

مقاله علمی-پژوهشی

## بررسی عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی در مدل‌سازی آب زیرزمینی با روش مونت کارلو با فضای تهی

هادی ابراهیمی<sup>۱\*</sup>، طاهر رجائی<sup>۲</sup>، وحید نورانی<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۴/۰۹ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۵/۳۱

### چکیده

در مدل‌سازی آب‌های زیرزمینی، برای وارد کردن پارامتر هدایت هیدرولیکی، معمولاً آبخوان به پهنه‌هایی تقسیم‌بندی شده و برای هر پهنه یک مقدار برای این پارامتر در نظر گرفته می‌شود. این در حالی است که اندازه‌گیری‌های میدانی این پارامتر تنها در بعضی از نقاط انجام می‌شود و بنابراین تعمیم آن به نواحی دیگر با عدم قطعیت همراه است. هدف از این پژوهش بررسی عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی در مدل‌سازی آبخوان دشت قم است. به این منظور با استفاده از مدل آب زیرزمینی MODFLOW مدل این آبخوان تشکیل شده و در حالت ماندگار با مقدار RMSE برابر ۲/۹۵ متر برای ترازهای آب محاسباتی کالیبره شد. پس از آن، مدل با روش مونت کارلو با فضای تهی برای شناسایی پهنه‌هایی از هدایت هیدرولیکی که مدل را با میزان خطای مشابهی با مدل اصلی کالیبره می‌کنند، اجرا شد. نتایج نشان داد تعداد هشت پهنه مختلف دیگر از هدایت هیدرولیکی وجود دارند که در صورت استفاده از آن‌ها مدل همچنان با میزان خطای مشابهی کالیبره می‌شود. بیشترین انحراف معیار پارامتر هدایت هیدرولیکی برای این هشت پهنه حدود ۲۸ متر در روز در نواحی مرکزی و شمالی آبخوان و کمترین انحراف معیار به میزان کمتر از ۱ متر در روز در نواحی جنوبی و شرقی آبخوان اتفاق افتاد. این به معنای عدم قطعیت بالای پارامتر هدایت هیدرولیکی در نواحی مرکزی و شمالی و عدم قطعیت کمتر آن در نواحی جنوبی و شرقی است. با توجه به این که ارتباط معناداری بین میزان عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی و محل پیژومترها مشاهده نشد، شاید بتوان نتیجه گرفت که افزایش تعداد پیژومترها در مدل‌سازی صورت گرفته کمکی به کاهش عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی نمی‌کند و در نتیجه برای کاهش عدم قطعیت، به اندازه‌گیری‌های بیشتر این پارامتر در نقاط مختلف آبخوان نیاز است.

**واژه‌های کلیدی:** روش مونت کارلو با فضای تهی، عدم قطعیت، مدل آب زیرزمینی، هدایت هیدرولیکی، MODFLOW

### مقدمه

دارد. از جمله افت سطح آب‌های زیرزمینی، آلودگی آبخوان‌ها، فرونشست زمین، ریزش چاه‌ها و ترک خوردگی ساختمان‌ها و جاده‌ها، که تنها بخشی از این اثرات زیان‌بار است (Karimi et al., 2019). به منظور مدیریت سفره‌های آب زیرزمینی و کاهش اثرات زیان‌بار، مدل‌سازی صحیح منابع آب زیرزمینی ضروری است.

برای مدل‌سازی آب‌های زیرزمینی، ابزارهای مدل‌سازی بسیاری از جمله مدل‌های مفهومی و فیزیکی، مدل‌های عددی، مدل‌های آماری و مدل‌های هوش مصنوعی از دهه‌های گذشته تاکنون مورد استفاده قرار گرفته‌اند. مدل‌های آماری و هوش مصنوعی معمولاً ساده هستند و با پیچیدگی‌های طبیعی پدیده‌های مورد مطالعه سروکار ندارند. برتری اصلی این مدل‌ها، مدل‌سازی بدون نیاز به تحلیل سازوکارهای پدیده مورد مطالعه است (Rajaei and Boroumand, 2015). از جمله مدل‌های آماری می‌توان به مدل رگرسیون خطی

در بسیاری از نقاط جهان آب زیرزمینی یک منبع حیاتی برای نیازهای شرب، کشاورزی و صنعت محسوب می‌شود. آب زیرزمینی در مناطق خشک و نیمه خشک مانند ایران که منابع آب سطحی کمیاب هستند، به عنوان تنها منبع آب در دسترس اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. برداشت بی‌رویه از منابع آب زیرزمینی اثرات زیان‌بار بسیاری

۱- دانشجوی دکتری آب و سازه‌های هیدرولیکی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه قم، قم، ایران

۲- استاد گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران

۳- استاد گروه مهندسی آب، دانشکده عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

\*- نویسنده مسئول: (Email: hadi\_e1360@yahoo.com)

DOR: 20.1001.1.20087942.1401.16.4.14.7

ثبت شده، پارامترهای برآورد شده و مدل مفهومی به وجود می‌آید. ارزیابی عدم قطعیت مدل در هریک از این موارد و تعیین میزانی کمی یا کیفی برای آن به درک بهتر نتایج مدل‌سازی و شناخت درست از منابع عدم قطعیت کمک می‌کند. در این میان پارامتر هدایت هیدرولیکی به دلیل تاثیر زیادی که در نتایج مدل‌سازی دارد و مقدار نسبتاً تخمینی و نامشخص آن، به عنوان یکی از منابع مهم عدم قطعیت مورد توجه خاص پژوهشگران بوده است. شایان ذکر است پژوهشگران به بررسی عدم قطعیت موارد دیگری چون میزان تغذیه و آبدهی ویژه نیز پرداخته‌اند.

از پرکاربردترین روش‌ها در تحلیل عدم قطعیت روش مونت کارلو است. این روش از نمونه‌گیری در بازه مورد انتظار برای پارامتر مورد بررسی استفاده می‌کند و مدل را برای تعداد زیادی نمونه اجرا می‌کند. به همین دلیل در این روش محاسبات بسیار زیادی باید انجام شود و در مدل‌های پیچیده زمان زیادی صرف می‌شود. پژوهشگران همواره به دنبال کاستن از حجم محاسبات وقت‌گیر روش مونت کارلو بوده‌اند. روش مونت کارلو با فضای تهی<sup>۵</sup> بخشی از دامنه پارامتر مورد بررسی را که تاثیری در نتیجه مدل ندارد، حذف می‌کند و به این صورت از حجم محاسبات به طور چشمگیری کاسته می‌شود. در این زمینه یوون و همکاران نشان دادند که این روش می‌تواند یک راه‌حل محاسباتی کارآمد و عملی برای تحلیل عدم قطعیت در مدل‌های غیرخطی و پیچیده زیرسطحی و مدل‌های انتقال ارائه کند (Yoon et al., 2013).

همراز و همکاران (۱۳۹۴) انتشار عدم قطعیت مرتبط با پارامترهای هدایت هیدرولیکی و تغذیه را در دشت بیرجند با استفاده از نمونه‌گیری مونت کارلو مبتنی بر روش برآورد عدم قطعیت احتمال تممیم یافته (GLUE) ارزیابی کردند. نتایج نشان داد که همه مناطق آبخوان به پارامتر هدایت هیدرولیکی حساس هستند و عدم قطعیت پارامتر تغذیه در مناطقی که تحت تاثیر جریان ورودی هستند بیشتر است. عابدینی و همکاران (۱۳۹۵) برای تحلیل عدم قطعیت پارامترهای تغذیه و هدایت هیدرولیکی مدل آبخوان بجنورد از روش GLUE مبتنی بر روش مونت کارلو استفاده کردند. نتایج نشان داد پارامتر تغذیه نسبت به هدایت هیدرولیکی از قابلیت تشخیص کمتری برخوردار بوده و در نتیجه عدم قطعیت بیشتری دارد. کاهه و همکاران (۱۳۹۷) به منظور بررسی عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی مدل آب زیرزمینی دشت علی‌آباد قم از روش مونت کارلو استفاده کردند. آن‌ها به منظور کاهش حجم محاسبات از روش تخمین نقطه‌ای روزنبلو<sup>۶</sup> استفاده کرده و توانستند عملکرد روش مونت کارلو را بهبود دهند. نوروزی خطیری و همکاران (۱۳۹۸) با استفاده از روش مونت

چندمتغیره (Mogaji et al., 2015) و مدل میانگین متحرک یکپارچه خودبازگشتی یا ARIMA<sup>۱</sup> (Gibrilla et al., 2018) اشاره کرد. مدل‌های هوش مصنوعی نیز به دلیل توانایی آن‌ها در یادگیری با داده‌های تاریخی، برای مدل‌سازی آب‌های زیرزمینی استفاده شده‌اند. در این مورد در مقاله مروری رجائی و همکاران، مطالعات انجام شده در زمینه استفاده از روش‌های هوش مصنوعی در مدل‌سازی تراز آب زیرزمینی به صورت مفصل مرور شده است (Rajaei et al., 2019).

با این وجود اما مدل‌های مفهومی و فیزیکی هنوز به عنوان ابزار اصلی برای مدل‌سازی آب زیرزمینی شناخته می‌شوند. این نوع مدل‌سازی نیاز به مشخص کردن بسیاری از ویژگی‌های آبخوان مانند شکل و نوع آبخوان، شرایط مرزی، ارتباط آبخوان با محیط اطراف و غیره دارد. پس از آن مدل مفهومی تشکیل شده و معادلات حاکم بر جریان آب زیرزمینی به وسیله روش عددی مناسب حل می‌شوند. این معادلات باید در قالب معادلات دیفرانسیل جزئی فرموله شده و سپس به یک مدل عددی تبدیل شوند. مدل‌های عددی، ابزاری قدرتمند و انعطاف‌پذیر را برای حل مسائل آب زیرزمینی در اختیار پژوهشگر قرار می‌دهند (Hemker and Bakker, 2006). روش‌هایی مثل روش تفاضل محدود، روش اجزاء محدود و روش اجزاء مرزی روش‌هایی عددی هستند که معمولاً در این زمینه استفاده می‌شوند (Yeh and Chang, 2013). لازم به ذکر است علاوه بر این که هر فرد می‌تواند شخصاً این روش‌ها را برنامه‌نویسی کرده و به کار ببرد، نرم‌افزارهایی نیز برای مدل‌سازی عددی آب‌های زیرزمینی توسعه یافته‌اند (Diersch, 2005). برنامه MODFLOW (McDonald and Harbaugh, 1988) یکی از پرکاربردترین برنامه‌های مدل‌سازی آب زیرزمینی است که از روش تفاضل محدود برای حل معادلات استفاده می‌کند. نرم‌افزارهایی مانند PMWIN<sup>۲</sup>، GMS<sup>۳</sup> و Visual MODFLOW<sup>۴</sup> همگی بر اساس برنامه اولیه MODFLOW ساخته و توسعه داده شده‌اند.

مطالعات زیادی در زمینه مدل‌سازی آب‌های زیرزمینی با نرم‌افزارهای ذکر شده در بالا در مجلات معتبر علمی منتشر شده است. همچنین مقالات مروری‌ای نیز پیدا می‌شوند که مطالعات در این خصوص را بررسی و مقایسه کرده‌اند (Zhou and Li, 2011; Singh, 2014). در مدل‌سازی آب زیرزمینی پس از کالیبره کردن مدل و به حداقل رساندن خطای محاسبات، مرحله‌ای تکمیلی به نام تحلیل عدم قطعیت وجود دارد که در سال‌های اخیر بیشتر مورد توجه پژوهشگران بوده است. عدم قطعیت به دلیل آگاهی ناقص از ویژگی‌های طبیعی پدیده مورد مطالعه و در سه منبع اصلی داده‌های

5- Null Space Monte Carlo Method

6- Generalized Likelihood Uncertainty Estimation

7- Rosenblueth's Point Estimation Method

1- Autoregressive integrated moving average

2- Processing MODFLOW for window

3- Groundwater Modeling System

4- Visual modular three dimensional flow

همان گونه که اشاره شد در روش مونت کارلو می‌بایست مدل با تعداد تکرارهای بسیاری اجرا شود و این موضوع باعث ایجاد حجم محاسبات فراوان و زمان‌بر می‌شود. در روش مونت کارلو با فضای تهی، با حذف بازه‌هایی از پارامتر که تاثیر چندانی در نتایج مدل ندارند، با کاهش تعداد اجراهای مدل حجم و زمان محاسبات نیز کاسته می‌شود. در این پژوهش پس از تشکیل و کالیبره کردن مدل آب زیرزمینی آبخوان دشت قم در حالت ماندگار، روش مونت کارلو با فضای تهی برای بررسی عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی به کار گرفته شد. برای به کارگیری این روش، برآورد هدایت هیدرولیکی باید از شیوه پهنه به پهنه به شیوه سلول به سلول تغییر کند که این کار با کالیبره کردن مدل با نقاط پایلوت و روش SVD-Assist<sup>4</sup> انجام شد. هدف از این پژوهش یافتن پهنه‌هایی از هدایت هیدرولیکی است که در صورت استفاده از آن‌ها مدل همچنان با دقتی مشابه با مدل اصلی کالیبره می‌شود. به این ترتیب می‌توان با بررسی تغییرات احتمالی هدایت هیدرولیکی میزان عدم قطعیت این پارامتر را در قسمت‌های مختلف آبخوان بررسی کرد.

## مواد و روش‌ها

### منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه آبخوان دشت قم است که با وسعت ۴۵۸ کیلومتر مربع در استان قم واقع شده است. آبخوان دشت قم به عنوان بخش کوچکی از حوضه آبخیز کویر مرکزی ایران بین عرض‌های جغرافیایی ۳۴ درجه و ۲۶ دقیقه تا ۳۴ درجه و ۴۲ دقیقه شمالی و طول‌های جغرافیایی ۵۰ درجه و ۴۶ دقیقه تا ۵۱ درجه و ۱۰ دقیقه شرقی واقع شده است (شکل ۱). این منطقه دارای آب و هوای گرم و خشک است، به طوری که زمستان‌ها نسبتاً سرد و تابستان‌ها بسیار گرم است. میانگین بارندگی سالانه استان قم در یک دوره ده ساله ۱۳۵ میلی متر در سال بوده است (اداره کل هواشناسی استان قم، ۱۴۰۱). آبخوان دشت قم از نظر هیدروژئولوژیکی یک آبخوان آبرفتی آزاد یک لایه است که در شمال غرب و غرب توسط کوهپایه‌ها و دشت‌های رودخانه ای و در جنوب شرق و شرق با شنزارها و دشت‌های آبرفتی احاطه شده است. در آخرین قسمت‌های شرقی، آبخوان به دریاچه نمک می‌رسد که پست‌ترین نقطه منطقه مورد مطالعه است. یکی از ویژگی‌های این منطقه وجود نداشتن رودخانه دائمی است و جریان آب‌های سطحی فصلی نیز معمولاً بسیار کم است که تقریباً به طور کامل در اراضی بالادست برای آبیاری مزارع یا تغذیه سفره‌های زیرزمینی استفاده می‌شود (Ebrahimi and Rajaei, 2017). در آبخوان دشت قم ۱۵۸۲ حلقه چاه عمیق و نیمه عمیق وجود

کارلو در تحلیل عدم قطعیت پارامترهای تغذیه و هدایت هیدرولیکی آبخوان اصفهان-برخوار دریافتند که هدایت هیدرولیکی عدم قطعیت کمتری نسبت به تغذیه دارد.

معصومی و همکاران روش برازش عدم قطعیت متوالی (SUFI-2)<sup>1</sup> را برای کالیبراسیون خودکار مبتنی بر عدم قطعیت پارامترهای مدل MODFLOW در آبخوان دشت اردبیل به کار بردند. در مقایسه با الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات (PSO)<sup>2</sup>، این روش مقادیر منطقی‌تری به دست آورد و تعداد اجرای کمتری داشت (Masoumi et al., 2020). همچنین معصومی و همکاران (۱۴۰۰) با استفاده از روش SUFI-2 برای تحلیل عدم قطعیت هدایت هیدرولیکی و آبدی ویژه دریافتند که این روش عملکرد بهتری نسبت به روش کالیبراسیون خودکار PEST<sup>3</sup> دارد. موگس و همکاران همکاران با استفاده از تکنیک‌های آماری، کالیبراسیون چند متغیره و روش مونت کارلو با فضای تهی چارچوبی برای بررسی عدم قطعیت در مدل ترکیبی آب سطحی-آب زیرزمینی ارائه کردند. این چارچوب برای آشکار کردن تأثیر متقابل متغیرهای ورودی، کمی کردن عدم قطعیت‌ها در هر مدل فرعی و ردیابی انتشار آن‌ها بود (Moges et al., 2020). یین و همکاران عدم قطعیت پارامترهای هدایت هیدرولیکی و ضریب ذخیره ویژه آبخوان آبرفتی رودخانه می‌سی‌سی‌پی را با استفاده از روش بی‌زین چندمدلی مبتنی بر مونت کارلو کمی‌سازی کردند که پیش‌بینی‌های مطمئن‌تری نسبت به مدل MODFLOW کالیبره شده ارائه می‌داد (Yin et al., 2021). کویی و همکاران نشان دادند روش وارد کردن پارامترهای هدایت هیدرولیکی و ضریب ذخیره ویژه تأثیر قابل‌توجهی بر عدم قطعیت مدل دارد. آن‌ها ابتدا با یک روش ساده که تنها بر ویژگی‌های هیدرولیکی و عمق تکیه داشت این پارامترها را وارد کردند و سپس تغییرات مکانی بیشتری از پارامترها را با استفاده از نقاط پایلوت به مدل وارد کردند. مدلی که از پارامترسازی ساده استفاده می‌کرد، پیش‌بینی‌هایی با دامنه بسیار گسترده‌تر از مدل با پارامترسازی پیچیده‌تر ارائه می‌داد (Cui et al., 2021). لیکگارد و همکاران با ترکیب روش مونت کارلو با شبکه عصبی و استفاده از آن در تولید توزیع احتمال بهینه پارامترها توانستند سرعت کمی‌سازی عدم قطعیت مدل آب زیرزمینی را تا ۵۰ درصد افزایش دهند (Lykkegaard et al., 2021). همچنین عباس زاده شهری و همکاران برای کمی‌سازی عدم قطعیت یک مدل هوش مصنوعی آب زیرزمینی از روشی مبتنی بر توپولوژی بهینه شبکه که بر روی وزن‌های شبکه متمرکز بود استفاده کردند و نتیجه گرفتند که این روش با توجه به سرعت بالای آن می‌تواند جایگزین روش مونت کارلو شود (Abbaszadeh Shahri et al., 2022).

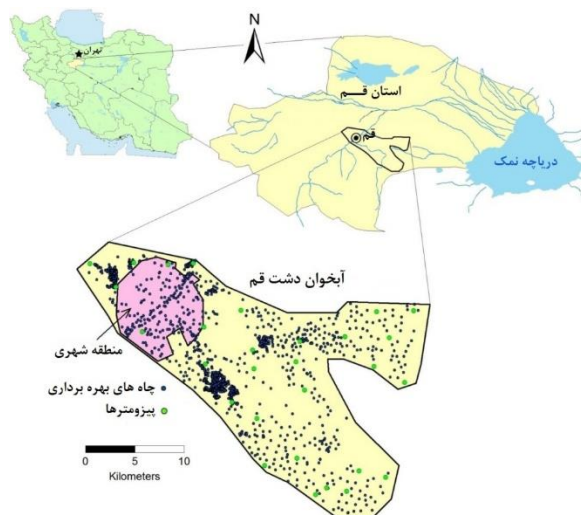
1- Sequential uncertainty fitting

2- Particle swarm optimization

3- Parameter estimation

4- Singular Value Decomposition

دهه اخیر مشهود است (رجایی و ابراهیمی، ۱۳۹۴) که به نظر می‌رسد ناشی از پمپاژ بیش از حد از چاه‌های بهره برداری و همچنین کاهش دبی رودخانه‌های فصلی باشد. با توجه به اینکه میزان بارندگی در منطقه مورد مطالعه کم است، جریان‌های فصلی و جریان آب‌های زیرزمینی از اراضی بالادست نقش مهمی در تغذیه آبخوان دشت قم دارند.



شکل ۱- منطقه مورد مطالعه

در سیستم‌های پیچیده امکان‌پذیر نیست و بنابراین باید از روش‌های عددی برای حل این معادله استفاده کرد.

چندین نرم‌افزار برای مدل عددی MODFLOW توسعه داده شده است که از معروف‌ترین آن‌ها می‌توان به نرم افزارهای Visual MODFLOW، PMWIN و GMS اشاره کرد. در این تحقیق از نرم افزار GMS استفاده شده است. نرم‌افزار GMS ماژول‌های مختلفی دارد که می‌تواند فرمت‌های گوناگون داده‌های ورودی را بخواند. سپس برنامه MODFLOW برای اجرا فراخوانی می‌شود. در نهایت، خروجی‌های مدل یعنی بار (ارتفاع) هیدرولیکی و جریان آب زیرزمینی محاسبه شده و در قالبی کاربرپسند نشان داده می‌شوند.

اولین گام در مدل‌سازی با GMS ایجاد یک مدل مفهومی مناسب است. یک مدل مفهومی شامل شکل، نوع، ویژگی‌های هیدروژئولوژیکی، شرایط مرزی و غیره آبخوان است و برای درک رفتار مدل ضروری است. پس از این باید یک شبکه‌بندی برای روش تفاضل محدود ایجاد شود و سپس مدل MODFLOW اجرا و کالیبره شود. در مرحله کالیبره کردن، پارامترهای ورودی اصلاح شده و تغییر می‌کنند تا خطای مدل تا حد امکان کاهش یابد.

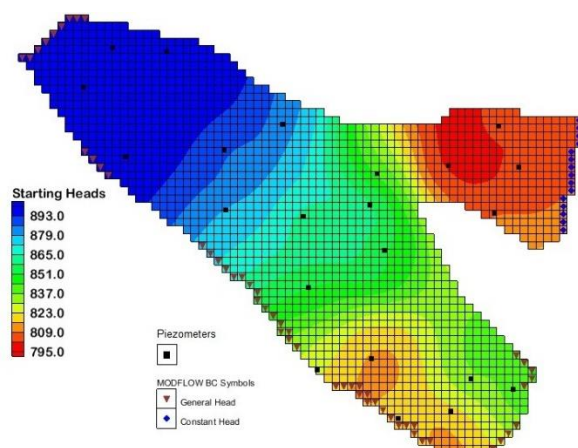
دارد که برای تامین نیازهای کشاورزی، صنعت و شرب، آبخوان را با دبی‌های مختلف تخلیه می‌کنند. این چاه‌ها از حدود ۵۰ سال پیش به این سو حفر شده‌اند و پیش از آن قنات‌ها و جریان فصلی رودخانه قمرود آب مورد نیاز منطقه را تامین می‌کرده‌اند. در حال حاضر بیشتر قنات‌های منطقه خشک شده‌اند و جریان سطحی رودخانه قمرود نیز بسیار ناچیز است (Jomehpour, 2009). بر اساس داده‌های ثبت شده از پیژومترهای موجود در منطقه، افت شدید تراز آب زیرزمینی در چند

## مدل عددی MODFLOW

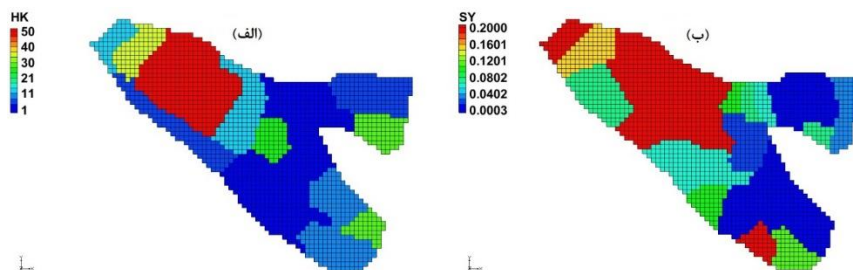
برنامه MODFLOW اولین بار در سال ۱۹۸۹ توسط سازمان زمین‌شناسی ایالات متحده (USGS) منتشر شد و در سال‌های بعد توسعه یافت. نسخه اولیه این برنامه توسط مک دونالد و هاربا نوشته شده است که به صورت یک کد منبع باز موجود است (McDonald and Harbaugh, 1988). برنامه MODFLOW از روش تفاضل محدود برای حل معادلات جریان آب زیرزمینی استفاده می‌کند و می‌تواند انواع مختلف آبخوان مانند آبخوان آزاد و تحت فشار را در شرایط ماندگار و غیرماندگار شبیه‌سازی کند. معادله دیفرانسیل جزئی سه بعدی برای جریان آب زیرزمینی در قالب معادله لاپلاس به صورت زیر بیان می‌شود (Todd and Mays, 2005):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) + W = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

که در آن  $K_{xx}$ ،  $K_{yy}$  و  $K_{zz}$  به ترتیب هدایت هیدرولیکی در جهات  $x$ ،  $y$  و  $z$  هستند،  $h$  نشان دهنده بار هیدرولیکی (به عبارت دیگر تراز آب زیرزمینی) و  $W$  عبارت تغذیه یا تخلیه است. در سمت راست معادله (۱)،  $S_s$  نشان دهنده ضریب آبدهی (یا ذخیره) ویژه و  $t$  زمان است. لازم به ذکر است که یافتن جواب تحلیلی برای معادله (۱)



شکل ۲- شرایط مرزی، موقعیت پیزومترها، شبکه بندی و تراز آب اولیه مدل



شکل ۳- پهنه بندی اولیه پارامترهای هیدرودینامیکی (الف)  $HK$  افقی و (ب)  $S_y$

می یابد. این مقادیر اولیه به شکل چند ضلعی به مدل داده شد (شکل ۳(الف) و ۳(ب)). شایان ذکر است مقدار  $HK$  در حالت مدل ماندگار و مقدار  $S_y$  در حالت مدل غیرماندگار کالیبره می شوند.

### تغذیه و تخلیه آبخوان

منابع تغذیه آبخوان دشت قم، ورودی آب از مرزهای با بار هیدرولیکی معین در شمال و غرب آبخوان، نفوذ آب باران و نشت آب آبیاری و فاضلاب بوده، در حالی که تخلیه آبخوان از طریق پمپاژ آب از چاه های بهره برداری صورت می گیرد. مقادیر و سری های زمانی تغذیه و تخلیه برای ورود به مدل به وسیله داده های دریافتی از شرکت آب منطقه ای قم تهیه شدند. پلان آبخوان بر اساس نقشه کاربری اراضی به تعدادی چندضلعی تقسیم شد و برای هر چندضلعی، میانگین تغذیه روزانه به مدل داده شد. برای وارد کردن میزان تخلیه، بر اساس ساختار نرم افزار GMS میانگین دبی ماهانه چاه های بهره برداری محاسبه شده و به مدل وارد شد.

### شبکه بندی آبخوان

پس از ساخت مدل مفهومی، شبکه بندی سطح آبخوان باید به گونه ای ایجاد شود که متناسب با مدل مفهومی باشد. از این

### شرایط مرزی آبخوان

آبخوان دشت قم یک آبخوان آزاد یک لایه است. مرزهای آبخوان در شکل ۲ نشان داده شده اند. مرزهای ورودی در شمال غرب، غرب و جنوب شرقی قرار دارند که با توجه به بیلان آب و خطوط هم پتانسیل، این مرزها به عنوان مرز با بار هیدرولیکی معین<sup>۱</sup> در نظر گرفته شدند. تنها مرز خروجی آبخوان در شرق قرار دارد که به عنوان مرز با بار هیدرولیکی ویژه<sup>۲</sup> در نظر گرفته شد. بقیه مرزها ارتباط ناچیزی با محیط پیرامون دارند و به عنوان مرزهای ناتراوا در نظر گرفته شدند.

### پارامترهای هیدرودینامیکی آبخوان

مقادیر اولیه هدایت هیدرولیکی افقی ( $HK^x$ ) و آبدهی ویژه ( $S_y$ ) آبخوان قبلاً توسط شرکت آب منطقه ای قم برآورد شده و در دسترس بود. (شرکت سهامی آب منطقه ای قم، ۱۳۹۲). در قسمت های غربی آبخوان، خاک نسبتاً شنی است، در حالی که در قسمت های شرقی، خاک رسی می شود. بنابراین از غرب به شرق مقدار  $S_y$  کاهش

- 1- General head boundary
- 2- Constant head boundary
- 3- Horizontal K

مدل‌سازی، پارامترهای ورودی تعریف شده توسط کاربر را به گونه‌ای تنظیم می‌کند که تفاوت بین مقادیر شبیه‌سازی شده و مشاهده شده به حداقل برسد. در پژوهش حاضر ابتدا از روش آزمون و خطا با تغییر و اصلاح مقادیر هدایت هیدرولیکی، تغذیه و تخلیه برای کاهش هرچه بیشتر خطا استفاده شد. سپس از روش PEST برای کالیبراسیون خودکار پارامتر هدایت هیدرولیکی استفاده شد.

### روش مونت کارلو با فضای تهی

روش مونت کارلو در واقع تکنیکی است که از طریق نمونه‌سازی آماری در بازه‌های مورد انتظار، پاسخ‌هایی را برای مسائل فراهم می‌کند که با بررسی این پاسخ‌ها و میزان درستی آن‌ها می‌توان به میزان قطعی بودن یا نبودن بودن نمونه‌ها پرداخت. مزیت اصلی این روش آن است که به راحتی قابل درک است و به فرضیات دشوار نیاز ندارد. مفهوم به کار بردن روش مونت کارلو در مدل‌سازی این است که یک مدل با بازه‌ای از پارامترها به تعداد دفعات زیادی اجرا شده و نتایج شبیه‌سازی شده و مشاهده شده با هم مقایسه شوند تا نحوه رفتار مدل در رابطه با عدم قطعیت پارامترها توصیف شود (Hamraz et al., 2015). به عبارت دیگر به کار بردن این روش در یک مدل به معنای توصیف کردن چگونگی انتشار عدم قطعیت‌های موجود در ورودی‌های مدل به عدم قطعیت خروجی‌های مدل است. این کار با تعیین ورودی‌ها به عنوان توزیع‌های احتمال (توابع توزیع احتمال پیشین) و به دست آوردن توزیع احتمال خروجی‌ها (توابع توزیع احتمال پسین) انجام می‌شود. مشخص است که اگر ورودی‌های توصیف کننده یک سامانه، غیرقطعی باشند، آن‌گاه پاسخ سامانه نیز الزاماً غیرقطعی است. به عبارت دیگر نتیجه هر گونه تحلیل مبتنی بر ورودی‌هایی که یک توزیع احتمال هستند، خود یک توزیع احتمال است. نتیجه شبیه‌سازی مونت کارلو یک احتمال است که به صورت کمی یا کیفی بیان می‌شود (Kroese et al., 2014). برای به کار بردن روش مونت کارلو، مدل به تعداد دفعات زیادی (به اندازه تعداد نمونه‌های تابع توزیع پیشین) اجرا می‌شود. به هر بار اجرای مدل یک تحقق<sup>۱</sup> گفته می‌شود. برای هر تحقق، تمام پارامترهای غیرقطعی ورودی و خروجی نمونه‌برداری می‌شوند و در عین حال میزان خطای مدل محاسبه می‌شود. بنابراین تعداد زیادی نتیجه مستقل و جداگانه تولید می‌شود. در مرحله بعد آن دسته از تحقق‌هایی انتخاب می‌شوند که خطای مدل در آن‌ها از حد مشخصی کمتر است. پارامترهای مربوط به این دسته از تحقق‌ها خود یک توزیع احتمال هستند که با استفاده از آن می‌توان به توصیف عدم قطعیت مدل پرداخت. دقت شبیه‌سازی مونت کارلو تابعی از تعداد تحقق‌های مدل است و بازه اطمینان نتایج را می‌توان از روی تعداد تحقق‌ها به دست آورد.

شبکه‌بندی در روش تفاضل محدود استفاده می‌شود و بنابراین، تعداد سلول‌ها بر دقت و زمان اجرای مدل تأثیر می‌گذارد. شبکه‌بندی ایجاد شده در این تحقیق شامل ۵۶ ردیف و ۷۲ ستون است که بر اساس شکل آبخوان تعداد ۱۸۴۰ سلول مربعی فعال ۵۰\*۵۰ متر را تشکیل می‌دهند (شکل ۲).

### مدل‌سازی در حالت‌های ماندگار و غیرماندگار

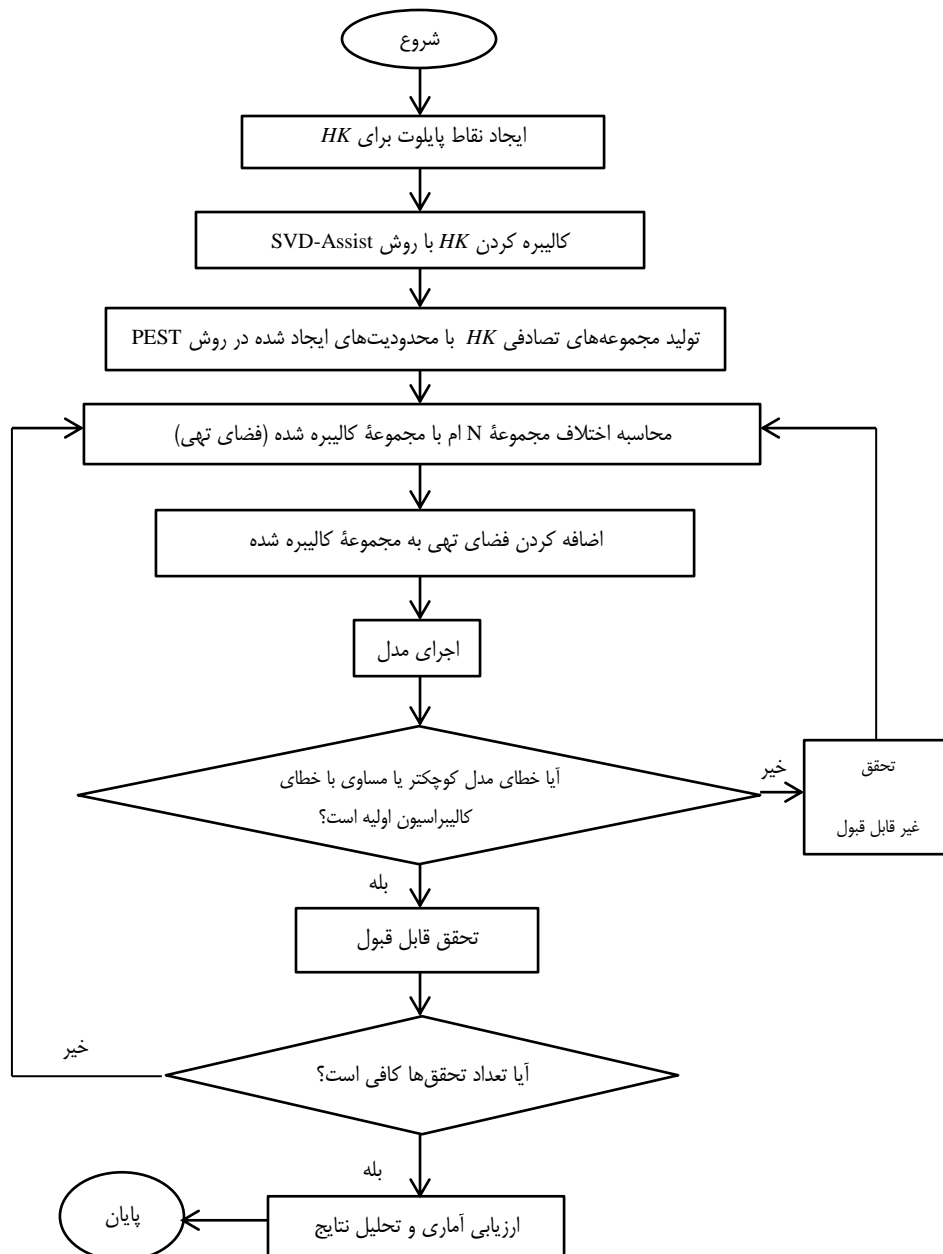
در فرآیند مدل‌سازی آب زیرزمینی با نرم‌افزار GMS، حالت ماندگار برای اصلاح و کالیبره کردن مقادیر اولیه پارامترهای ورودی انجام می‌شود. در این مطالعه از تراز آب زیرزمینی میانگین سال آبی ۱۳۸۶-۱۳۸۷ برای شبیه‌سازی حالت ماندگار استفاده شد که به عنوان بار هیدرولیکی اولیه در شکل ۲ نشان داده شده‌اند. علاوه بر داده‌های تراز آب زیرزمینی، میزان تغذیه و تخلیه سال آبی ۱۳۸۶-۱۳۸۷ برای مدل حالت ماندگار تعریف شدند. در حالت غیرماندگار سری زمانی پارامترهای اشاره شده برای مدل تعریف می‌شوند. شایان ذکر است در این مقاله نتایج مدل‌سازی حالت غیرماندگار آورده نشده است.

### کالیبره کردن مدل

مرحله مهم بعدی کالیبره کردن مدل است. در این مرحله هدایت هیدرولیکی از پارامترهای مهمی است که باید اصلاح و کالیبره شود. علاوه بر این، بسیاری از ورودی‌های دیگر مدل مانند تغذیه و تخلیه را می‌توان به عنوان مقادیر نامشخص در نظر گرفت و کالیبره کرد. در این پژوهش و در حالت مدل‌سازی ماندگار، مقادیر هدایت هیدرولیکی، تغذیه و تخلیه دوباره برآورد شده و اصطلاحاً کالیبره شدند. ترازهای آب زیرزمینی ثبت شده از ۲۲ پیرومتر موجود در منطقه (شکل ۲) به عنوان داده‌های مشاهده شده برای مقایسه با نمونه‌های محاسبه شده توسط مدل استفاده شدند. فرآیند کالیبره کردن تا وقتی ادامه می‌یابد که تفاوت بین تراز آب زیرزمینی محاسبه شده و مشاهده شده به میزان قابل قبولی کاهش یابد. روش‌های مختلفی برای کالیبره کردن مدل MODFLOW وجود دارد. اولین و ساده‌ترین راه روش آزمون و خطا است که می‌توان از آن برای تنظیم دستی پارامترهای ورودی استفاده کرد. روش‌های دیگری نیز توسعه یافته‌اند که از تکنیک‌های ریاضی برای به حداقل رساندن خطای کالیبراسیون استفاده می‌کنند. روش تخمین پارامتر خودکار یا همان PEST که اولین بار توسط دوهرتی و همکاران توسعه یافت، یک روش شناخته شده است که به طور گسترده‌ای برای کالیبره کردن مدل MODFLOW استفاده می‌شود (Doherty et al., 1994). در بیشتر موارد، کالیبراسیون با روش PEST بسیار سریع انجام می‌شود. این روش در واقع یک مدل معکوس است که به طور خودکار پارامترهای مورد نظر را تخمین می‌زند. این مدل معکوس با استفاده از همان قواعد و روابط موجود

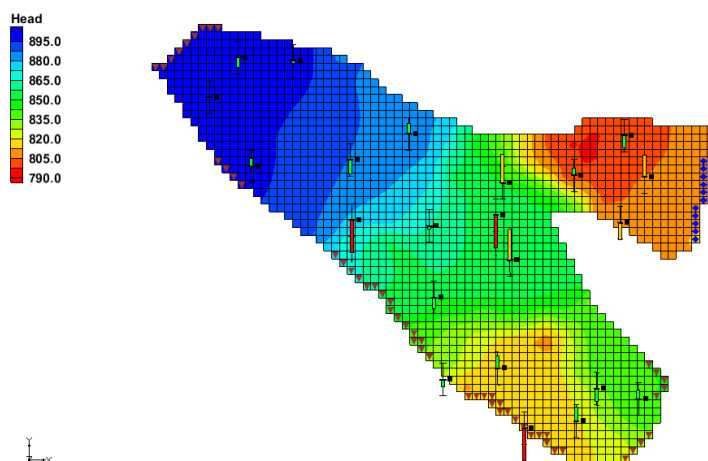
مجموعه پارامتر و پارامتر کالیبره شده محاسبه می شود. سپس این اختلاف در فضای تهی کالیبراسیون قرار داده می شود و مجدداً به مجموعه پارامترهای کالیبراسیون اضافه می شود. اگر مدل خطی بود، و اگر اختلاف فاحشی بین نتایج فضای تهی و فضای راه حل وجود نداشت، هر مجموعه پارامتر جدیدی که به این روش به دست می آید، مدل را با تابع هدف یکسان با آنچه که با استفاده از مجموعه پارامترهای کالیبراسیون به دست می آمد، کالیبره می کند.

روش مونت کارلو به صورت طبیعی روشی وقت گیر با حجم محاسبات بسیار زیاد است. روش مونت کارلو با فضای تهی از پارامترهای مجزا یا ترکیبی از پارامترها بهره می برد که هنگام کالیبره کردن مدل تأثیری بر خروجی مدل ندارند. بنابراین، این ترکیب پارامترها را می توان به هر مجموعه از پارامترهایی که مدل را کالیبره می کنند اضافه کرد و مجموعه دیگری از پارامترها را تولید کرد که آن ها نیز مدل را کالیبره می کنند. در این فرآیند ابتدا اختلاف بین هر



شکل ۴- فلوچارت مراحل اجرای روش مونت کارلو با فضای تهی

تخلیه و هدایت هیدرولیکی به روش سعی و خطا کالیبره شدند و سپس هدایت هیدرولیکی به روش PEST نیز کالیبره شد. برای این که که مقادیر کالیبره شده با داده‌های اندازه‌گیری شده میدان سازگار باشند، در روش PEST محدوده‌های قابل قبول برای هدایت هیدرولیکی انتخاب شدند. شکل ۵ بهترین نتیجه‌های به دست آمده برای پیژومترها را پس از کالیبره کردن مدل نشان می‌دهد. در مدل کالیبره شده میانگین خطای مدل (RMSE) برابر ۲/۹۵ متر و مجموع خطای تمام پیژومترها برابر ۱۹۱/۲۵ متر به دست آمد. با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان گفت که این مدل نسبتاً خوب کالیبره شده است. بیشتر ترازهای محاسبه شده در چاه‌های مشاهده‌ای در محدوده قابل قبولی هستند (رنگ سبز با خطای کمتر از یک متر). تعدادی از چاه‌های مشاهده‌ای دارای ترازهای خارج از محدوده قابل قبول (رنگ زرد با خطای از یک تا دو متر) هستند و سه چاه مشاهده‌ای دارای خطای قابل توجهی (رنگ قرمز با خطای بیشتر از دو متر) هستند (شکل ۵).



شکل ۵- مدل کالیبره شده MODFLOW برای آبخوان دشت قم

خاص اطمینانی وجود نداشته باشد، بهترین راه حذف کردن آن است. حتی در صورت درست بودن داده‌ها، احتمال دارد شرایط هیدروژئولوژیکی قسمت کوچکی از آبخوان به دلایلی (مثلاً وجود زه آب‌های کشاورزی یا شرایط خاص ژئوفیزیکی) با کل آبخوان متفاوت باشد و بنابراین استفاده از پیژومترهای موجود در آن قسمت، خطای زیادی را نشان دهد. در این پژوهش پیژومتر شماره ۱۰ چنین شرایطی داشت و در حالی دیگر پیژومترها با خطاهای معمولی کالیبره می‌شدند، این پیژومتر خطاهای فاحشی را در مدل نشان می‌داد. بنابراین پیژومتر شماره ۱۰ در کالیبره کردن اولیه از روند مدل‌سازی حذف شد.

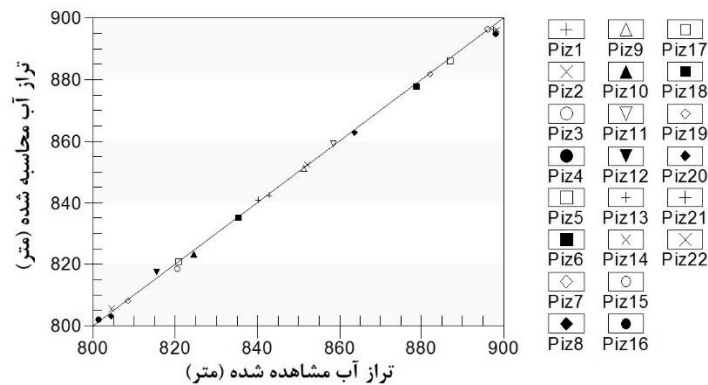
با این حال، همه مجموعه پارامترهای تصادفی اصلاح شده با این روش منجر به مدل‌های کاملاً کالیبره شده نمی‌شوند، و بنابراین به منظور رعایت محدودیت‌های کالیبراسیون نیاز به تنظیم دارند. چنین تنظیمی از طریق تغییراتی که در فضای کالیبراسیون اولیه ایجاد می‌شود صورت می‌گیرد تا فضای تهی دست نخورده باقی بماند (GMS 10.1 Tutorial (a)). برای اجرای روش مونت کارلو با فضای تهی در نرم‌افزار GMS، مدل باید باروش SVD-Assist کالیبره شده باشد. روش SVD-Assist از نقاط پایلوتی که توسط کاربر تعریف می‌شود استفاده می‌کند و پارامتر مورد نظر را به صورت سلول به سلول برآورد می‌کند. شکل ۴ فلوچارت مراحل اجرای روش مونت کارلو با فضای تهی استفاده شده در این پژوهش را نشان می‌دهد.

## نتایج و بحث

پس از ساخت مدل مفهومی آبخوان قم، مدل MODFLOW در حالت ماندگار اجرا و کالیبره شد. در این حالت ابتدا مقادیر تغذیه،

شکل ۶ نمودار مقایسه تراز آب مشاهده شده در مقابل تراز آب محاسبه شده توسط مدل را در محل پیژومترها نشان می‌دهد. با توجه به عدم قطعیت‌های ذاتی مدل‌های آب زیرزمینی، معمولاً همین که نقاط از خط نیم‌ساز محورهای افقی و عمودی نمودار شکل ۶ پیروی کنند، کفایت می‌کند. تلاش برای کالیبره کردن بیشتر مدل و کاهش خطا ممکن است اصلاً میسر نباشد و یا این که باعث کالیبره شدن اشتباه مدل شود. همچنین ممکن است یک یا دو پیژومتر از مجموعه پیژومترها، خطای فاحشی نسبت به دیگر پیژومترها داشته باشند. در این صورت اگر از درست بودن ترازهای ثبت شده توسط آن پیژومتر



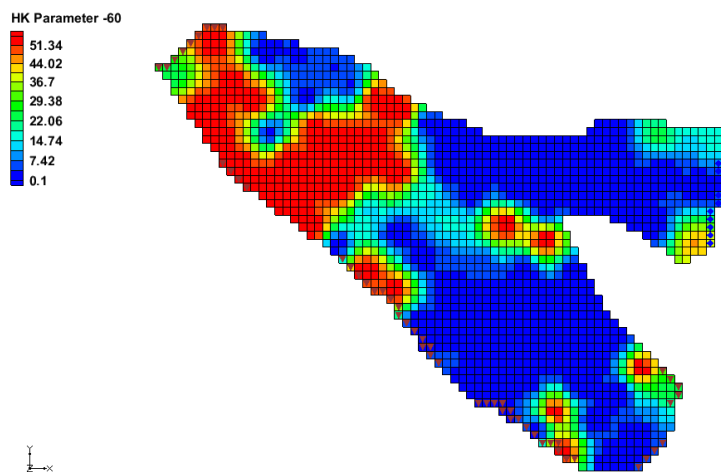


شکل ۶- مقایسه تراز آب مشاهده شده و محاسبه شده پیزومترها در حالت ماندگار

شد، باید دقت کرد که بازه‌های تعریف شده برای پارامتر با اندازه‌گیری‌های میدانی سازگار باشد.

همان گونه که در شکل ۷ دیده می‌شود، مقادیر کالیبره شده  $HK$  با پهنه‌بندی اولیه  $HK$  در شکل ۳ (الف) متفاوت هستند. پهنه‌بندی اولیه مقدارهایی را به این پارامتر به صورت چندضلعی اختصاص می‌دهد که این کار با درون‌یابی و البته نظر مهندسی از مقدارهای اندازه‌گیری شده موجود، جنس مصالح آبخوان و غیره صورت می‌گیرد. در مرحله کالیبره کردن، پهنه‌بندی اولیه در بازه‌های مجاز تغییر می‌کند تا ترازهای آب محاسبه شده و مشاهده شده تا حد امکان به یکدیگر نزدیک شوند. هر چند اطمینانی از درستی مقدارهای  $HK$  بعد از کالیبره کردن نیز وجود ندارد ولی به هر حال می‌توان از آن به عنوان تخمینی از پارامتر برای اجرای مدل استفاده کرد.

شکل ۷ تخمین نهایی هدایت هیدرولیکی ( $HK$ ) را نشان می‌دهد که با استفاده از روش PEST و با کمک روش SVD-Assist برای نقاط پایلوت آبخوان به دست آمده است. نقاط پایلوت مجموعه نقاطی پراکنده در سراسر آبخوان هستند که توسط کاربر تعریف شده و می‌توان از آن‌ها برای درون‌یابی مقدار یک پارامتر در پهنه آبخوان (به جای استفاده از چندضلعی یا پلیگون) استفاده کرد. با اجرای روش SVD-Assist تنها پارامترهایی که بخشی از فرآیند جاری تخمین پارامتر هستند تجزیه و تحلیل می‌شوند و پارامترهایی را که به حل مشکل کمک نمی‌کنند حذف می‌شوند و در نتیجه حجم محاسبات کم می‌شود (GMS 10.1 Tutorial (b)). مزیت دیگر استفاده از این روش این است که پارامتر مورد نظر به صورت سلول به سلول به دست می‌آید و دیگر، محدودیت اختصاص یک مقدار مشابه به هر یک از چندضلعی‌ها وجود ندارد. البته همان گونه که قبلاً نیز اشاره



شکل ۷- هدایت هیدرولیکی مدل کالیبره شده توسط روش SVD-Assist

شود. با توجه به این که مجموع کل خطاهای مدل کالیبره شده حدود ۱۹۱ متر بود، در این حالت مقدار خطای کل مدل برابر ۲۰۰ متر یا

اکنون زمان آن است که عدم قطعیت مرتبط با هدایت هیدرولیکی یا همان  $HK$ ، با روش مونت کارلو با فضای تهی بررسی

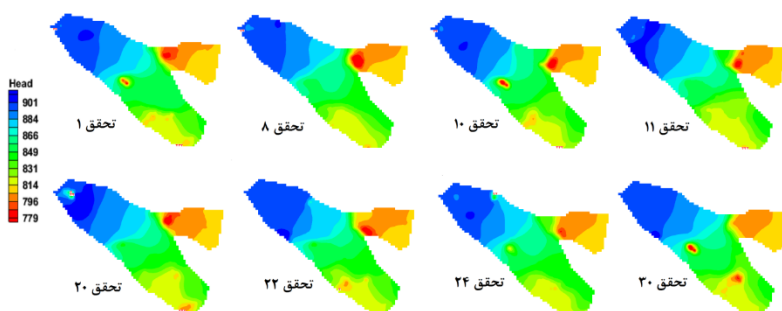
تراز در نظر گرفته می‌شوند انحراف معیار ناچیزی در ترازهای محاسبه شده وجود دارد؛ در حالی که در سایر نقاطی که مقادیر مشاهده شده وجود ندارند انحراف معیارهای بالای ۹ متر نیز دیده می‌شوند.

جدول ۱- تحقق‌های با خطای قابل قبول در روش مونت کارلو با فضای تهی.

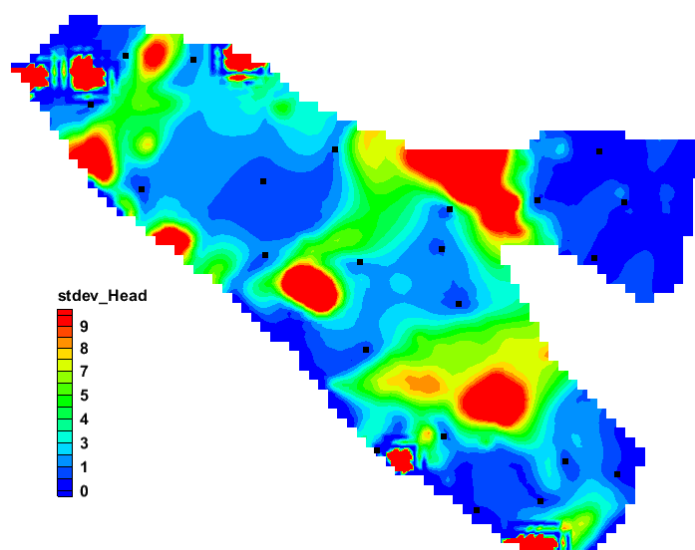
شماره تحقق	خطای RMSE (متر)	خطای کل (متر)
۱	۲/۶۵	۱۵۴/۵۵
۸	۲/۹۶	۱۹۲/۳۶
۱۰	۲/۵۵	۱۴۲/۶۹
۱۱	۲/۷۹	۱۷۱/۱۴
۲۰	۲/۷۷	۱۶۸/۷۴
۲۲	۲/۲۵	۱۱۱/۶۸
۲۴	۲/۹۸	۱۹۵/۶۲
۳۰	۲/۷۰	۱۶۰/۰۷

کمتر در نظر گرفته می‌شود. این مقدار یعنی هر یک تحقق‌های روش مونت کارلو در صورتی که که خطای کل مدل ۲۰۰ متر یا کمتر باشد قابل قبول است. پس از اجرای روش مونت کارلو با فضای تهی پهنه‌های مختلفی از هدایت هیدرولیکی ایجاد می‌شود که مدل را با میزان خطاهای مختلف کالیبره می‌کنند. در این پژوهش، تعداد سی تحقق اجرا شد که پس از اتمام، در هشت مورد از آن‌ها خطا قابل قبول یعنی کمتر از ۲۰۰ متر بود (جدول ۱). در بیست و دو تحقق دیگر خطا غیرقابل قبول بود و بنابراین کنار گذاشته شدند.

همان طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، خطای مدل برای هر یک از این هشت تحقق کمتر از ۲۰۰ است. یعنی هر یک از این تحقق‌ها یا مدل‌های جدید تقریباً به همان سطح خطای مدل اصلی کالیبره شده‌اند. شکل ۸ تراز آب محاسبه شده توسط این تحقق‌ها و شکل ۹ انحراف معیار آن‌ها را نشان می‌دهند. با توجه به شکل‌های ۸ و ۹ مشاهده می‌شود که تراز آب محاسبه شده با هر تحقق تغییر می‌کند ولی مجموع خطای کل در محدوده قابل قبول باقی می‌ماند. در شکل ۹ مشاهده می‌شود که در نزدیکی پیژومترها که نقاط ثابت



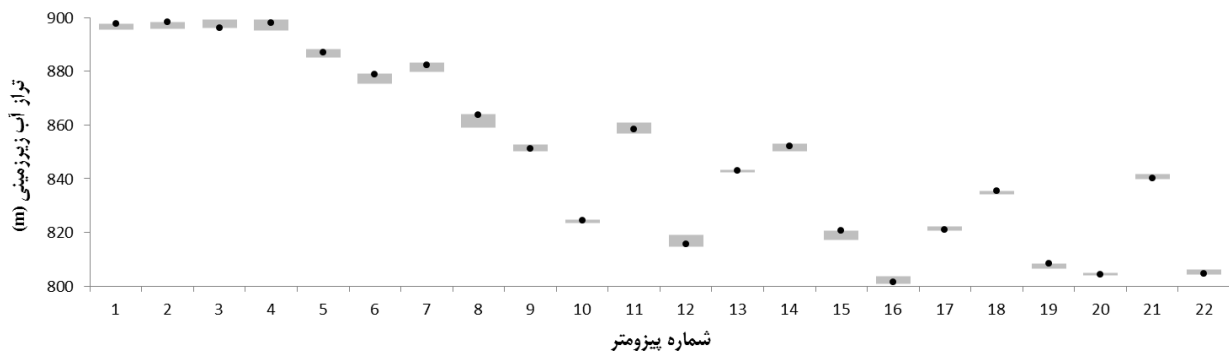
شکل ۸- ترازهای محاسبه شده از هشت تحقق قابل قبول روش مونت کارلو با فضای تهی



شکل ۹- انحراف معیار ترازهای محاسبه شده از تحقق‌های قابل قبول (نقاط تیره مکان پیژومترها هستند)

به همین دلیل در این نقاط عدم قطعیت کمتر از بقیه قسمت های آبخوان است، اگرچه در مدل ماندگار با ثابت گرفتن تراز آب زیرزمینی برای یک سال، عملاً و به صورت ناخواسته مقداری عدم قطعیت وارد مدل می شود که این عدم قطعیت ناشی از ساده سازی پدیده برای مدل سازی است. این ساده سازی احتمالاً در محل هایی که در طول یک سال نوسان آب زیرزمینی بیشتری دارند، باعث عدم قطعیت بیشتری می شود.

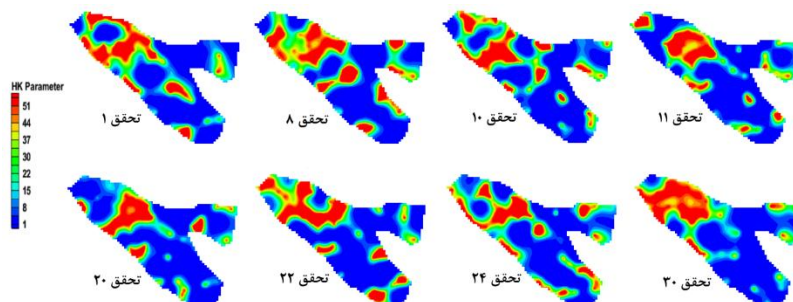
در شکل ۱۰ بازه های کمینه و بیشینه تراز آب زیرزمینی در هشت تحقق انجام شده به همراه مقدارهای مشاهده شده در محل پیزومترها ارائه شده است. ملاحظه می شود که در بیشتر پیزومترها بازه عدم قطعیت تراز آب زیرزمینی مقداری قابل قبول (در حدود خطای RMSE کل مدل) بوده و در تعداد کمی از آن ها مقدار این بازه بیشتر از ۳ متر است (بیشینه مقدار این بازه برابر ۵/۱۲ متر مربوط به پیزومتر شماره ۸ است). برنامه MODFLOW نقاط اندازه گیری شده را به عنوان نقاطی که تغییرات زیاد در آن ها مجاز نیست در نظر می گیرد و



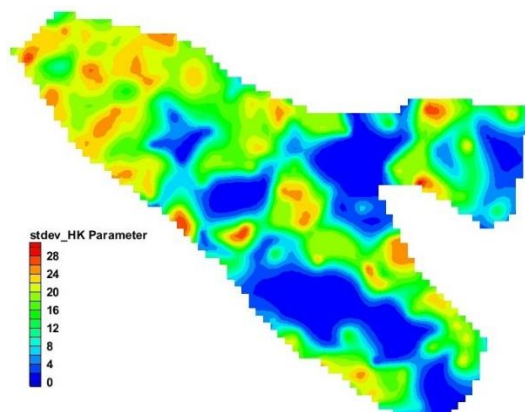
شکل ۱۰- بازه های کمینه و بیشینه تراز آب زیرزمینی در هشت تحقق انجام شده به همراه مقدارهای مشاهده شده در محل پیزومترها

با توجه به شکل ۱۲ می توان گفت در قسمت هایی از آبخوان که انحراف معیار پارامتر  $HK$  زیاد است (قسمت های قرمز و نارنجی رنگ)، این پارامتر عدم قطعیت بیشتری دارد. زیرا در این قسمت ها مقدار  $HK$  در بازه بزرگتری تغییر کرده است. در مقابل قسمت هایی هم وجود دارند که انحراف معیاری کمتر از ۱ دارند (قسمت های آبی رنگ در مرکز، جنوب و شرق آبخوان). در این قسمت ها با توجه به بازه کوچکی که  $HK$  در آن تغییر کرده است، عدم قطعیت این پارامتر کمتر بوده و با سطح اطمینان بیشتری می توان درباره مقدار آن اظهار نظر کرد.

شکل ۱۱ مقایسه پهنه های مختلف  $HK$  را در هشت تحقق موجود نشان می دهد که با وجود توزیع های متفاوت همچنان مدل را کالیبره می کنند و در شکل ۱۲ انحراف معیار این پهنه ها ارائه شده است. همان طور که در شکل ۱۲ می توان مشاهده کرد، حداکثر مقدار انحراف معیار تحقق های انجام شده برای  $HK$  حدود ۲۸ متر در روز است. این بدان معناست که مناطق یا سلول هایی در این مدل وجود دارند که مقدار  $HK$  می تواند به طور قابل توجهی متفاوت باشد و با این حال مدل اجرا شده همچنان با مقادیر تراز اندازه گیری شده در میدان مطابقت کند و کالیبره باقی بماند.



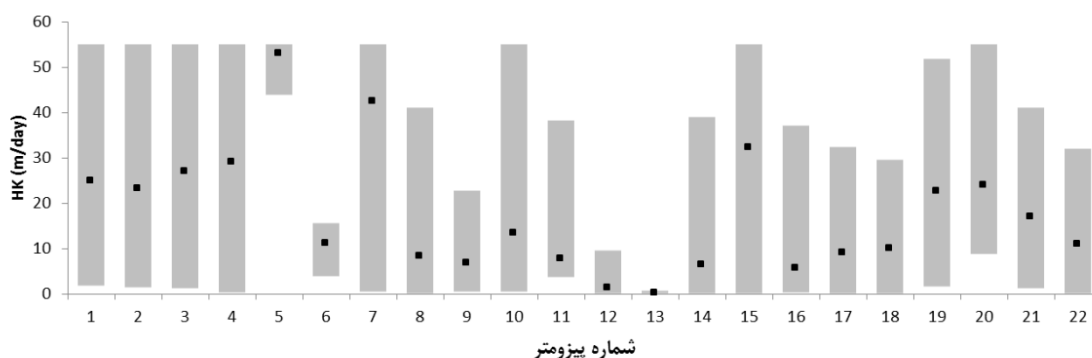
شکل ۱۱- پهنه های  $HK$  به دست آمده از روش مونت کارلو با فضای تهی که مدل را کالیبره می کنند



شکل ۱۲- انحراف معیار تحقق‌های مختلف HK

محل‌هایی واقع شده‌اند که میزان انحراف معیار HK کوچک است (محل‌های آبی رنگ در شکل ۱۲) و با توجه به این که برای سایر پیژومترها چنین شرایطی در مدل به وجود نیامده است، نمی‌توان کوچک بودن بازه عدم قطعیت در پیژومترهای اشاره شده را به مشخص بودن تراز آب زیرزمینی در آن‌ها مربوط دانست؛ بلکه احتمالاً عوامل دیگری از جمله مدل مفهومی ساخته شده و شکل آبخوان در این خصوص تاثیرگذار بوده‌اند. بنابراین شاید بتوان نتیجه گرفت که افزایش تعداد پیژومترها کمکی به کاهش عدم قطعیت پارامتر HK نمی‌کند و در نتیجه اندازه‌گیری‌های بیشتر این پارامتر در نقاط مختلف آبخوان مورد نیاز است.

در شکل ۱۳ بازه‌های کمینه و بیشینه مقدار HK در هشت تحقق انجام شده به همراه مقدار میانگین آن‌ها در محل پیژومترها ارائه شده است. به وضوح مشخص است که این بازه‌ها نسبت به بازه‌های مربوط به تراز آب زیرزمینی نشان داده شده در شکل ۱۰ بزرگتر هستند که این موضوع به دلیل عدم قطعیت بیشتر HK نسبت به تراز آب زیرزمینی مشخص است. حتی در محل پیژومترها که مقدار تراز آب زیرزمینی مقداری مشخص است، همچنان میزان عدم قطعیت HK بالا است و تفاوت محسوسی با دیگر نقاط که فاقد پیژومتر هستند، وجود ندارد. تنها در پیژومترهای شماره ۵، ۶، ۱۲ و به ویژه در پیژومتر شماره ۱۳ بازه عدم قطعیت HK کوچک است. این پیژومترها دقیقاً در



شکل ۱۳- بازه‌های کمینه و بیشینه HK در هشت تحقق انجام‌شده به همراه مقدارهای میانگین در محل پیژومترها

تهی، هشت پهنه مختلف دیگر از هدایت هیدرولیکی (علاوه بر پهنه اصلی) تولید شد که همگی مدل را با دقتی تقریباً برابر با مدل اصلی کالیبره می‌کردند. بررسی این پهنه‌ها نشان داد که در مدل‌سازی صورت گرفته، در بعضی از قسمت‌های آبخوان هدایت هیدرولیکی را می‌توان تا ۲۸ متر در روز تغییر داد در حالی که مدل همچنان با دقتی مشابه کالیبره شود. به عبارت دیگر عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی در این قسمت‌ها زیاد است. در قسمت‌های دیگری از

## نتیجه‌گیری

این پژوهش برای بررسی عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی در مدل‌سازی آبخوان دشت قم انجام شد. با توجه به عدم قطعیت ذاتی هدایت هیدرولیکی بهتر است در مدل‌سازی به جای اتکا کردن به نتایج یک مدل کالیبره شده، به احتمال قطعی نبودن نتایج نیز پرداخته شود. در این پژوهش با استفاده از روش مونت کارلو با فضای

معصومی، ف.، نجارقابل، س. و صفرزاده، ا. ۱۴۰۰. کالیبراسیون خودکار مدل شبیه سازی آبهای زیرزمینی (Modflow) با الگوریتم غیرقطعی Sufi-II. نشریه مهندسی عمران امیرکبیر. ۵۳ (۴): ۱۶-۱۶.

نوروزی خطیری، خ.، نیک سخن، م. و سارنگ، ا. ۱۳۹۸. تحلیل عدم قطعیت مدل شبیه سازی-بهینه سازی آبخوان با استفاده از الگوریتم مونت کارلو (زنجیره مارکوف). اکوهیدرولوژی. ۶ (۱): ۱۵۱-۱۳۷.

همراز، ب.، اکبرپور، ا. و پوررضا بیلندی، م. ۱۳۹۴. تحلیل عدم قطعیت پارامتری مدل MODFLOW توسط روش GLUE (مطالعه موردی: دشت بیرجند). نشریه پژوهش های حفاظت آب و خاک. ۲۲ (۶): ۶۱-۷۹.

Abbaszadeh Shahri, A., Shan, C. and Larsson, S. 2022. A Novel Approach to Uncertainty Quantification in Groundwater Table Modeling by Automated Predictive Deep Learning. Natural Resources Research. 31: 1351-1373. <https://doi.org/10.1007/s11053-022-10051-w>

Cui, T., Sreekanth, J., Pickett, T., Rassam, D., Gilfedder, M. and Barrett, D. 2021. Impact of model parameterization on predictive uncertainty of regional groundwater models in the context of environmental impact assessment. Environmental Impact Assessment Review. 90: 106620. <https://doi.org/10.1016/j.eiar.2021.106620>

Diersch, H.J. 2005. FEFLOW: finite element subsurface flow and transport simulation system - user's manual. WASY GmbH, Berlin.

Doherty, J., Brebber, L. and Whyte, P. 1994. PEST: model independent parameter estimation. Watermark Numerical Computing, Australia.

Ebrahimi, H. and Rajaei, T. 2017. Simulation of groundwater level variations using wavelet combined with neural network, linear regression and support vector machine. Global and Planetary Change. 148: 181-191. <https://doi.org/10.1016/j.gloplacha.2016.11.014>

Gibrilla, A., Anornu, G. and Adomako, D. 2018. Trend analysis and ARIMA modelling of recent groundwater levels in the White Volta River basin of Ghana. Groundwater for Sustainable Development. 6: 150-163. <https://doi.org/10.1016/j.gsd.2017.12.006>

GMS 10.1 Tutorial (a). MODFLOW – Stochastic Modeling, PEST Null Space Monte Carlo I. Retrieved from <<https://www.aquaveo.com>>.

GMS 10.1 Tutorial (b). MODFLOW – Advanced PEST. Retrieved from <<https://www.aquaveo.com>>.

Hamraz, B.S., Akbarpour, A., Pourreza Bilondi, M. and

آبخوان انحراف از معیار هدایت هیدرولیکی زیر ۱ متر در روز بود و این یعنی مقدار آن در مدل زیاد قابل تغییر نیست و بنابراین عدم قطعیت این پارامتر در این قسمت ها کمتر است. در محل پیژومترها میزان عدم قطعیت هدایت هیدرولیکی تفاوت محسوسی با دیگر نقاط که فاقد پیژومتر بودند، نداشت. بنابراین احتمالاً افزایش تعداد پیژومترها کمکی به کاهش عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی نمی کند و برای کاهش عدم قطعیت مدل اندازه گیری های بیشتر این پارامتر در نقاط مختلف آبخوان مورد نیاز است. از نتایج به دست آمده در این مطالعه می توان برای بررسی صحت و درک بهتر توزیع مکانی هدایت هیدرولیکی استفاده کرد. با استفاده از پهنه های به دست آمده هدایت هیدرولیکی همچنین می توان سناریوهای مختلفی برای آبخوان در نظر گرفت و از نتایج آن در شرایط گوناگون برای مدیریت بهتر آبخوان بهره برد. در پژوهش های آینده می توان تاثیر افزایش یا کاهش نقاط اندازه گیری شده شامل نقاط پیژومتری و نقاط معلوم هدایت هیدرولیکی را در میزان عدم قطعیت برآورد شده توسط روش مونت کارلو با فضای تهی، بررسی کرد. استفاده از روش های به کار رفته در این پژوهش در دیگر آبخوان ها با شرایط متفاوت، به تکمیل و به روز شدن نتایج این پژوهش کمک می کند. همچنین عدم قطعیت پارامترهای دیگر همانند ضریب ذخیره، تغذیه و تخلیه آبخوان را نیز می توان با روش های استفاده شده در این پژوهش بررسی و تحلیل کرد.

## منابع

اداره کل هواشناسی استان قم، ۱۴۰۱. نمایه اقلیم استان قم. برگرفته از وب سایت <<http://www.ghommet.ir>>.

رجایی، ط. و ابراهیمی، ه. ۱۳۹۴. کاربرد مدل شبکه عصبی - موجک برای پیش بینی ویژگی های غیرایستا و غیر خطی سری زمانی تراز آب زیرزمینی. پژوهش های حفاظت آب و خاک. ۲۲ (۵): ۹۹-۱۱۵.

شرکت سهامی آب منطقه ای قم، ۱۳۹۲. مطالعات نیمه تفصیلی منابع آب زیرزمینی محدوده مطالعاتی قم-کهنک.

عابدینی، م.، ضیایی، ع.، ن.، شفیعی، م.، قهرمان، ب.، انصاری، ح. و مشکینی، ج. ۱۳۹۵. تحلیل عدم قطعیت در مدل سازی آب زیرزمینی با استفاده از روش GLUE (مطالعه موردی: دشت بجنورد). نشریه آبیاری و زهکشی ایران. ۶ (۱۰): ۷۶۹-۷۵۵.

کاهه، م.، جوادی، س. و روزبهرانی، ع. ۱۳۹۷. تحلیل عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی در مدل MODFLOW توسط روش مونت کارلو و RPEM (مطالعه موردی: دشت علی آباد قم). تحقیقات منابع آب ایران. ۱۴ (۲): ۳۵-۲۳.

- flow model. USGS TWRI 586.
- Mogaji, K.A., Lim, H.S. and Abdullah, K. 2015. Modeling of groundwater recharge using a multiple linear regression (MLR) recharge model developed from geophysical parameters: a case of groundwater resources management. *Environmental Earth Sciences*. 73: 1217–1230. <https://doi.org/10.1007/s12665-014-3476-2>
- Rajaei, T. and Boroumand, A. 2015. Forecasting of chlorophyll-a concentrations in South San Francisco Bay using five different models. *Applied Ocean Research*. 53: 208–217. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2015.09.001>
- Rajaei, T., Ebrahimi, H. and Nourani, V. 2019. A review of the artificial intelligence methods in groundwater level modeling. *Journal of Hydrology*. 572: 336–351. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2018.12.037>
- Singh, A. 2014. Groundwater resources management through the applications of simulation modeling: A review. *Science of the Total Environment*. 499: 414–423. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2014.05.048>
- Todd, D.K. and Mays, L.W. 2005. *Groundwater Hydrology*, 3rd edition. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA.
- Yeh, H.D. and Chang, Y.C. 2013. Recent advances in modeling of well hydraulics. *Advances in Water Resources*. 51: 27–51. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2012.03.006>
- Yin, J., Tsai, F., and Kao, S. 2021. Accounting for uncertainty in complex alluvial aquifer modeling by Bayesian multi-model approach. *Journal of Hydrology*. 601: 126682. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2021.126682>
- Zhou, Y. and Li, W. 2011. A review of regional groundwater flow modeling. *Geoscience Frontiers*. 2 (2): 205–214. <https://doi.org/10.1016/j.gsf.2011.03.003>
- Sadeghi Tabas, S. 2015. On the assessment of ground water parameter uncertainty over an arid aquifer. *Arabian Journal of Geosciences*. 8 (12): 10759–10773. <https://doi.org/10.1007/s12517-015-1935-z>
- Hemker, K. and Bakker, M. 2006. Analytical solutions for whirling groundwater flow in two dimensional heterogeneous anisotropic aquifers. *Water Resources Research*. 42 (12): 1–12. <https://doi.org/10.1029/2006WR004901>
- Jomehpour, M. 2009. Qanat irrigation systems as important and ingenious agricultural heritage: case study of the qanats of Kashan, Iran. *International Journal of Environmental Studies*. 66 (3): 297–315. <https://doi.org/10.1080/00207230902752629>
- Karimi, L., Motagh, M. and Entezam, I. 2019. Modeling groundwater level fluctuations in Tehran aquifer: Results from a 3D unconfined aquifer model. *Groundwater for Sustainable Development*. 8: 439–449. <https://doi.org/10.1016/j.gsd.2019.01.003>
- Kroese, D.P., Brereton, T., Taimre, T. and Botev, Z.I. 2014. Why the Monte Carlo method is so important today. *WIREs Computational Statistics*. 6 (6): 386–392. <https://doi.org/10.1002/wics.1314>
- Lykkegaard, M.B., Dodwell, T.J. and Moxey, D. 2021. Accelerating uncertainty quantification of groundwater flow modelling using a deep neural network proxy. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 383: 113895. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2021.113895>
- Masoumi, F., Najjar-Ghabel, S., Safarzadeh, A. and Sadaghat, B. 2020. Automatic calibration of the groundwater simulation model with high parameter dimensionality using sequential uncertainty fitting approach. *Water Supply*. 20: 3487–3501. <https://doi.org/10.2166/ws.2020.241>
- McDonald, M.G. and Harbaugh, A.W. 1988. A modular three-dimensional finite-difference ground-water

## Uncertainty Analysis of Hydraulic Conductivity Parameter in Groundwater Modeling Using null Space Monte Carlo Method

H. Ebrahimi<sup>\*1</sup>, T. Rajaei<sup>2</sup>, V. Nourani<sup>3</sup>

Received: Jun.30, 2022

Accepted: Aug.22, 2022

### Abstract:

In groundwater modeling, to input the hydraulic conductivity parameter, the aquifer is usually divided into some zones and for each zone a value is considered for this parameter. However, the field measurements of this parameter are performed only in some places, and therefore its generalization to other areas is associated with uncertainty. The aim of this study was to investigate the uncertainty of the hydraulic conductivity parameter in modeling the aquifer of Qom plain. For this purpose, using the MODFLOW groundwater model, the model of this aquifer was constructed and calibrated in a steady state simulation with a value of RMSE = 2.95 m for computed groundwater levels. Then the model was run using Null Space Monte Carlo to identify areas of hydraulic conductivity that calibrate the model with the same error rate as the original model. The results showed that there are eight other different zones of hydraulic conductivity that if used, the model will still be calibrated with the same error rate. The highest standard deviation of the hydraulic conductivity parameter for these eight zones was about 28 meters per day in the central and northern areas of the aquifer and the lowest standard deviation was less than 1 meter per day that occurred in the southern and eastern areas of the aquifer. This means high uncertainty of the hydraulic conductivity parameter in the central and northern areas and less uncertainty in the southern and eastern areas. Given that no significant relationship was found between the amount of uncertainties of hydraulic conductivity and the location of piezometers, so it can be concluded that increasing the number of piezometers in the model does not help to reduce the uncertainties of the hydraulic conductivity parameter and therefore more measurements of this parameter in different parts of the aquifer is needed.

**Keywords:** Groundwater model, Hydraulic conductivity, MODFLOW, Monte Carlo method, Null Space, Uncertainty

1- PhD. Student in Civil Engineering, Department of Civil Engineering, University of Qom, Qom, Iran

2- Professor, Department of Civil Engineering, University of Qom, Qom, Iran

3- Professor, Department of Water Resources Engineering, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

(\* Corresponding Author Email: hadi\_e1360@yahoo.com)