و مهندسی آب، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران
- ۴- دانشیار گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

\*- نویسنده مسئول: (Email: abbaskhashei@birjand.ac.ir)

DOR: 20.1001.1.20087942.1401.16.3.13.4

5 - Bivariate Distributions

6 - Multivariate Distributions

مطالعات زیادی به اثبات رسیده است.

توابع مفصل در مطالعات هیدرولوژی اولین بار به وسیله دی میکله و سالوادوری برای تحلیل فراوانی باران بکار برده شدند (De Michele and Salvadori, 2003). از توابع مفصل در زمینه های مختلفی همچون تحلیل خشک سالی (Mirabasi et al., 2012 and Nazeri et al., 2013; Abdi et al., 2016; Ramezani et al., 2019; Tahroudi et al., 2021b) (ناظری تهرودی و همکاران، ۱۴۰۰)، مدل سازی دما و بارش (Sanikhani et al., 2014)، تحلیل فراوانی تبخیرتقرق پتانسیل (Kashei-Siuki et al., 2021; Tahroudi et al., 2022) (کاشی سیکی و همکاران، ۱۳۹۹)، روند یابی سیلاب مبتنی بر مفصل (Nazeri et al., 2021a) (ناظری تهرودی و همکاران، ۱۳۹۹) و تحلیل فراوانی سیلاب (Salvadori and De Michele, 2004) استفاده شده است.

در مطالعات جدیدتر کاویان پور و همکاران با استفاده از تابع مفصل به بررسی خصوصیات خشک سالی در شهرهایی از ایران در دوره آماری ۲۰۱۲-۱۹۸۲ پرداختند (Kavianpour et al., 2018). نتایج نشان داد که استفاده از تابع مفصل در بررسی و تحلیل خشک سالی دقیق تر از شاخص SPI می باشد و بدیهی است که حالت های شدید را بهتر نشان می دهد. آیانتوبو و همکاران فراوانی چند متغیره خصوصیات خشک سالی شامل مدت دوام خشک سالی، شدت، پیک و زمان بین دو خشک سالی را با استفاده از توابع مفصل خانواده ارشمیدسی در کشور چین در دوره آماری ۲۰۱۳-۱۹۶۱ مورد بررسی قرار دادند (Ayantobo et al., 2019). این مطالعه نشان داد که یک رویکرد مفصل چهارگانه، یک ابزار حیاتی برای تفسیر احتمالاتی از داده های هیدرولوژیک و هواشناسی در منطقه چین است. نوئین های و همکاران به بررسی وابستگی خطر خشک سالی و استراتژی های انطباق با آن را با استفاده از توابع مفصل در استرالیا مورد بررسی قرار دادند (Nguyen-Huy et al., 2019). در این مطالعه از مفصل C-Vine جهت تحلیل داده های بارش روزانه استفاده شد. نتایج همچنین نشان می دهد که رویدادهای خشک سالی در فصول مختلف ممکن است کاملاً در هم آمیخته نشوند؛ بنابراین، استراتژی های تنوع زمانی و مکانی ممکن است به طور قابل ملاحظه ای خطر سیستماتیک آب و هوا در استرالیا را کاهش دهد. نتایج این تحقیق می تواند به عنوان یک ابزار کارآمد برای کاهش خطر کشاورزی عمل کند، اما هم زمان می تواند اطلاعات فوق العاده مفیدی را برای قیمت مناسب محصولات مبتنی بر شاخص های بیمه فراهم کند.

خاشعی سیوکی و همکاران به منظور ارائه رویکردی برای شبیه سازی تبخیرتقرق پتانسیل بر اساس پارامترهای هواشناسی ایستگاه هواشناسی بیرجند، از جفت مفصل های مختلف خانواده و این

استفاده کردند. مقایسه مقادیر تائو کندال در هر دو حالت شبیه سازی و مشاهداتی نشان داد که مقادیر تائو کندال در هر دو حالت به یکدیگر نزدیک بوده و تقریباً مشابه هستند (Khashei-Siuki et al., 2021). کارایی مفصل و این در تحلیل وابستگی و شبیه سازی مقادیر تبخیرتقرق پتانسیل بسیار بالا گزارش شد.

ناظری تهرودی و همکاران ضمن بررسی و تحلیل توأم سیگنال های کمبود سطح آب زیرزمینی و کمبود بارش در زیرحوضه نقده واقع در حوضه آبریز دریاچه ارومیه با استفاده از توابع مفصل، به بررسی رفتار شرطی دو سیگنال پرداختند (Nazeri Tahroudi et al., 2020b). با در نظر گرفتن بیشینه کمبود سطح آب زیرزمینی تولید شده، رابطه بین تغییرات کمبود بارش و سطح آب زیرزمینی به منظور تخمین مقادیر سیگنال کمبود آب زیرزمینی به دست آمد. تابع چگالی شرطی ارائه شده روشی جایگزین برای دوره بازگشت های شرطی خواهد بود. در مطالعه دیگری در خصوص شبیه سازی مقادیر تبخیرتقرق گیاه مرجع، محمد و همکاران از مدل های محاسباتی تکاملی برنامه ریزی بیان ژن برای شبیه سازی روزانه تبخیرتقرق گیاه مرجع در مکان های مختلف شبه جزیره مالزی استفاده کردند. نتایج به دست آمده، پتانسیل مدل های مشتق شده از GEP را از نظر معیارهای آماری مورد تأیید نشان می دهد. بهترین مدل GEP زمانی به دست می آید که همه متغیرهای هواشناسی گنجانده شوند. با این حال، این مطالعه نشان داد که استفاده از تنها اطلاعات دما می تواند پیش بینی قابل توجهی را ارائه کرد (Muhammad et al., 2021). رشد نیای و همکاران در مطالعه خود سعی کردند روشی جامع در شبیه سازی تبخیرتقرق گیاه مرجع ارائه دهند که داده های محلی را در شبیه سازی مستثنا می کند. در این خصوص از روش یادگیری ماشین و داده های اقلیمی روزانه ۱۷ ساله از شش ایستگاه هواشناسی در سراسر دره رودخانه سرخ با آب و هوای نیمه مرطوب استفاده کردند. با مطالعه چهار روش بیان ژن، ماشین بردار پشتیبان، رگرسیون خطی چندگانه و جنگل تصادفی با سه ترکیب ورودی، به این نتیجه رسیدند که معیارهای ارزیابی برای مدل جنگل تصادفی بهترین عملکرد را داشته است (Rashid Niaghi et al., 2021).

دکسیت و جایاکومار به بررسی و ارزیابی خشک سالی دو متغیره و سه متغیره مبتنی بر مفصل در حوضه رودخانه گداوری<sup>۱</sup> پرداختند. در حالت سه متغیره از بارش، رطوبت خاک و تبخیرتقرق به عنوان ورودی استفاده کردند. آن ها بیان کردند که این مطالعه برای ارزیابی خشک سالی آینده بسیار قابل اعتماد بوده و بستری عالی برای سیستم های هشدار در مورد شروع و پایان خشک سالی فراهم می کند (Dixit and Jayakumar, 2021). در تحقیق دیگری در زمینه شبیه سازی مبتنی بر مفصل، ناظری تهرودی و همکاران جهت شبیه سازی مقادیر

پارامتر سرعت باد بر مقادیر تبخیرتعرق گیاه مرجع در حوضه‌ای همچون کویر لوت که شرایط اقلیمی متفاوتی دارد، تحلیل توأم این دو پارامتر، شناخت بهتری از خصوصیات احتمالاتی و احتمال وقوع تبخیرتعرق گیاه مرجع مبتنی بر سرعت باد را در اختیار قرار می‌دهد. ارائه احتمال وقوع مقادیر تبخیرتعرق گیاه مرجع تحت شرایط مختلف سرعت باد، امکان مدیریت بهتر در فصولی که سرعت باد غالب است را مهیا می‌کند.

### مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه، محدوده کویر لوت می‌باشد. کویر لوت، در جنوب شرقی ایران واقع شده است. این منطقه، با مساحتی بیش از ۴۰ هزار کیلومتر مربع (شامل عرصه و حریم) در بین بخش‌هایی از استان‌های کرمان، سیستان و بلوچستان و خراسان جنوبی قرار دارد و با مساحتی در حدود ۱۷۵ هزار کیلومتر، حدود ۱۰ درصد از وسعت ایران را در بر گرفته است. بیابان لوت، بیست و هفتمین بیابان بزرگ جهان به شمار می‌رود. هسته آن در سال‌های ۲۰۰۴، ۲۰۰۵، ۲۰۰۶، ۲۰۰۷ و ۲۰۰۹ گرم‌ترین نقطه بر سطح کره زمین شناخته شده است که بیشترین آن در سال ۲۰۰۵ با بیشینه دمای ۷۰/۷ درجه سانتیگراد ثبت گردیده است. طول آن حدود ۳۲۰ کیلومتر و عرض آن حدود ۱۶۰ کیلومتر می‌باشد.

شکل ۱ موقعیت ایستگاه هیدرومتری داشیند در حوضه دریاچه ارومیه را نشان می‌دهد. در این مطالعه با استفاده از داده‌های تبخیرتعرق گیاه مرجع و سرعت باد ایستگاه‌های هواشناسی کویر لوت واقع در شرق ایران، تحلیل احتمالاتی مبتنی بر مفصل صورت گرفت. شکل ۲ و ۳ مقادیر اولیه داده‌های مورد بررسی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل‌های ارائه شده می‌توان دامنه تغییرات مقادیر مورد بررسی را مشاهده کرد.

### انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای

در روش متداول برآورد دوره بازگشت مقادیر حدی، توزیع‌های آماری مختلف بر سری داده‌های مورد بررسی برازش داده می‌شود. پس از برازش توزیع‌های آماری بر روی سری داده‌ها، می‌بایست نکویی برازش هر توزیع توسط آزمون کلموگروف-اسمیرنوف مورد بررسی قرار گیرد. در صورتی که در سطح معنی‌داری پنج درصد، برازش مدل‌ها توسط آزمون کلموگروف-اسمیرنوف مورد تأیید واقع شود، توزیع احتمالاتی مورد نظر پذیرفته می‌شود.

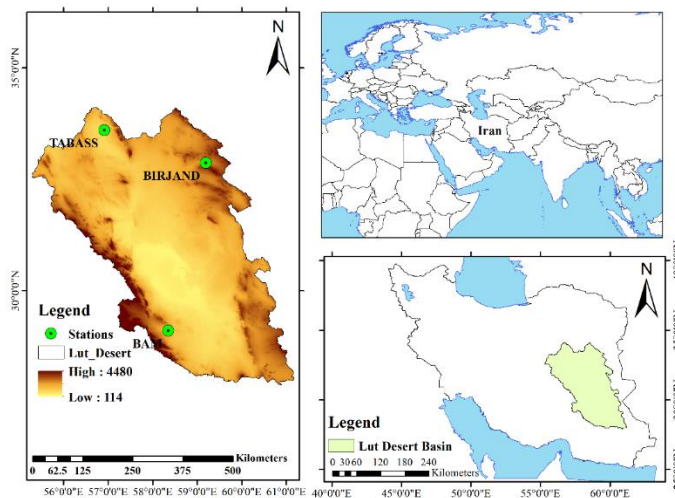
تبخیرتعرق پتانسیل از مدل‌های میانگین متحرک اتورگرسیو هم‌زمان (CARMA)، واریانس شرطی اتورگرسیو تعمیم‌یافته و مدل‌های مبتنی بر مفصل استفاده کردند. با مقایسه مدل‌های یادشده مدل مبتنی بر مفصل میانگین جذر میانگین مربعات خطای کمتری دارد (Nazeri-Tahroudi et al., 2022).

مرور منابع نشان می‌دهد که توابع مفصل در حوزه‌های مختلف هواشناسی و هیدرولوژیک کاربرد زیادی داشته و به‌خصوص در مطالعات خشک‌سالی پیشرفت‌های زیادی داشته است. همچنین بررسی‌ها نشان می‌دهد کاربرد توزیع‌های مفصل با وجود مناسب‌تر بودن در این مسائل، کمتر دنبال شده است. در این تحقیق سعی شد از رویکرد پیشنهادی مبتنی بر مفصل جهت شبه‌سازی دو متغیره استفاده شود. روش تابع مفصل اخیراً در تحقیقات تحلیل فراوانی به کار رفته و نتایج مناسبی ارائه کرده است. تحلیل فراوانی توأم متغیره‌های هواشناسی و هیدرولوژیک با استفاده از توزیع‌های آماری تک متغیره متداول و عدم بررسی ساختارهای وابستگی، منجر به افزایش عدم قطعیت در برآوردها خواهد شد؛ بنابراین، دانستن ارتباط بین توزیع‌های حاشیه‌ای متغیره‌های مختلف به‌منظور درک قوانین حاکم بر این وابستگی‌ها می‌تواند در شناخت وقایع هیدرولوژیک مشاهده شده بسیار مؤثر واقع شود.

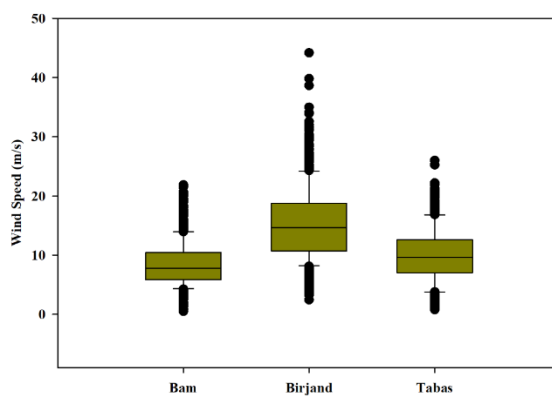
لذا به‌منظور افزایش اطمینان به نتایج تحلیل‌ها باید از رویکردهای آماری چند متغیره استفاده نمود. روش سنتی انجام تحلیل‌های چند متغیره، استفاده از توابع توزیع چند متغیره کلاسیک می‌باشد؛ اما در استفاده از این توابع مشخص بودن توزیع‌های حاشیه‌ای و یکسان بودن نوع آن‌ها الزامی بوده، لذا استفاده از این روش‌ها با محدودیت‌های جدی مواجه است. با توجه به قابلیت‌های مفصل‌ها، پدیده‌های هیدرولوژیکی می‌توانند با کاربرد توزیع‌های توأم<sup>۱</sup> یا توأم شرطی<sup>۲</sup> دو متغیره یا مرتبه بالاتر با حفظ ساختار وابستگی مورد بررسی قرار گیرد. همچنین می‌توان مشخصه‌های همبسته متغیره‌های هیدرولوژیکی و هواشناسی را که ممکن است دارای توابع توزیع حاشیه‌ای متفاوت باشند، با استفاده از مفصل‌ها به هم پیوند داد. بنابراین توزیع‌های توأم به‌دست‌آمده توصیف‌های دقیق‌تری از وضعیت رویدادهای هیدرولوژیکی بدون تکیه بر قضاوت‌های سلیقه‌ای یا فرض‌های ناصحیح، در اختیار می‌گذارند؛ بنابراین چنانچه بتوان مدل تابع مفصل مناسب را از بین توابع مفصل مختلف انتخاب و مشخصه‌های مهم هواشناسی و هیدرولوژیکی می‌توان به پیش‌بینی و تخمین احتمالاتی پدیده‌های مذکور با دقت مناسب‌تری نسبت به روش‌های احتمالی تک متغیره متداول دست یافت و از نتایج آن در طراحی و مدیریت دقیق‌تر سامانه‌های آبی بهره برد. با توجه به تأثیر

1 - Joint distribution

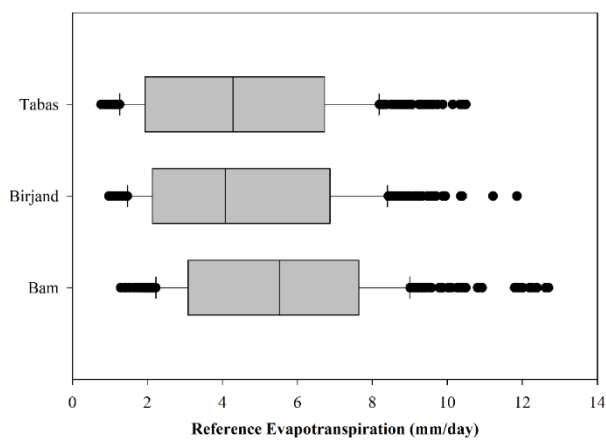
2 - Conditional joint distribution



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی کویر لوت و ایستگاه‌های موردبررسی



شکل ۲- تغییرات سرعت باد ایستگاه‌های موردبررسی در دوره آماری ۲۰۱۹-۱۹۸۲



شکل ۳- تغییرات تبخیر تعرق گیاه مرجع ایستگاه‌های موردبررسی در دوره آماری ۲۰۱۹-۱۹۸۲

اسکلار نشان داد که برای متغیرهای تصادفی پیوسته  $d$  بعدی  $\{X_1, \dots, X_d\}$  با CDF های حاشیه‌ای  $u_j = F_{X_j}(x_j)$  که  $j=1, \dots, d$ ، یک مفصل  $d$  بعدی یکتای  $C_{U_1, \dots, U_d}$  وجود دارد به طوری که:

$$C_{U_1, \dots, U_d}(U_1, \dots, U_d) = H_{X_1, \dots, X_d}(X_1, \dots, X_d) \quad (۴)$$

که در آن  $u_j$ ،  $\tau$  امین حاشیه و  $H_{X_1, \dots, X_d}$  همان CDF توأم  $\{X_1, \dots, X_d\}$  می‌باشد. چون برای متغیرهای تصادفی پیوسته تابع CDF، حاشیه‌ها از ۰ تا ۱ غیر کاهش می‌باشند، می‌توان مفصل  $C_{U_1, \dots, U_d}$  را به‌عنوان تبدیل  $H_{X_1, \dots, X_d}$  از  $[-\infty, \infty]^d$  به  $[0, 1]^d$  در نظر گرفت. نتیجه این تبدیل این است که توزیع‌های حاشیه‌ای از  $H_{X_1, \dots, X_d}$  جدا می‌گردند و بنابراین،  $C_{U_1, \dots, U_d}$  تنها به ارتباط بین متغیرها مربوط می‌شوند و توصیف کاملی از ساختار وابستگی کلی ارائه می‌دهند (Nelsen, 2006).

در این مطالعه، برازش هفت تابع مفصل مختلف به شرح جدول ۱ برای ایجاد توزیع دو متغیره مورد آزمون قرار گرفت. برازش و انتخاب تابع مفصل در ابتدا به تعیین میزان وابستگی دو متغیره مورد بررسی بستگی دارد. وجود همبستگی بین داده‌ها از الزامات اجرای توابع مفصل می‌باشد. با بررسی همبستگی بین مقادیر مورد استفاده، می‌توان ساختارهای مفصل‌ها را بررسی و برترین مفصل را انتخاب کرد. به همین دلیل در استفاده از مفصل‌ها، همبستگی مقادیر مورد بررسی با استفاده از آماره تائو کندال<sup>۴</sup> سنجیده می‌شود. از این آزمون در تمامی مطالعات مربوط به توابع مفصل استفاده می‌شود (De Michele and Salvadori, 2003; Czado, 2019; Ramezani et al., 2019). آماره تائو کندال به‌صورت رابطه ۵ می‌باشد:

$$\tau = \left( \frac{N}{2} \right)^{-1} \sum_{i < j} \text{sign}[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] \quad (۵)$$

که در رابطه فوق،  $N$  تعداد داده‌ها،  $\text{sign}()$  تابع علامت و  $x$  و  $y$  جفت داده‌های مشاهداتی برای مقادیر یاد شده می‌باشد. برای تخمین پارامتر وابستگی مفصل در این مطالعه از روش توابع منطقی برای حاشیه‌ها<sup>۵</sup> (IFM) که متداول‌ترین روش برای تخمین پارامترهای مفصل می‌باشد، استفاده گردید (Joe, 1997). برای موارد دو متغیره، فرض شد دو متغیره تصادفی همبسته  $X$  و  $Y$  لیه ترتیب به‌صورت توابع  $f_X(x; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$  و  $f_Y(y; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$  توزیع شده‌اند که  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$  پارامترهای  $f_X$  و  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$  پارامترهای واقعی  $f_Y$  هستند. تعداد واقعی پارامترها

پس از کنترل آماری نکویی برازش<sup>۱</sup> و تعیین توزیع‌های مورد قبول، برای انتخاب بهترین مدل برازشی، جذر میانگین مربعات خطا<sup>۲</sup> (RMSE) (رابطه ۱) و معیار نش-سانکلیف<sup>۳</sup> (رابطه ۲) محاسبه می‌شود. هر کدام از توزیع‌های برازشی که بیشترین مقدار معیار نش-سانکلیف (NS) و کمترین RMSE را داشته باشند، به‌عنوان توزیع مناسب برگزیده می‌شود. آماره آزمون کلموگروف-اسمیرنوف نیز به شرح رابطه ۳ ارائه شد.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2}{n-1}} \quad (۱)$$

$$NS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O}_i)^2} \quad (۲)$$

که در روابط فوق،  $n$  تعداد داده‌ها،  $O_i$  مقدار نمونه مشاهداتی،  $\bar{O}_i$  میانگین مقادیر نمونه‌ها و  $S_i$  مقدار خروجی تابع توزیع مورد آزمون برای مقدار احتمال تجربی هر نمونه می‌باشد (Nash and Sutcliffe, 1970; Nazeri Tahroudi et al., 2021).

$$D_{\max} = \max \{ |F(x_i) - G(x_i)|, |F(x_{i+1}) - G(x_{i+1})| \} \quad (۳)$$

$$i \leq n \leq n-1$$

در رابطه فوق،  $D_{\max}$  میزان انحراف بیشینه بین CDF نظری  $(F(x))$  و تجربی  $(G(x))$  و  $n$  تعداد داده‌های مشاهداتی است. تابع CDF تجربی از رابطه ویبول  $(G(x) = \frac{m}{n+1})$ ،  $m$  شماره ردیف و  $n$  تعداد داده‌هاست تعیین شده است. در صورتی که در سطح احتمال پنج درصد برازش مدل‌ها توسط آزمون K-S مورد تأیید واقع شود، توزیع احتمالاتی مورد نظر از نظر آماری قابل پذیرش است (Tahroudi et al., 2020b).

### توابع مفصل و تئوری اسکالر

مفصل‌ها یک شبهه انعطاف‌پذیر برای ایجاد توزیع‌های توأم آماری با توابع توزیع حاشیه‌ای متفاوت می‌باشند. مفصل‌ها توابع توزیع چندمتغیره هستند که حاشیه‌های یک‌بعدی آن‌ها بر بازه  $(0, 1)$  یکنواخت باشند. معرفی و ارائه مفصل به اسکالر نسبت داده شده است که در یک تئوری توصیف می‌کند چگونه توابع توزیع تک متغیره می‌توانند به فرم توزیع‌های چندمتغیره ترکیب شوند (Sklar, 1959).

- 1 - Goodness of fit
- 2 - Root Mean Square Error (RMSE)
- 3 - Nash-Sutcliffe

4 - Kendall's  $\tau$   
5 - Inference Functions for Margins

$T_{XY}$  نشان داده می‌شود و دوره بازگشت توأمی که در آن جفت داده مشاهده شده  $X$  و  $Y$  به ترتیب هم از  $x$  و هم از  $y$  تجاوز نموده باشد (یعنی،  $X > x$  و  $Y > y$ ) که با  $T'_{XY}$  نشان داده می‌شود.

$$T_{XY} = \frac{1}{P(X > x \text{ or } Y > y)} \quad (۸)$$

$$= \frac{1}{1 - C(F_x(x), F_y(y))}$$

$$T'_{XY} = \frac{1}{P(X > x \text{ and } Y > y)} = \frac{1}{1 - F_x(x) - F_y(y) + C(F_x(x), F_y(y))} \quad (۹)$$

### دوره بازگشت توأم در حالت دو متغیره

در حالت چندمتغیره، دوره بازگشت می‌تواند به صورت

$$T_{X < x} = \frac{1}{P(X < x)}$$

یک واقعه  $X$  است. پس می‌توان رابطه مذکور را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$T_{X < x} = \frac{1}{1 - P(X < x)} \quad (۱۰)$$

حال برای تعیین دوره بازگشت‌های شرطی برحسب سال، برای وقایعی که حد آستانه‌های آن به‌طور شرطی بیان می‌شوند نیز می‌توان توابع توزیع توأم شرطی را جایگزین  $P(X < x)$  نمود. به‌طور مثال، برای تعیین دوره بازگشت رخداد وقایع دو متغیره با  $X < x$  به شرط اینکه  $Y < y$  باشد، با استفاده از توابع مفصل حاکم بر متغیرها، می‌توان از رابطه زیر استفاده نمود.

$$T_{(X|Y)}(x|y) = \frac{1}{1 - C(u|v)} \quad (۱۱)$$

$$C(u|v) = \frac{C(U|V)}{v} \quad (۱۲)$$

که در رابطه فوق  $C(U|V)$  وقایعی را بیان می‌کند که در آن‌ها  $U \leq u$  به شرط اینکه  $V \leq v$  و  $u$  و  $v$  توابع توزیع حاشیه‌ای متناظر با متغیرهای  $X$  و  $Y$  می‌باشند (Yue and Rasmussen, 2002). با در نظر گرفتن حد آستانه‌های شرطی مختلف و استفاده از توابع توزیع توأم شرطی مربوطه، می‌توان به مجموع نقاطی با دوره بازگشت‌های یکسان دست یافت و بر اساس معیارهای مدنظر، یکی از این وقایع را به‌عنوان واقعه طراحی انتخاب نمود.

بستگی به نوع توزیع‌های حاشیه‌ای تک متغیره دارد. برای  $n$  جفت مشاهده مستقل، تابع لگاریتم درستنمایی برای  $X$  و  $Y$  یعنی  $\ln L_X(x; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$  و  $\ln L_Y(y; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$  به‌طور مجزا جهت تخمین پارامترها

بیشینه شدند.  $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p$  و  $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_r$  پارامترهای تخمینی می‌باشند. تابع لگاریتم درستنمایی تابع چگالی احتمال توأم  $f_{X,Y}(x, y)$  به‌صورت زیر در نظر گرفته شد:

$$\ln L(x, y; \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p, \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \dots, \hat{\gamma}_r, \theta) = \ln L_C(x, y; F_x(x), F_y(y), \theta) \quad (۶)$$

$$+ \ln L_X(x; \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p)$$

$$+ \ln L_Y(y; \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \dots, \hat{\gamma}_r)$$

که در آن،  $\ln L_C$  تابع لگاریتم درستنمایی<sup>۱</sup> تابع چگالی مفصل‌ها می‌باشد. با جاگذاری مقادیر تخمین زده‌شده برای  $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p$  و  $\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \dots, \hat{\gamma}_r$  تابع لگاریتم درستنمایی  $\ln L$  برای به دست آوردن پارامتر مفصل تخمینی  $\hat{\theta}$  بیشینه می‌شود. برای انتخاب مناسب‌ترین مفصل، پارامتر تابع مفصل با روش IFM (Joe, 1997) برآورد می‌شود. سپس با مقایسه نتایج هر کدام از مفصل‌ها با نتایج حاصل از احتمال تجربی، مفصل مناسب برای داده‌های موردنظر انتخاب می‌شود.

در این مطالعه، برای تعیین بهترین توزیع مفصل برای ایجاد توزیع دو متغیره، توزیع مفصل تجربی غیر پارامتری محاسبه و با مقادیر پارامتری مقایسه شد. برای یک مورد توأم دو بعدی، مفصل تجربی داده‌های مشاهده‌شده  $(u_i, v_i)$  به شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$C_e(u_i, v_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I \left( \frac{Q_i}{n+1} \leq u_i, \frac{P_i}{n+1} \leq v_i \right) \quad (۷)$$

که در این رابطه،  $C_e$  برابر با مفصل تجربی،  $n$  تعداد مشاهدات و  $I(A)$  پارامتر شاخص<sup>۲</sup> عبارت منطقی  $A$  است. چنانچه عبارت  $A$  درست باشد مقدار یک و اگر نادرست باشد مقدار صفر را اختیار می‌کند.  $P_i$  و  $Q_i$  رتبه داده مشاهداتی  $i$ ام مربوط به کمبود جریان و کمبود بارش می‌باشد.

تحلیل فراوانی دو متغیره در مورد دو متغیر تصادفی همبسته به‌وسیله دوره بازگشت توأم تعریف می‌گردد. دوره‌های بازگشت توأم در دو حالت تعریف شده‌اند (Yue et al., 2001): دوره بازگشت توأمی که در آن مقادیر مشاهده‌شده  $X$  و  $Y$  به ترتیب از مقادیر  $x$  یا از مقادیر  $y$  تجاوز نموده باشد (یعنی،  $X > x$  یا  $Y > y$ ) که با

1 - Log Likelihood

2 - Indicator variable

جدول ۱- توابع مفصل مورد استفاده در این مطالعه

Family	C (u,v)	دامنه $\theta$
Ali-Mikhail-Haq (AMH)	$\frac{uv}{1-\theta(1-u)(1-v)}$	$-1 \leq \theta \leq 1$
Clayton	$(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$	$\theta \geq 0$
Frank	$-\frac{1}{\theta} \ln \left[ 1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right]$	$\theta \neq 0$
Galambos	$uv \exp \left\{ \left[ (-\ln u)^{-\theta} + (-\ln v)^{-\theta} \right]^{-\frac{1}{\theta}} \right\}$	$\theta \geq 0$
Gumbel-Hougaard (GH)	$\exp \left\{ - \left[ (-\ln u)^{\theta} + (-\ln v)^{\theta} \right]^{\frac{1}{\theta}} \right\}$	$\theta \geq 1$
Plackett	$\exp \left\{ - \left[ (-\ln u)^{\theta} + (-\ln v)^{\theta} \right]^{\frac{1}{\theta}} \right\}$	$\theta \geq 0$
Farlie-Gumbel-Morgenstern (FGM)	$\frac{1}{2} \frac{1}{\theta - 1} \left\{ 1 + (\theta - 1)(u + v) - \left[ (1 + (\theta - 1)(u + v))^2 - 4\theta(\theta - 1)uv \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$	$-1 \leq \theta \leq 1$

تا منفی بی‌نهایت تغییر می‌کند. بازه‌های ۰/۷۵-۱، ۰/۷۵-۰/۳۶ و کمتر از ۰/۳۶ برای مقدار این شاخص به ترتیب نشان‌دهنده عملکرد بسیار خوب، رضایت‌بخش و ضعیف مدل مورد استفاده می‌باشد (Nash and Sutcliffe, 1970).

### چگالی شرطی توابع مفصل

در این مطالعه بعد از انتخاب تابع مفصل و ساختار آن، چگالی شرطی تابع مفصل جهت برآورد تبخیر تعرق گیاه مرجع هر ایستگاه با در نظر گرفتن سرعت باد استفاده شد. چگالی شرطی به صورت زیر قابل برآورد می‌باشد (Nazeri-Tahroudi et al., 2020a):

$$c(u_2 | u_1) = \frac{\partial^2 C(u_1, u_2)}{\partial u_1 \partial u_2} \Big|_{u_1} \quad (16)$$

که در آن  $u_1$  و  $u_2$  به ترتیب سرعت باد و تبخیر تعرق گیاه مرجع ایستگاه‌های مورد بررسی می‌باشند.

### شبه‌سازی مبتنی بر ساختار جفت مفصل

مراحل زیر جهت رسیدن به نمونه  $u_1, \dots, u_d$  از مفصل d

### نکوبی برازش مفصل‌ها

برای انتخاب بهترین تابع مفصل از آماره‌های نش-ساتکلیف (رابطه ۳)، آماره جذر میانگین مربعات خطا (رابطه ۱)، AIC (رابطه ۱۳)، BIAS (رابطه ۱۴) و MAE (رابطه ۱۵) استفاده شد.

$$AIC = 2m - 2 \ln(L) \quad (13)$$

$$BIAS = \frac{\sum_{i=1}^n (C_{pi} - C_{ei})}{n} \quad (14)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |C_{pi} - C_{ei}| \quad (15)$$

که در روابط فوق، n اندازه نمونه،  $C_p$  مقادیر محاسبه شده مفصل تئوری،  $C_e$  مقادیر مشاهداتی مفصل تجربی،  $\bar{C}_e$  میانگین مقادیر مشاهداتی مفصل تجربی،  $\ln(L)$  مقدار بیشینه تابع لگاریتم درست‌نمایی و m تعداد پارامترهای برازش داده شده می‌باشند. تابع مفصلی مناسب‌تر می‌باشد که در آن مقادیر N-S، RMSE و BIAS به صفر و مقدار NS به یک نزدیک‌تر باشد. مقدار شاخص NS از یک

متغیره را در نظر بگیرید:

$$\text{First : Sample } w_j \stackrel{i.i.d.}{\sim} U [0;1], j = 1, \dots, d$$

$$\text{Then : } u_1 := w_1$$

$$u_2 := C_{2|1}^{-1}(w_2 | u_1) \quad (17)$$

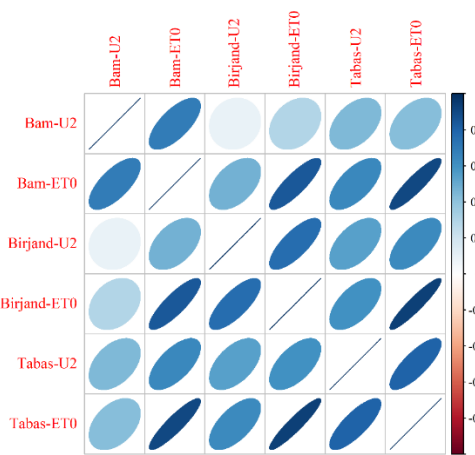
⋮

$$u_d := C_{d|d-1, \dots, 1}^{-1}(w_d | u_{d-1}, \dots, u_1)$$

جهت برآورد تابع توزیع شرطی  $w_j, j = 1, \dots, d, C_{j|j-1, \dots, 1}$ ، نیاز به ساختار جفت مفصل است که یک عبارت تکراری با استفاده از توابع  $h$  برای تابع توزیع شرطی مورد نظر ارائه می‌دهد که می‌تواند به راحتی به صورت بازگشتی معکوس شود (Czado, 2019).

## نتایج و بحث

نتایج بررسی همبستگی مقادیر مورد بررسی که با استفاده از آماره تائو کندال بررسی شده است، به صورت شکل ۴ ارائه شد. در این شکل همبستگی بین داده‌های سرعت باد و تبخیرتغرق گیاه مرجع را می‌توان در بین ایستگاه‌های مختلف مشاهده کرد. نتایج نشان‌دهنده



شکل ۴- مقادیر همبستگی داده‌های مورد بررسی

از بررسی و تائید همبستگی بین مقادیر یادشده، پارامتر وابستگی هفت تابع مفصل یادشده با استفاده از روش IFM تخمین زده شد. برای انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل از آماره‌های  $MAE$ ،  $bias$ ،  $AIC$ ،  $N$ ،  $RMSE$  و  $S$  برای مقایسه مقادیر احتمال حاصل از مفصل تجربی و مفصل‌های تئوری در بحث جفت مفصل‌ها بهره گرفته شد. جداول ۲، ۳ و ۴ نتایج آزمون‌های نکویی برازش را برای هر یک از توابع مفصل مشاهده می‌شود که مفصل گلامبوس با داشتن کمترین مقدار خطا بهترین برازش را بر مقادیر مشاهداتی داشته است.

در ابتدا می‌بایست نکویی برازش توزیع‌های مورداستفاده با استفاده از آزمون‌های اندرسون - دارلینگ و کلموگروف - اسمیرنوف از نظر آماری تائید گردد. بر این اساس تابع  $GEV$  و  $Burr$  به ترتیب برای مقادیر سرعت باد و تبخیرتغرق گیاه مرجع ایستگاه بم، تابع  $LP3$  و  $Weibull$  به ترتیب برای مقادیر سرعت باد و تبخیرتغرق گیاه مرجع ایستگاه بیرجند و تابع  $Weibull$  و  $Burr$  به ترتیب برای مقادیر سرعت باد و تبخیرتغرق گیاه مرجع ایستگاه طیس انتخاب شد. پس از تعیین توابع حاشیه‌ای مناسب، از توابع مفصل علی - میخائیل - حق، کلایتون، گلامبوس، پلاکت، گامبل - هوگارت، فارلی - گامبل - مورگنسترن و فرانک برای ساخت توابع توزیع توأم استفاده گردید. بعد



جدول ۲- نتایج بررسی توابع مفصل مختلف در برآورد توزیع توأم مقادیر سرعت باد و تبخیر تعرق گیاه مرجع ایستگاه بم

معیار ارزیابی	Clyton	AMH	FGM	Frank	Galambos	GH	Plackett
AIC	-۱۲/۶۳	-۱۲/۶۱	-۱۲/۱۵	-۱۲/۷۷	-۱۲/۷	-۱۲/۷۳	-۱۲/۷۲
bias	۰/۰۷	۰/۱۱	۰/۲۰	۰/۰۳	۰/۰۲	۰/۰۴	۰/۰۶
MAE	۰/۰۷	۰/۱۱	۰/۲۰	۰/۰۳	۰/۰۲	۰/۰۴	۰/۰۶
N-S	۰/۹۱	۰/۸۱	۰/۴۲	۰/۹۸	۰/۹۹	۰/۹۷	۰/۹۴
RMSE	۰/۰۹	۰/۱۳	۰/۲۲	۰/۰۴	۰/۰۳	۰/۰۵	۰/۰۷
Teta	۲/۵۷	۰/۹۸	-۱/۰۰	۱۷/۶۶	۱۴/۶۷	۳/۸۲	۲۰/۰۰

جدول ۳- نتایج بررسی توابع مفصل مختلف در برآورد توزیع توأم مقادیر سرعت باد و تبخیر تعرق گیاه مرجع ایستگاه بیرجند

معیار ارزیابی	Clyton	AMH	FGM	Frank	Galambos	GH	Plackett
AIC	-۱۲/۷۲	-۱۲/۵۹	-۱۲/۱۷	-۱۲/۸۱	-۱۲/۷۹	-۱۲/۷۹	-۱۲/۷۲
bias	۰/۰۵	۰/۱۱	۰/۱۸	۰/۰۴	۰/۰۴	۰/۰۴	۰/۰۷
MAE	۰/۰۵	۰/۱۱	۰/۱۸	۰/۰۴	۰/۰۴	۰/۰۴	۰/۰۷
N-S	۰/۹۶	۰/۸۱	۰/۵۴	۰/۹۷	۰/۹۷	۰/۹۷	۰/۹۲
RMSE	۰/۰۶	۰/۱۳	۰/۲۰	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۸
Teta	۶/۳۴	۱/۰۰	-۰/۴۳	۲۰/۰۰	۵/۶۲	۶/۳۱	۲۰/۰۰

جدول ۴- نتایج بررسی توابع مفصل مختلف در برآورد توزیع توأم مقادیر سرعت باد و تبخیر تعرق گیاه مرجع ایستگاه طبس

معیار ارزیابی	Clyton	AMH	FGM	Frank	Galambos	GH	Plackett
AIC	-۱۲/۷۴	-۱۲/۵۱	-۱۲/۱۱	-۱۲/۷۶	-۱۲/۷۶	-۱۲/۷۶	-۱۲/۶۶
bias	۰/۰۱	۰/۱۰	۰/۱۸	۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۵
MAE	۰/۰۳	۰/۱۰	۰/۱۸	۰/۰۳	۰/۰۱	۰/۰۳	۰/۰۶
N-S	۰/۹۸	۰/۸۴	۰/۵۷	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۵
RMSE	۰/۰۴	۰/۱۲	۰/۱۹	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۶
Teta	۱۰/۹۹	۱/۰۰	-۰/۵۰	۲۰/۰۰	۴/۹۳	۵/۵۹	۲۰/۰۰

### تحلیل احتمالات توأم سرعت باد و تبخیر تعرق گیاه مرجع

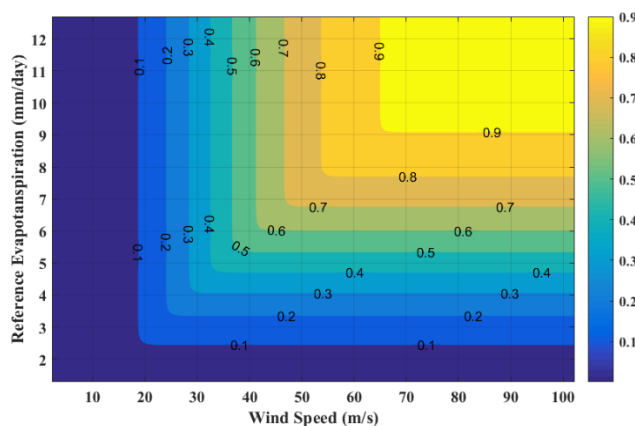
شکل‌های ۵ تا ۷ خطوط هم احتمال تابع توزیع توأم برای داده‌های سرعت باد و تبخیر تعرق گیاه مرجع ایستگاه‌های مورد بررسی را با احتمالات ۱۰ تا ۹۰ درصد نشان می‌دهد. این نمودارها نشان می‌دهند که چگونه می‌توان با استفاده از احتمالات توأم، سرعت باد و تبخیر تعرق گیاه مرجع را در یک ایستگاه به صورت هم‌زمان تعیین نمود. این امر می‌تواند اطلاعات بسیار مفیدی را در ارتباط با رفتار احتمالاتی داده‌های مورد بررسی به منظور مدیریت بهینه در کشاورزی و کشت محصولات بومی و همچنین مدیریت و ارتقا صنعت تولید برق ناشی از توربین‌های بادی، در اختیار کاربران و محققان قرار دهد. به عنوان مثال، می‌توان به ازای سرعت باد موجود در ایستگاه بم، می‌توان احتمال وقوع شرطی و نیز دوره‌های بازگشت توأم تبخیر تعرق گیاه مرجع را تعیین نمود. برای نمونه، با در نظر گرفتن سرعت باد حدود ۹۰ متر بر ثانیه، در ایستگاه بم، با احتمال ۸۰ درصد مقدار

انتخاب مفصل‌های مناسب به محدوده سطح وابستگی می‌توانند توصیف کنند، بستگی دارد. برای نمونه، مفصل گامبل-هوگارد می‌تواند فقط برای وابستگی مثبت به کار رود. مفصل علی-میخائیل-حقوق برای وابستگی ضعیف ( $0.1807 < \tau < 0.3333$ ) و مفصل FGM برای  $-0.22 < \tau < 0.22$  مناسب می‌باشد. در حالی که مفصل‌های کلایتون و فرانک برای هر دو وابستگی مثبت و منفی مناسب هستند (Nelsen, 2006). با توجه به نتایج به دست آمده مشاهده می‌شود که وابستگی پارامترهای مورد بررسی مقادیر مثبتی بوده و در نتیجه، مفصل‌هایی که برای وابستگی‌های مثبت مناسب بودند، بهترین عملکرد را داشته‌اند؛ بنابراین با توجه به نتایج آزمون‌های نکویی برازش، در نهایت برای تمامی ایستگاه‌های مورد بررسی، تابع مفصل گالامبوس برای ایجاد توزیع‌های توأم انتخاب گردید.

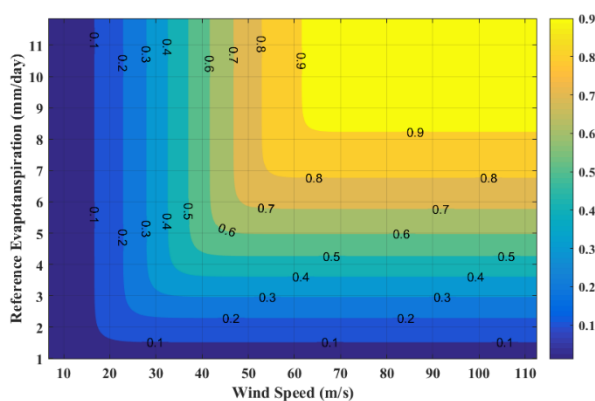
بیش از ۶/۵ میلی‌متر خواهد بود. در واقع شکل‌های ارائه‌شده می‌تواند به‌عنوان یک نمودار تیپ برای شناسایی و تخمین مقادیر تبخیر-تعرق گیاه مرجع و سرعت باد در ایستگاه‌های یادشده باشد.

شکل‌های ۸ تا ۱۰ دوره بازگشت توأم سرعت باد و تبخیر-تعرق گیاه مرجع را در ایستگاه‌های مورد مطالعه برای حالت "یا" (  $X < x$  Or  $Y < y$  ) نشان می‌دهند. در نگاه اول می‌توان مشاهده کرد که با کاهش مقادیر مورد بررسی، در حالت "یا"، دوره بازگشت محاسباتی به‌شدت افزایش می‌یابد. یو و راسموسن در مطالعه‌ای نشان دادند که مقدار دوره بازگشت محاسباتی در حالت‌های "یا" و "و" می‌تواند به ترتیب با رابطه‌های  $T'(X < x \text{ and } Y < y) \approx T^2$  و  $T(X < x \text{ or } Y < y) \approx T/2$  (Yue and Rasmussen, 2002). به‌طور تقریبی تخمین زده شود

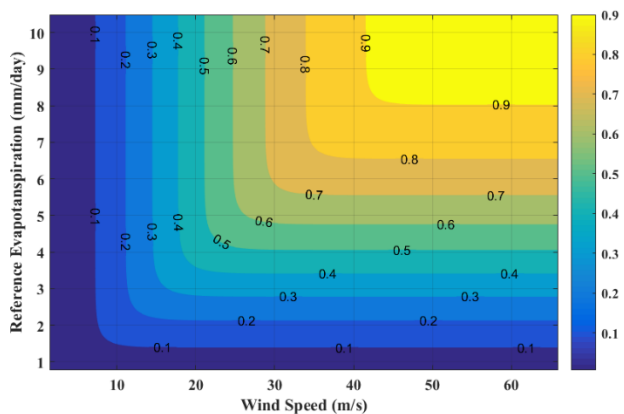
تبخیر-تعرق گیاه مرجع این ایستگاه به‌طور متوسط حدود ۸ میلی‌متر خواهد بود. این نمودار (شکل‌های ۵ تا ۷) جهت برآورد شرطی تبخیر-تعرق گیاه مرجع و همچنین مدیریت کشت و تخصیص منابع آب بسیار پرکاربرد خواهد بود. با توجه به این شکل می‌توان مشاهده کرد که با افزایش سرعت باد، با احتمال بیشتری می‌توان تبخیر-تعرق گیاه مرجع را تخمین زد. به‌طور مثال برای احتمال بیش از ۵۰ درصد در ایستگاه بیرجند، سرعت باد بیش از ۵۰ متر بر ثانیه خواهد بود که این عدد بیانگر تبخیر-تعرق گیاه مرجع بیش از ۵ میلی‌متر در درازمدت می‌باشد. با توجه به منحنی‌های ارائه‌شده، در صورتی که سرعت باد در ایستگاه بم بیش از ۵۰ متر بر ثانیه باشد، با احتمال بیش از ۸۰ درصد، تبخیر-تعرق گیاه مرجع بیش از ۸ میلی‌متر خواهد بود. در ایستگاه بیرجند نیز در شرایطی که سرعت باد بیش از ۵۰ متر بر ثانیه باشد، با احتمال ۸۰ درصد، میزان تبخیر-تعرق گیاه مرجع بیش از ۷ میلی‌متر خواهد بود. در ایستگاه طبس نیز شرایط بدین‌صورت است که با وجود سرعت باد بیش از ۵۰ متر بر ثانیه، با احتمال ۸۰ درصد، میزان تبخیر



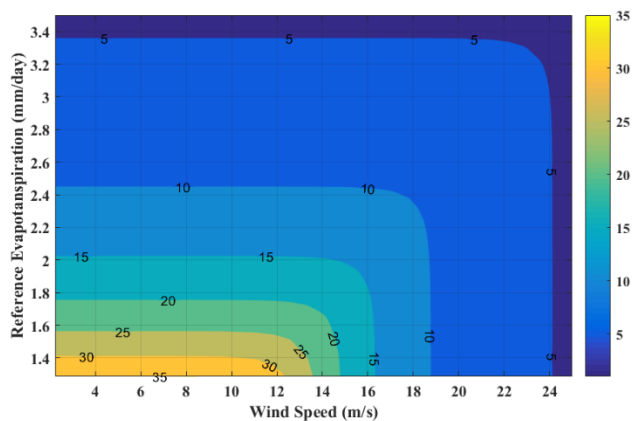
شکل ۵- خطوط هم احتمال تجمعی توأم سری سرعت باد و تبخیر-تعرق گیاه مرجع در ایستگاه بم



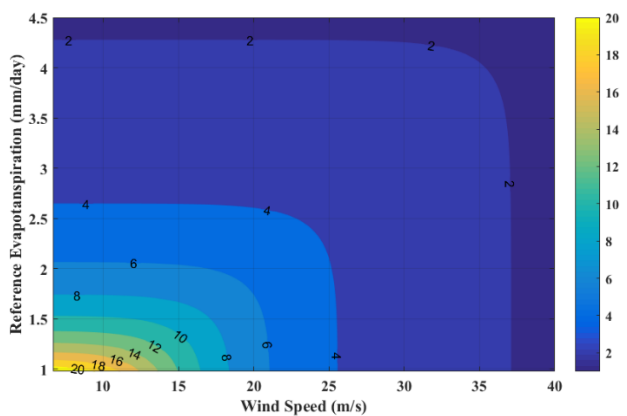
شکل ۶- خطوط هم احتمال تجمعی توأم سری سرعت باد و تبخیر-تعرق گیاه مرجع در ایستگاه بیرجند



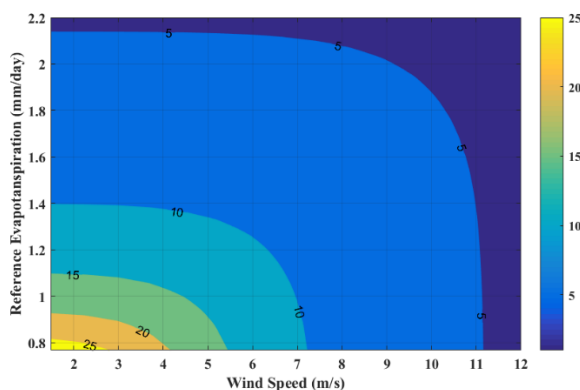
شکل ۷- خطوط هم احتمال تجمعی توأم سری سرعت باد و تبخیر تعرق گیاه مرجع در ایستگاه طبس



شکل ۸- خطوط هم احتمال دوره‌های بازگشت توأم برای حالت "یا" در ایستگاه بم



شکل ۹- خطوط هم احتمال دوره‌های بازگشت توأم برای حالت "یا" در ایستگاه بیرجند



شکل ۱۰- خطوط هم احتمال دوره‌های بازگشت توأم برای حالت "یا" در ایستگاه طبس

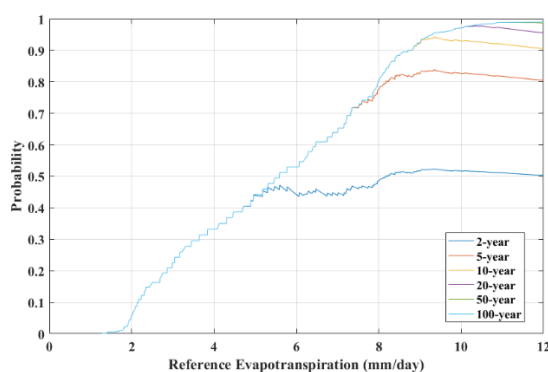
وجود دارد. آنچه به‌وضوح از شکل‌های ارائه‌شده قابل مشاهده می‌باشد، دوره بازگشت‌های کمتر از ۵ سال که انتظار وقوع هرساله آن دور از انتظار نیست، با مقادیر بالای سرعت باد و تبخیرتقرق گیاه مرجع همراه است.

#### تعیین احتمالات شرطی

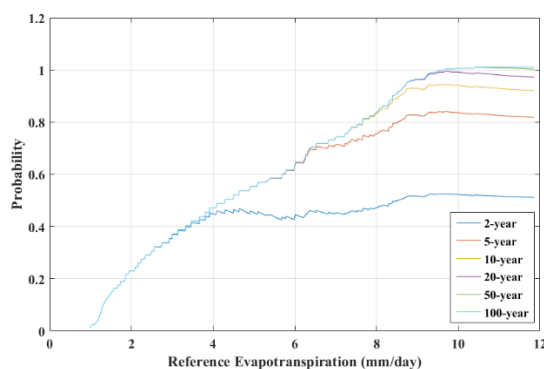
پس از تعیین توابع مفصل منتخب برای بیان ساختار وابستگی بین پارامترهای موردبررسی، برای هر دو پارامتر سرعت باد و تبخیرتقرق گیاه مرجع، می‌توان از این توابع به‌منظور محاسبه دوره‌های بازگشت توأم و شرطی استفاده نمود. با استفاده از توابع حاکم بر متغیرهای موردبررسی در ایستگاه‌های موردبررسی، دوره بازگشت توأم تبخیرتقرق گیاه مرجع تعیین و به‌صورت شکل‌های ۱۱ تا ۱۳ ارائه شد.

برای مثال برای  $T_x = T_y = 100$  سال، دوره بازگشت توأم در حالت "یا" برابر با ۵۰ سال و در حالت "و" برابر با ۱۰۰۰۰ سال تخمین زده می‌شود. این امر بدین مفهوم است که شانس وقوع دو واقعه به‌صورت هم‌زمان بسیار کمتر بوده و در نتیجه دوره بازگشت‌های بزرگ‌تری را نیز تجربه خواهد کرد. بدین صورت می‌توان علت افزایش دوره بازگشت توأم را توجیه نمود. اکنون به مانند شکل قبل، می‌توان حالت‌های مختلفی را در نظر گرفته و احتمال وقوع هر حالت را بررسی نمود.

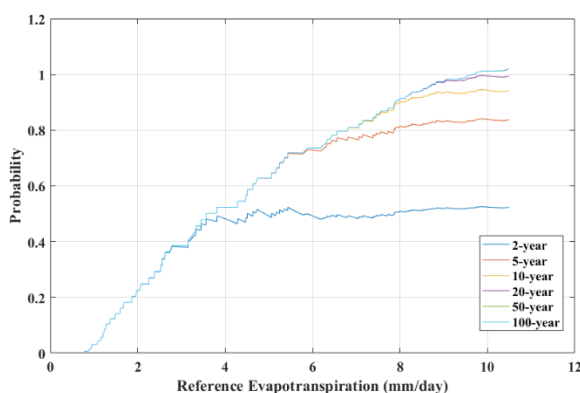
با توجه به شکل ۸ مشاهده می‌شود که با افزایش دوره بازگشت، مقادیر جفت پارامتر کاهش می‌یابد. در حالت بررسی "یا" یعنی حالتی که یکی از دو متغیر از یک حد کمتر باشد، در حالتی که سرعت باد در محل ایستگاه بم بین صفر تا ۱۲ متر بر ثانیه باشد، در دوره بازگشت سی‌ساله، مقادیر تبخیرتقرق گیاه مرجع بین صفر تا ۱/۴ میلی‌متر می‌باشد. برای تمامی ایستگاه‌های مورد مطالعه نیز شرایط این چینی



شکل ۱۱- احتمال وقوع شرطی تبخیرتقرق گیاه مرجع ایستگاه بم در دوره بازگشت‌های ۲ تا ۱۰۰ ساله با در نظر گرفتن دوره بازگشت مقادیر سرعت باد



شکل ۱۲- احتمال وقوع شرطی تبخیر تعرق گیاه مرجع ایستگاه بیرجند در دوره بازگشت‌های ۲ تا ۱۰۰ ساله با در نظر گرفتن دوره بازگشت مقادیر سرعت باد



شکل ۱۳- احتمال وقوع شرطی تبخیر تعرق گیاه مرجع ایستگاه طبس در دوره بازگشت‌های ۲ تا ۱۰۰ ساله با در نظر گرفتن دوره بازگشت مقادیر سرعت باد

منتخب بر داده‌های موردبررسی انتخاب و بر اساس ساختار مبتنی بر چگالی شرطی مفصل‌ها شبه‌سازی صورت گرفت. در این خصوص از مقادیر تبخیر تعرق گیاه مرجع در مقیاس ماهانه و سرعت باد در ارتفاع ۲ متری استفاده شد. با استفاده از چگالی شرطی مفصل‌های دوبعدی، اقدام به شبه‌سازی جفت متغیرهای موردبررسی شد. نتایج شبه‌سازی تبخیر تعرق گیاه مرجع در ایستگاه‌های موردبررسی به صورت شکل-های ۱۴ تا ۱۶ ارائه گردید. با توجه به شکل‌های ارائه شده می‌توان مشاهده کرد که شبه‌سازی مقادیر موردبررسی با استفاده از مفصل‌های منتخب، پراکندگی و همبستگی مناسبی با مقادیر مشاهداتی دارد. جهت بررسی آماره‌های خطا و کارایی مفصل‌ها در شبه‌سازی مقادیر تبخیر تعرق گیاه مرجع، از آماره‌های مختلف ارزیابی مدل استفاده شده و نتایج به شرح جدول ۵ ارائه گردید. همان‌طور که مشاهده می‌شود، کارایی اصلاح مدل مبتنی بر مفصل (آماره rNSE) حدود ۰/۹۸ می‌باشد که کارایی قابل قبولی است. همچنین آماره‌های دیگر نظیر ارقام قابل قبولی را نشان می‌دهند که نزدیک به ۱ بوده و بیانگر کارایی بالا و دقت قابل قبول مدل می‌باشد. از طرفی آماره‌های

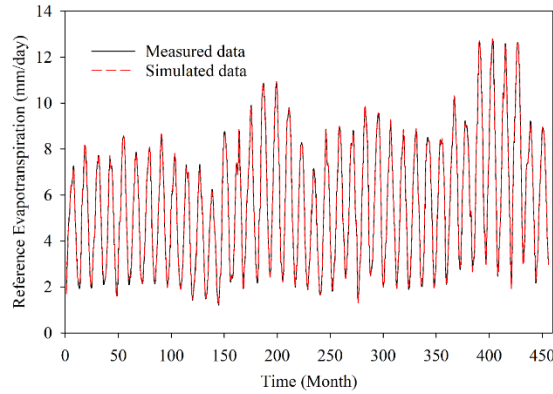
شکل‌های ۱۱ تا ۱۳ را این‌گونه می‌توان توصیف کرد: در صورت وقوع هم‌زمان سرعت باد و تبخیر تعرق گیاه مرجع، با دوره بازگشت‌های مختلف می‌توان تبخیر تعرق گیاه مرجع مبتنی بر سرعت باد را برای منطقه مورد مطالعه تخمین زد. به‌طور مثال می‌توان مشاهده کرد که با دوره بازگشت ۵ ساله، تبخیر تعرق گیاه مرجع ایستگاه بم با احتمال ۸۰ درصد بیش از ۸ میلی‌متر است. به‌طور مشابه می‌توان مشاهده کرد که تبخیر تعرق گیاه مرجع در ایستگاه بم به ترتیب در دوره بازگشت‌های دو تا صدساله از ۰/۸ تا ۱۲ میلی‌متر متغیر خواهد بود. با توجه به شکل‌های ارائه شده می‌توان با دوره بازگشت‌ها و احتمالات مختلف، مقادیر مختلفی برای تبخیر تعرق گیاه مرجع ایستگاه‌های بم، بیرجند و طبس را برآورد کرد.

#### شبه‌سازی مبتنی بر مفصل

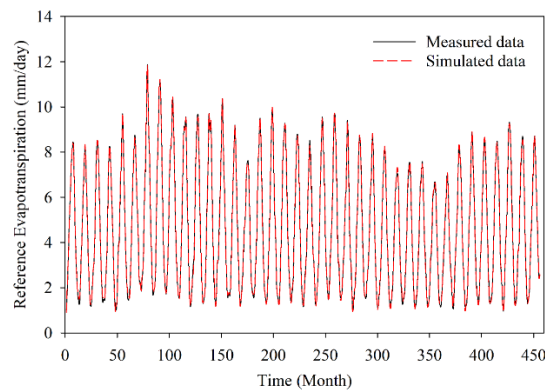
در این مطالعه جهت شبه‌سازی مقادیر تبخیر تعرق گیاه مرجع در مقیاس ماهانه در ایستگاه‌های هواشناسی موجود در کویر لوت از شبه‌سازی مبتنی بر مفصل استفاده شد. در این راستا ابتدا مفصل

مورد بررسی، رقمی قابل قبول می‌باشد. به‌طور کلی نتایج شبیه‌سازی مقادیر تبخیر تعرق گیاه مرجع قابل قبول بوده که نشان‌دهنده انتخاب صحیح توابع مفصل متناسب با داده‌ها است.

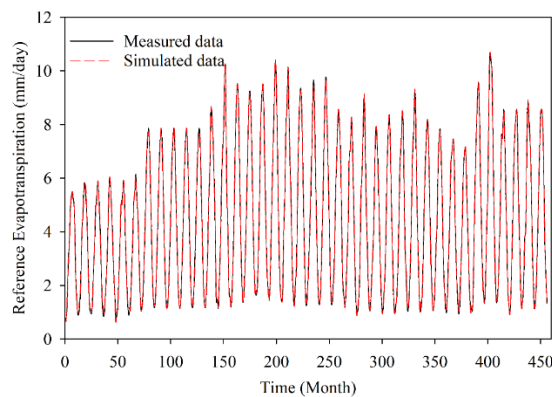
خط نظیر RMSE و MAE نیز میزان خطایی به ترتیب برابر با ۰/۱۰ و ۰/۰۸ میلی‌متر بر روز را برای تمام ایستگاه‌ها نشان می‌دهد که با توجه به دامنه تغییرات مقادیر تبخیر تعرق گیاه مرجع در ایستگاه‌های



شکل ۱۴- شبیه‌سازی مقادیر تبخیر تعرق گیاه مرجع (میلی‌متر بر روز) با استفاده از مفصل‌های دوبعدی در ایستگاه بهم



شکل ۱۵- شبیه‌سازی مقادیر تبخیر تعرق گیاه مرجع (میلی‌متر بر روز) با استفاده از مفصل‌های دوبعدی در ایستگاه بیرجند



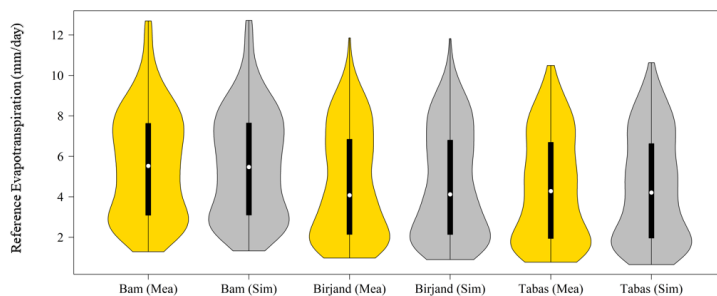
شکل ۱۶- شبیه‌سازی مقادیر تبخیر تعرق گیاه مرجع (میلی‌متر بر روز) با استفاده از مفصل‌های دوبعدی در ایستگاه طبس

جدول ۵- بررسی کارایی مفصل‌های منتخب در شبیه‌سازی مقادیر تبخیر تعرق گیاه مرجع در مقیاس ماهانه در ایستگاه‌های مورد بررسی

Criteria	MAE (mm/day)	RMSE (mm/day)	P Bias%	NSE
Bam	۰/۰۸۱	۰/۱۰۱	۰/۰۰	۰/۹۹۹
Birjand	۰/۰۷۹	۰/۰۹۸	۰/۰۰	۰/۹۹۹
Tabas	۰/۰۸۰	۰/۰۹۹	۰/۰۰	۰/۹۹۹

نشان داد که مفصل منتخب تناوب ماهانه را به خوبی شبیه‌سازی کرده و نقاط اوج نیز به خوبی تأمین شده‌اند. مدل مبتنی بر مفصل و شبیه‌سازی متناظر آن به دلیل استفاده از توزیع حاشیه‌ای متناسب با داده‌های مورد بررسی و همچنین چگالی شرطی توابع مفصل، نتایج ارائه شده را به صورت منطقه‌ای ارائه می‌کند. این شرایط سبب بهبود نتایج و همچنین افزایش اطمینان به آن می‌شود. این مدل به دلیل شرایطی که اشاره شد، محدودیت منطقه‌ای نداشته و در اقلیم‌های مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد.

علاوه بر به‌کارگیری آزمون‌های آماری در بررسی دقت و کارایی مفصل منتخب در شبیه‌سازی مقادیر تبخیر تعرق گیاه مرجع در ایستگاه‌های مورد بررسی، واپولین پلات مربوط به مشاهداتی و شبیه‌سازی شده به صورت شکل ۱۷ ارائه گردید. شکل ۱۷ قطعیت و میزان اعتماد مدل را نشان می‌دهد. هر چه تغییرات مربوط به مقادیر شبیه‌سازی شده و مشاهداتی نزدیک به هم باشد، مدل از قطعیت بالاتری برخوردار می‌باشد. نتایج گرافیکی ارائه شده بیانگر کاهش اختلاف بین مقادیر مشاهداتی و شبیه‌سازی می‌باشد. همچنین نتایج



شکل ۱۷- واپولین پلات مقادیر شبیه‌سازی شده و مشاهداتی تبخیر تعرق گیاه مرجع در ایستگاه‌های مورد بررسی

بودن و دخالت سایر پارامترهای مؤثر در شبیه‌سازی و مدل‌سازی، می‌تواند رویکرد مناسبی در حوزه منابع آب باشد.

### نتیجه‌گیری

در این مطالعه تحلیل همبستگی و شبیه‌سازی مقادیر تبخیر تعرق گیاه مرجع ایستگاه‌های هواشناسی موجود در کویر لوت (بم، بیرجند و طبس) در دوره آماری ۱۹۸۴ تا ۲۰۱۹ با استفاده از مفصل‌های رایج و سایر سرعت باد در مقیاس ماهانه صورت پذیرفت. در ابتدا ساختار همبستگی جفت متغیر مورد بررسی با استفاده از آماره تائو کندال مورد بررسی قرار گرفت. نتایج آماره تائو کندال، تأیید ساختار همبستگی جفت متغیر مورد بررسی بود. همبستگی ۰/۷، ۰/۷۶ و ۰/۸۰ به ترتیب برای جفت متغیر تبخیر تعرق گیاه مرجع و سرعت باد در ایستگاه‌های بم، بیرجند و طبس توسط آماره تائو کندال حاصل شد. با تأیید وجود همبستگی با استفاده از آماره کندال تائو، به بررسی مفصل‌های رایج ۲ بعدی و ساختار چگالی شرطی آن‌ها بر اساس معیارهای bias، AIC، MAE، NSE و RMSE پرداخته شد. ساختار وابستگی ۷ مفصل

شبیه‌سازی مبتنی بر مفصل به دلیل دخالت پارامترهای مؤثر و وابسته در محاسبات، عدم قطعیت شبیه‌سازی‌ها را کاهش می‌دهد. با توجه به دو بعدی بودن مفصل‌های مورد بررسی، اثر متقابل پارامتر وابسته در نظر گرفته می‌شود. نتایج آماره‌های ارزیابی نشان داد که مفصل‌های منتخب در منطقه مورد مطالعه به خوبی مقادیر تبخیر تعرق گیاه مرجع را شبیه‌سازی کرده و از دقت بالایی برخوردار می‌باشد. با توجه به واپولین پلات ارائه شده می‌توان اطمینان کافی به نتایج محاسبات داشت. نمودارهای واپولین، حالتی از نمودارهای جعبه‌ای بوده که تغییرات داده‌ها همراه با چارک‌های مختلف را به نمایش می‌گذارد. از آنجایی که شکل تغییرات مقادیر مشاهداتی و شبیه‌سازی شده مشابه یکدیگر است، نشان‌دهنده قطعیت بالای رویکرد پیشنهادی در شبیه‌سازی مقادیر مورد بررسی است. این رویکرد پیشنهادی به دلیل این که بر پایه توزیع آماری داده‌ها بیان شده است، هیچ محدودیتی در خصوص استفاده از آن در اقلیم‌های مختلف وجود ندارد. نتایج تحقیق بیانگر دقت قابل قبول و قطعیت بالای شبیه‌سازی مبتنی بر مفصل می‌باشد که با نتایج تحقیقات Khashei-Siuki et al. (2021) و Nazeri-Tahroudi et al. (2022) مطابقت دارد. دلیل چند متغیره

آب زیرزمینی با استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری. علوم و مهندسی آبیاری. ۴۴(۱): ۹۳-۱۰۹.

ناظری تهرودی، م، رضانی، ی، دی میکله، ک. و میرعباسی، ر. ۱۳۹۹. برآورد فراوانی توأم بیشینه دبی لحظه‌ای-بار معلق رسوب حوضه آبریز زرینه‌رود با استفاده از تحلیل دوبعدی. آب و خاک. ۳۴(۲): ۳۳۳-۳۴۷. 10.22067/jsw.v34i2.81812

Abdi, A., Hassanzadeh, Y., Talatahari, S., Fakheri-Fard, A. and Mirabbasi, R. 2016. Regional bivariate modeling of droughts using L-comoments and copulas. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*. 31(5): 1199-1210. DOI: 10.1007/s00477-016-1222-x.

Ayantobo, O., O., Li, Y. and Song, S. 2019. Multivariate drought frequency analysis using four-variate symmetric and asymmetric Archimedean copula functions. *Water Resources Management*. 33(1): 103-127.

Czado, C. 2010. Pair-copula constructions of multivariate copulas. In *Copula theory and its applications* (pp. 93-109). Springer, Berlin, Heidelberg.

De Michele, C. and Salvadori, G. 2003. A generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-copulas. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*. 108(D2).

Dixit, S. and Jayakumar, K. V. 2021. A study on copula-based bivariate and trivariate drought assessment in Godavari River basin and the teleconnection of drought with large-scale climate indices. *Theoretical and Applied Climatology*. 146(3): 1335-1353.

Joe, H. 1997. *Multivariate models and multivariate dependence concepts*. London: Chapman & Hall, 399 pp.

Kavianpour, M., Seyedabadi, M. and Moazami, S. 2018. Spatial and temporal analysis of drought based on a combined index using copula. *Environmental Earth Sciences*. 77(22): 769.

Khashei-Siuki, A., Shahidi, A., Ramezani, Y. and Nazeri Tahroudi, M. 2021. Simulation of potential evapotranspiration values based on vine copula. *Meteorological Applications*. 28(5): e2027.

Khozeymehzad, H. and Nazeri-Tahroudi, M. 2020. Analyzing the frequency of non-stationary hydrological series based on a modified reservoir index. *Arabian Journal of Geosciences*. 13(5): 1-13.

Mirabbasi, R., Anagnostou, E. N., Fakheri-Fard, A., Dinpashoh, Y. and Eslamian, S. 2013. Analysis of meteorological drought in northwest Iran using the Joint Deficit Index. *Journal of Hydrology*. 492: 35-48.

کلاتون، علی-میخائیل-حق، فارلی-گامبل-مونگسترن، فرانک، گالامبوس، گامبل-هوگارد و پلاکت موردبررسی قرار گرفت. با بررسی ساختارهای مفصل‌های یادشده، در نهایت با توجه به معیارهای ارائه شده، مفصل گالامبوس به‌عنوان مفصل مناسب‌تر برای تمامی ایستگاه‌های موردبررسی انتخاب گردید. بعد از انتخاب مفصل برتر، تحلیل فراوانی توأم جفت متغیر موردبررسی انجام شد که به ارائه نمودارهای تیپ منجر شد. نمودارهای احتمالاتی و دوره بازگشت توأم و احتمالات شرطی ارائه‌شده برای هر ایستگاه بیانگر دوره بازگشت شرطی متغیر تبخیرتغرق گیاه مرجع با توجه به‌سرعت باد هر ایستگاه می‌باشد. خطوط هم احتمال تابع توزیع توأم برای داده‌های سرعت باد و تبخیرتغرق گیاه مرجع ایستگاه‌های موردبررسی با احتمالات مختلف ارائه شد. این نمودارها نشان می‌دهند که چگونه می‌توان با استفاده از احتمالات توأم، سرعت باد و تبخیرتغرق گیاه مرجع را در یک ایستگاه به‌صورت هم‌زمان تعیین نمود. این امر می‌تواند اطلاعات بسیار مفیدی را در ارتباط با رفتار احتمالاتی داده‌های موردبررسی به‌منظور مدیریت بهینه در کشاورزی و کشت محصولات بومی و همچنین مدیریت و ارتقا صنعت تولید برق ناشی از توربین‌های بادی، در اختیار کاربران و محققان قرار دهد. در نهایت شبیه‌سازی تبخیرتغرق گیاه مرجع با استفاده از مدل مبتنی بر مفصل و مقادیر سرعت باد صورت گرفت. نتایج شبیه‌سازی مقادیر یادشده نشان از مناسب بودن میزان همبستگی جفت متغیرها بود. دقت، کارایی و میزان خطای ناشی از شبیه‌سازی مقادیر تبخیرتغرق گیاه مرجع با استفاده از آزمون‌های آماری مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت. شبیه‌سازی موفقیت‌آمیز پارامتر یادشده در واقع دلیلی بر انتخاب دقیق ساختار مفصل می‌باشد؛ که نتیجه آن میزان خطای حداکثر ۰/۱۰ میلی‌متر در روز و کارایی ۹۸ درصد برای تمامی ایستگاه‌ها بود. با اجرای این الگوریتم در شبیه‌سازی مقادیر تبخیرتغرق گیاه مرجع و ارائه رابطه تخمین آن در منطقه می‌توان به‌راحتی مقدار تبخیر گیاه مرجع را با داده‌های هواشناسی موجود و فارغ از پیچیدگی‌های محاسباتی فراوان، شبیه‌سازی کرد. به‌طور کلی نتایج بیان‌گر دقت قابل‌قبول مفصل گالامبوس در شبیه‌سازی دو متغیره می‌باشد.

## تشکر و قدردانی

این مقاله برگرفته از طرح تحقیقاتی مصوب دانشگاه بیرجند با شماره ابلاغ ۱۴۰۰/د/۱۳۲۶۵ مورخه ۱۴۰۰/۰۸/۱۶ می‌باشد. از این‌رو نویسندگان مقاله از دانشگاه بیرجند کمال تشکر را دارند.

## منابع

ناظری تهرودی، م، رضانی، ی، دی میکله، ک. و میرعباسی، ر. ۱۴۰۰. تعیین توابع مفصل دوبعدی بهینه در تحلیل تغییرات سطح



- Rashid Niaghi, A., Hassanijalilian, O. and Shiri, J. 2021. Estimation of reference evapotranspiration using spatial and temporal machine learning approaches. *Hydrology*. 8(1): 25.
- Salvadori, G. and De Michele, C. 2007. On the use of copulas in hydrology: theory and practice. *Journal of Hydrologic Engineering*. 12(4): 369-380.
- Salvadori, G. and De Michele, C. 2004. Frequency analysis via copulas: Theoretical aspects and applications to hydrological events. *Water resources research*. 40(12).
- Sanikhani, H., Mirabbasi Najaf Abadi, R. and Dinpashoh, Y. 2014. Modeling of temperature and rainfall of Tabriz using copulas. *Journal of Irrigation and Water Engineering*. 5(17): 123-134.
- Shiau, J. T. 2006. Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water resources management*. 20(5): 795-815.
- Sklar, A. 1959. Fonctions de Repartition and Dimensions et Leurs Marges. Publications de L'Institut de Statistique, Universite' de Paris, Paris, 8: 229-231.
- Tahroudi, M. N., Ramezani, Y., De Michele, C. and Mirabbasi, R. 2020a. A new method for joint frequency analysis of modified precipitation anomaly percentage and streamflow drought index based on the conditional density of copula functions. *Water Resources Management*. 34(13): 4217-4231.
- Tahroudi, M. N., Ramezani, Y., De Michele, C. and Mirabbasi, R. 2020b. Analyzing the conditional behavior of rainfall deficiency and groundwater level deficiency signatures by using copula functions. *Hydrology Research*. 51(6): 1332-1348.
- Tahroudi, M. N., Ramezani, Y., De Michele, C. and Mirabbasi, R. 2022. Bivariate Simulation of Potential Evapotranspiration Using Copula-GARCH Model. *Water Resources Management*, <https://doi.org/10.1007/s11269-022-03065-9>.
- Yue, S. and Rasmussen, P. 2002. Bivariate frequency analysis: discussion of some useful concepts in hydrological application. *Hydrological Processes*. 16(14): 2881-2898.
- Yue, S., Ouarda, T. B. M. J. and Bobée, B. 2001. A review of bivariate gamma distributions for hydrological application. *Journal of Hydrology*. 246(1): 1-18.
- Mirabbasi, R., Fakheri-Fard, A. and Dinpashoh, Y. 2012. Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theoretical and Applied Climatology*. 108(1-2): 191-206.
- Muhammad, M.K.I., Shahid, S., Ismail, T., Harun, S., Kisi, O. and Yaseen, Z.M. 2021. The development of evolutionary computing model for simulating reference evapotranspiration over Peninsular Malaysia. *Theoretical and Applied Climatology*. 144(3): 1419-1434.
- Nash, J. E. and Sutcliffe, J. V. 1970. River flow forecasting through conceptual models part I—A discussion of principles. *Journal of hydrology*. 10(3): 282-290.
- Nazeri Tahroudi, M., Pourreza-Bilondi, M. and Ramezani, Y. 2019. Toward Coupling Hydrological and Meteorological Drought Characteristics in Lake Urmia Basin, Iran. *Journal of Theoretical and Applied Climatology*. 138(3): 1511-1523. DOI: 10.1007/s00704-019-02919-4.
- Nazeri Tahroudi, M., Ramezani, Y., De Michele, C. and Mirabbasi, R. 2021a. Flood routing via a copula-based approach. *Hydrology Research*. 52(6): 1294-1308.
- Nazeri Tahroudi, M., Ramezani, Y., De Michele, C. and Mirabbasi, R. 2021b. Multivariate analysis of rainfall and its deficiency signatures using vine copulas. *International Journal of Climatology*. 41(2): 2002-2018.
- Nazeri-Tahroudi, M., Ramezani, Y., De Michele, C. and Mirabbasi, R. 2022. Bivariate Simulation of Potential Evapotranspiration Using Copula-GARCH Model. *Water Resources Management*. 36(3), 1007-1024.
- Nelsen, R. B. 2006. An introduction to copulas. Springer, New York, 269p.
- Nguyen-Huy, T., Deo, R. C., Mushtaq, S., Kath, J. and Khan, S. 2019. Copula statistical models for analyzing stochastic dependencies of systemic drought risk and potential adaptation strategies. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*. 33(3): 779-799.
- Ramezani, Y., Nazeri Tahroudi, M. and Ahmadi, F. 2019. Analyzing the droughts in Iran and its eastern neighboring countries using copula functions. *IDŐJÁRÁS/QUARTERLY JOURNAL OF THE HUNGARIAN METEOROLOGICAL SERVICE*. 123(4): 435-453.

## Bivariate Simulation and Joint Analysis of Reference Evapotranspiration Using Copula Functions

A. Khashei-Siuki<sup>1\*</sup>, A. Shahidi<sup>2</sup>, M. Nazeri Tahroudi<sup>3</sup>, Y. Ramezani<sup>4</sup>

Recived: Feb.12, 2022

Accepted: Apr.10, 2022

### Abstract

The aim of the present study was to analyze the correlation and simulation of the values of reference evapotranspiration of meteorological stations in the Lut Desert (Bam, Birjand, and Tabas) in the period 1984-2019 using common copulas and corresponding wind speed on a monthly scale. By examining the correlation between the pair-variables of wind speed and reference evapotranspiration in Bam, Birjand, and Tabas stations, the correlation was evaluated at about 0.7, 0.76, and 0.80, respectively. By examining the structure of two-dimensional copulas and their conditional density based on different criteria, the Galambos copula was selected as the best copula for all stations. By selecting the best marginal distribution and the best copula, the frequency analysis, joint return period, and copula-based simulation were presented. By presenting the joint probability curves, the probabilities of both wind speed and reference evapotranspiration at each station were presented simultaneously in the form of typical curves, which can provide very useful information about the probabilistic behavior of the studied data. Finally, the reference evapotranspiration values were simulated using a copula-based model and wind speed values. The simulation results of the mentioned values showed that the correlation of the pair-variables was appropriate. The accuracy, efficiency and error rate of simulating the values of reference evapotranspiration values were evaluated using various statistical tests. Successful simulation of this parameter is in fact a reason for accurate selection of the copula structure, which indicated a maximum error rate (RMSE) of 0.1 mm per day and 98% efficiency for all stations. By application of this algorithm in simulating the values of reference evapotranspiration and presenting its estimated relationship in the region, the amount of reference evapotranspiration can be easily simulated with available meteorological data and without much computational complexity.

**Keywords:** Conditional density, Copula function, Galambos, Marginal distribution

1 - Professor, Department of Water Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

2- Associate Professor, Department of Water Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

3- Ph.D. Department of Water Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

4- Associate Professor, Department of Water Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

(\*- Corresponding Author Email: abbaskhashei@birjand.ac.ir)