

## شبیه‌سازی مشخصه‌های سیل رودخانه آجی‌چای با استفاده از یک ساختار چند متغیره

مریم شفائی<sup>1\*</sup>، احمد فاخری‌فرد<sup>2</sup>، یعقوب دین‌پژوه<sup>3</sup>، رسول میرعباسی نجف‌آبادی<sup>4</sup>

تاریخ دریافت: 1395/9/13 تاریخ پذیرش: 1395/11/16

### چکیده

در این مطالعه ابتدا سری زمانی داده‌های سیل ایستگاه و نیار در رودخانه آجی‌چای با استفاده از روش مینیمم موضعی جداسازی شدند و بدین ترتیب 34 رویداد سیل شناسایی گردید و سپس مشخصه‌های اصلی رویدادهای سیل (دبی اوج، زمان اوج، حجم کل و زمان پایه) استخراج شدند و سپس ساختار وابستگی بین مشخصه‌های اصلی با استفاده از ساختار دی-واین تشخیص داده می‌شود و در نهایت مشخصه‌های مذکور با استفاده از مناسب‌ترین ساختار دی-واین شبیه‌سازی می‌شوند. بهترین ساختارهای دی-واین بواسطه جایگشت‌های مختلف ویژگی‌های سیل ایجاد می‌شوند و سپس مفصل‌های مختلف از بین خانواده‌های مفصل ارشمیدسی و بیضوی بر جفت-مفصل‌ها برآزش می‌یابند. در مرحله بعد دقیق‌ترین مفصل‌ها با توجه به معیارهای اطلاعات آکائیکه و بیزی برای هر جفت-مفصل انتخاب می‌گردند و بدین ترتیب برای هر ساختار دی-واین مناسب‌ترین ترکیب حاصل می‌گردد. پس از تشکیل ساختارهای مختلف دی-واین با استفاده از جایگشت‌های مختلف متغیرها مشاهده شد که لزوماً استفاده از جفت-متغیرهای با بیش‌ترین همبستگی موجب ایجاد بهترین ساختار نمی‌شود و ساختار (V-P-B-Tp) مطابق با معیارهای مختلف به‌عنوان دقیق‌ترین ساختار شناسایی شد. در نهایت بهترین ساختار دی-واین جهت شبیه‌سازی ویژگی‌های سیل انتخاب گردید و به منظور بررسی کارایی ساختار برگزیده در شبیه‌سازی هر یک از ویژگی‌های سیل، آماره‌های مهم دبی اوج، زمان اوج، حجم کل و زمان پایه نظیر میانگین، چولگی، انحراف معیار، کمینه و بیشینه محاسبه گردیدند. در نهایت نتایج نشان دادند که میانگین و انحراف معیار همه ویژگی‌های سیل به خوبی حفظ شده‌اند. با این حال کمینه، بیشینه و چولگی داده‌های شبیه‌سازی شده در برخی از ویژگی‌های سیل به خوبی حفظ شده‌اند و در بعضی نیز نسبتاً خوب می‌باشند. در آخر می‌توان نتیجه‌گیری نمود که جهت دست‌یابی به بهترین ساختار دی-واین بایستی همه جایگشت‌های متغیرها اجرا شوند و همچنین ساختار دی-واین قادر به شبیه‌سازی دقیق مشخصه‌های سیل حتی در سری‌های زمانی کوتاه باشد.

**واژه‌های کلیدی:** جفت-مفصل، دی-واین، سیل، شبیه‌سازی، مفصل ارشمیدسی، مفصل بیضوی

### مقدمه

ای و توام در مفصل‌ها اشاره نمود. دوم در مفصل‌ها لزوماً نیازی به استفاده از توزیع‌های حاشیه‌ای بیضوی نمی‌باشد و سوم این‌که مفصل‌ها قادر به توصیف ساختار وابستگی دمی توزیع‌های توام می‌باشند. در زمینه مدل‌سازی ویژگی‌های سیل، مفصل‌ها توانایی خوبی را در مدل‌سازی ساختار وابستگی چندگانه با ابعاد بالاتر از دو ارایه می‌دهند. کاربرد توابع مفصل چند بعدی (ابعاد بالاتر از دو) در مهندسی منابع آب محدود به چند مطالعه انگشت شمار می‌باشد که در زمینه مدل‌سازی چند متغیره سری‌های زمانی هیدرولوژی می‌توان تنها به مدل‌سازی سه متغیره سیل (Genest et al., 2007; Serinaldi and Grimaldi., 2007) بارش (Kao and Govindaraju., 2008; Salvadori and De Michele., 2006)؛ و مدل‌سازی سه بعدی خشک‌سالی (Song and Singh., 2010) اشاره نمود. کاربرد مفصل چهار بعدی در هیدرولوژی بسیار محدود می‌باشد به‌طوری‌که در این زمینه تنها (De Michele et al., 2006) مفصل چهار بعدی پدیده طوفان دریا را

اخیراً مفصل‌ها به ابزاری مفید جهت توصیف ساختار وابستگی بین متغیرهای تصادفی تبدیل شده است. تاکنون مدل‌سازی بر پایه‌ی مفصل‌ها به طور گسترده‌ای در زمینه هیدرولوژی (De Michele and Salvadori., 2003; Salvadori and De Michele., 2006; Michele et al., 2005; Mirabbasi et al., 2012; Mirabbasi et al., 2013; Favre et al., 2004) بکار رفته است. مفصل‌ها بر پایه تئوری (Sklar., 1959) بوده و شامل چند ویژگی مهم می‌باشد. بعنوان اولین مزیت می‌توان به مدل‌سازی جداگانه توزیع‌های حاشیه-

- 1- دانشجوی دکتری مهندسی منابع آب، گروه مهندسی آب، دانشگاه تبریز، تبریز
  - 2- استاد گروه مهندسی آب، دانشگاه تبریز
  - 3- دانشیار گروه مهندسی آب، دانشگاه تبریز
  - 4- استادیار گروه مهندسی آب، دانشگاه شهرکرد
- (\* - نویسنده مسئول: Email: m.shafaei@tabrizu.ac.ir)

را به منظور استخراج مشخصه‌های اصلی سیل (حجم کل، دبی اوج، زمان اوج و زمان پایه) بکار گرفتند و از ساختار دی-واین جهت شبیه‌سازی مشخصات مهم سیل رودخانه ریپتا<sup>7</sup> در ایتالیا استفاده نمودند. آن‌ها در مطالعه خود تنها از مفصل فرانک جهت برآزش بر کلیه جفت-مفصل‌های درخت‌های ساختار دی-واین استفاده نمودند و سپس مطابق با معیارهای مختلف بهترین ساختار را انتخاب نمودند. سپس از ساختار دی-واین بهینه به منظور شبیه‌سازی مشخصه‌های اصلی سیل استفاده نمودند. شفائی و همکاران (1395) از ساختار چهار بعدی سی-واین به منظور استخراج توزیع احتمالاتی توام چهار بعدی مشخصات سیل ایستگاه ونیار در رودخانه آچی‌چای استفاده نمودند. مرور مطالعات گذشته نشان داد که دستیابی به مناسب‌ترین ساختار تنها توسط آزمون یک خانواده مفصل در جفت-مفصل‌های درخت-های ساختار و این انجام گرفته است، اما در این مطالعه سعی شده است که علاوه بر استفاده از جایگشت متغیرها برای رسیدن به مناسب‌ترین ساختار از خانواده‌های مفصل ارشمیدسی و بیضوی نیز به منظور برآزش بر کلیه جفت-مفصل‌ها استفاده شود و در نهایت مناسب‌ترین ساختار دی-واین انتخاب شود به‌علاوه در مطالعه (Shafaei et al., 2016) از آمار بلند مدت رودخانه ریپتا استفاده شد اما در این مطالعه کارایی شبیه‌سازی مفصل دی-واین با استفاده از آمار کوتاه مدت رودخانه آچی‌چای مورد ارزیابی قرار گرفت و ساختار چهار بعدی مهم‌ترین مشخصه‌های سیل ایستگاه هیدرومتری ونیار در رودخانه آچی‌چای بر اساس ساختار دی-واین مدل‌سازی گردید و سپس از دقیق‌ترین ساختار دی-واین حاصل جهت شبیه‌سازی ویژگی‌های حجم کل  $v$ ، دبی اوج  $q$ ، زمان اوج  $t_p$  و زمان پایه  $b$  سیل استفاده شد.

## مواد و روش‌ها

### منطقه مورد مطالعه

رودخانه آچی‌چای از مهم‌ترین رودخانه‌های حوضه آبریز دریاچه ارومیه می‌باشد که در جهت عمومی شرقی - غربی جریان دارد. چهار ایستگاه هیدرومتری در روی رودخانه آچی‌چای نصب و تجهیز شده که در این مطالعه ایستگاه هیدرومتری ونیار به دلیل داشتن آمار کامل، طولانی مدت و دقیق‌تر به عنوان ایستگاه مبنا تعیین و آمار جریان روزانه رودخانه آچی‌چای در آن ایستگاه مورد استفاده قرار گرفت. ایستگاه ونیار دارای موقعیت جغرافیایی 46 درجه و 24 دقیقه طول شرقی و 38 درجه و 7 دقیقه عرض شمالی بوده و مساحت حوضه آبریز آچی‌چای در محل ایستگاه هیدرومتری ونیار برابر 5/528 کیلومتر مربع است. ارتفاع ایستگاه هیدرومتری ونیار از سطح دریا برابر

تخمین زدند. (Gerimaldi and Serinaldi, 2006) از یک مفصل ارشمیدسی نامتقارن تو در تو<sup>1</sup> برای تحلیل فراوانی سه متغیره استفاده نمودند. با این حال تعمیم مستقیم مفصل‌های ارشمیدسی به ابعاد بالاتر از دو دارای پیچیدگی‌هایی می‌باشد. زیرا محدودیت‌های شدیدی را به وابستگی‌های متقابل دو به دو که تحمیل می‌نماید (Genest et al., 2007). همچنین استفاده از مفصل‌های ارشمیدسی متقارن نیز خود دارای شرایطی مانند وابستگی‌های مثبت بین متغیرهای درونی و کوچک‌تر بودن وابستگی بیرونی نسبت به وابستگی درونی می‌باشد. این موضوع خود موجب محدودیت استفاده از این مفصل‌ها در ابعاد بالا می‌باشد. همچنین (Genest et al., 2007) مفصل‌های متا-الپتیک<sup>2</sup> (فوق بیضوی) را برای مدل‌سازی سه متغیره داده‌های هیدرولوژی معرفی نمودند. با وجود انعطاف‌پذیری این مفصل‌ها، محاسبه ریشه مربع ماتریس کوواریانس با تجزیه چولسکی<sup>3</sup> چندانک-های متغیرهایی که در تفکیک بارش پراهمیت می‌باشند را حفظ نمی‌نماید. به‌علاوه در مواردی که ماتریس همبستگی دارای اعداد منفی می‌باشد تصحیحاتی جهت تضمین مثبت بودن ماتریس مورد نیاز است. به‌طور کلی استفاده از توابع مفصل در مسایل با ابعاد بالا سبب افزایش بار محاسباتی و پیچیدگی ریاضیاتی می‌شود و هر یک از مفصل‌های چند متغیره در این مورد محدودیتی نشان می‌دهند، اما ساختار مفصل واین با تجزیه توزیع‌های چند متغیره به توزیع‌های توام با بعد دو، انعطاف‌پذیری لازم در مسایل با ابعاد بالا را فراهم آورده و فاقد ضعف‌های مفصل‌های مذکور می‌باشد. (Bedford Cooke, 2002). 2001 یک مدل گرافیکی با عنوان واین نرمال<sup>4</sup> را برای توزیع‌های با ابعاد بالا ارائه دادند. واین نرمال دارای یک ساختار کلی و عمومی می‌باشد و شامل تعداد زیادی از تجزیه‌های جفت-مفصل<sup>5</sup> می‌باشد. بطور کلی دو نوع مشخص از واین نرمال یعنی واین متعارفی<sup>6</sup> (C-vine) و دی-واین (D-vine) وجود دارد هر کدام از واین‌ها روش مشخصی را برای تجزیه تابع چگالی ارائه می‌دهند (Kurowicka and Cooke, 2004) مفصل واین دارای ویژگی سلسله مراتبی می‌باشد؛ به‌عبارت دیگر این مفصل با استفاده از آبخاری از مفصل‌های دو بعدی مفصل‌های چند بعدی را محاسبه می‌نماید. در سال‌های اخیر مفصل‌های واین به ابزاری محبوب جهت مدل‌سازی ساختار چند بعدی هیدرولوژی و ژئوفیزیک (Gyasi-Graler et al., 2016; Graler et al., 2016; Shafaei et al., 2014; al., 2014) تبدیل شده‌اند. بطوری که بعنوان مثال (Shafaei et al., 2016) آمار دراز مدت رودخانه ریپتا در ایتالیا

1- Nested Asymmetric Archimedean Copula

2- Meta-elliptic

3- Cholesky

4- Regular vine

5- Pair-copula

6- Canonical vine

7-Ripeta

### تعیین توزیع‌های حاشیه‌ای مشخصه‌های اصلی سیل

مهم‌ترین مرحله برای تعیین ساختار همبستگی چهار بعدی دی-واین و شبیه‌سازی متغیرها، محاسبه توزیع‌های حاشیه‌ای مشخصات سیل می‌باشد. در این مطالعه، توابع توزیع پارامتری مختلف یعنی رایلی<sup>3</sup>، ویبول<sup>4</sup>، لوگ لوجستیک<sup>5</sup>، لوگ لوجستیک تعمیم یافته<sup>6</sup>، مقدار مقدار حداکثر تعمیم یافته<sup>7</sup>، گامبل<sup>8</sup>، نرمال<sup>9</sup>، لوگ نرمال<sup>10</sup>، پیرسون<sup>11</sup> پیرسون<sup>11</sup> و لوگ پیرسون<sup>12</sup> به منظور برازش بر توزیع‌های حاشیه‌ای چهار ویژگی سیل مورد آزمون قرار گرفتند و روش حداکثر درست‌نمایی<sup>13</sup> جهت تخمین پارامترهای توزیع‌های مذکور مورد استفاده قرار گرفت و در نهایت مطابق با تست‌های آماری کولموگروف اسمیرنوف و کای اسکور مناسب‌ترین تابع توزیع برای برازش بر هر یک از مشخصه‌های اصلی سیل انتخاب گردید. لازم به ذکر است که کلیه مراحل بالا جهت تخمین پارامترها و در نهایت انتخاب بهترین توزیع-های حاشیه‌ای توسط نرم افزار ایزی فیت<sup>14</sup> صورت گرفت.

### توابع مفصل

پایه و اساس ساختار واین، مفصل‌ها می‌باشند. بطوری که مفصل-های دو متغیره به‌عنوان بلوک‌های ساختار واین می‌باشند. مدل‌سازی توابع مفصل بر اساس تئوری اسکالر پایه گذاری شده است. مطابق با نظریه اسکالر تابع توزیع تجمعی n متغیره‌ی پیوسته  $F_{12...n}(x)$  شامل متغیرهای تصادفی  $X_i$  با توزیع حاشیه پیوست  $u_i = F_i(x_i)$  به-صورت رابطه 1 و 2 تعریف می‌شوند:

$$F_{12...n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = C_{12...n} \{F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n), \theta\} = C_{12...n}(u_1, u_2, \dots, u_n, \theta) \quad (1)$$

$$C_{12...n}(u_1, u_2, \dots, u_n, \theta) = P(X_1 \leq x_1, \dots, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n) \quad (2)$$

$C_{12...n}$  یک تابع مفصل منحصر بفرد n بعدی می‌باشد که توزیع‌های یکنواخت حاشیه‌ای تک‌متغیره را به توزیع تجمعی n بعدی توام نگاشت می‌کند؛ بطوری که بصورت نگاشت  $[0,1]^n \rightarrow [0,1]$  می‌باشد.  $\theta$  پارامتر تابع مفصل می‌باشد که میزان وابستگی بین توزیع‌های حاشیه‌ای را نشان می‌دهد. تئوری معکوس نظریه اسکالر بصورت رابطه 3 تعریف می‌شود:

3- Rayleigh

4-Weibull

5-Log Logistic

6-General Log Logistic

7-General Extreme Value

8-Gumbel

9-Normal

10-Log-Normal

11-Pearson

12-Pearson log

13-Method of Maximum Likelihood

14- Easy fit

3882 متر است. طول و شیب متوسط آبراهه اصلی حوضه آبریز آجی‌چای تا ایستگاه ونبار به ترتیب برابر 2/227 کیلومتر و 3/13 درصد می‌باشد. برای سال‌های آماری 1340 الی 1390 رودخانه آجی‌چای در ایستگاه ونبار دارای میانگین جریان سالانه 72/13 مترمکعب بر ثانیه بوده و کم‌ترین و بیش‌ترین جریان سالانه به ترتیب 23/2 و 9/42 مترمکعب بر ثانیه است. در ضمن ضریب تغییرات جریان سالانه رودخانه 51/0 است. در این مطالعه از جریان‌های روزانه رودخانه آجی‌چای در ایستگاه ونبار به مدت 34 سال، از 11 دی سال 1354 تا 29 اسفند 1387 استفاده شد. دلیل استفاده از محدوده آماری مذکور کامل بودن داده‌ها در این محدوده می‌باشد بطوری که در این فاصله زمانی داده‌ها دارای کم‌ترین تعداد داده‌های گمشده بودند. حداکثر، متوسط و حداقل جریان روزانه در ایستگاه مذکور به ترتیب 342، 37/10 و 0 مترمکعب بر ثانیه می‌باشد.

### استخراج مشخصه‌های اصلی سیل

در این مطالعه با استفاده از روش مینیمم موضعی<sup>1</sup> و بکارگیری نرم افزار هیدرو آفیس<sup>2</sup> جداسازی دبی پایه از رویدادهای سیل صورت گرفت. در روش مینیمم موضعی دبی هر روزه کنترل می‌شود تا کم-ترین دبی را در نصف منهای یک فاصله زمانی  $[0.5 * (2n-1)]$  روز قبل و بعد از هر روز را در نظر بگیرد. اگر نتایج رضایت بخش بود مقدار دبی برای آن روز یک مینیمم موضعی در نظر گرفته شده و به مقادیر مینیمم موضعی‌های دیگر با استفاده از درون‌یابی خطی مرتبط می‌شود (Sloto and Crouse., 1996). سپس لحظه جدا شدن هیدروگراف از جریان پایه به‌عنوان نقطه شروع و لحظه بازگشت دوباره آن به جریان پایه به‌عنوان نقطه بازگشت محسوب می-گردد و بدین ترتیب یک هیدروگراف شناسایی می‌گردد. در این صورت ممکن است یک هیدروگراف دارای چندین نقطه اوج باشد. در این مطالعه از روش حداکثر دبی سالانه به‌عنوان دبی اوج استفاده می‌شود. بنابراین برای هر سال یک رویداد در نظر گرفته می‌شود و هر یک از این رویدادها دارای مشخصه‌های دبی اوج، حجم کل، زمان پایه و زمان اوج می‌باشند. بیشینه جریان روزانه در طول رویداد سیل به‌عنوان دبی اوج سیل، تعداد روزهای رویداد سیل به‌عنوان زمان پایه، زمان رسیدن هیدروگراف به دبی اوج به‌عنوان زمان اوج و حجم تجمعی جریان در طول سیل به‌عنوان حجم کل سیل در نظر گرفته شدند.

1- Local Minimum Method (LMM)

2- Hydro Office

دی-واین استفاده شد چرا که به دلیل همبستگی معنی‌دار بین اکثر متغیرها، متغیر خاصی به‌عنوان متغیر مرکزی در نظر گرفته نشد و ساختار دی-واین مناسب تشخیص داده شد.

توزیع تجمعی شرطی  $F$  به‌صورت رابطه 4 تعریف شد (Aas et al., 2009):

$$h(u_i, u_j, \theta_{ij}) = F_{i|j}(x_i | x_j) \quad (4)$$

در رابطه بالا برای بدست آوردن  $h$ ، از تابع مفصل نسبت به متغیر دوم مشتق گرفته می‌شود.  $\theta_{ij}$  پارامتر مفصل در توزیع توام بین  $x_i$  و  $x_j$  می‌باشد. تابع  $h$  یک تابع صعودی و شرطی می‌باشد که در فاصله  $[0, 1]$  قرار می‌گیرد.

### انتخاب بهترین ساختارهای دی-واین

در این مطالعه ابتدا بهترین ساختار دی-واین به منظور شبیه‌سازی مشخصه‌های اصلی سیل (زمان پایه، زمان اوج، حجم کل و دبی اوج) شناسایی گردید و سپس شبیه‌سازی مشخصه‌های سیل توسط بهترین ساختار دی-واین انجام پذیرفت. سه مرحله زیر جهت دستیابی به ساختار دی-واین مناسب اجرا گردیدند که توضیح آن‌ها به شرح زیر می‌باشند: (1) محاسبه ضریب تاو-کندال بین کلیه متغیرهای مورد بررسی به منظور شناسایی جفت-متغیرهای همبسته و عدم نظرگیری جفت-متغیرهای مستقل از هم برای قرار گرفتن در درخت اول ساختار دی-واین ضریب تاو کندال به‌صورت اختلاف احتمال انطباق و عدم انطباق تعریف می‌شود. اگر فرض کنیم  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ ،  $n$  جفت متغیر تصادفی باشند دو جفت نمونه  $(x_i, y_i)$  و  $(x_j, y_j)$  سازگارند اگر  $(x_j - x_i)(y_j - y_i) > 0$  در غیر این صورت ناسازگارند. در نهایت ضریب تاو-کندال بصورت  $\tau = (c - d) / \binom{n}{2}$  تعریف می‌گردد.  $c$  و  $d$  به ترتیب تعداد جفت-های سازگار و ناسازگار و  $n$  تعداد جفت‌ها می‌باشد. (2) جایگشت متغیرها (مشخصه‌های اصلی سیل) در ساختار دی-واین جهت حصول ساختارهای دی-واین مختلف. بطوری که در هر جایگشت هر یک از مشخصه‌های سیل می‌توانند در مکان‌های متغیر  $x_1, x_2, x_3$  و  $x_4$  در ساختار دی-واین جایگزین شوند و نهایت ساختارهای مختلفی را ایجاد نمایند. با فرض این که  $n$  متغیر داشته باشیم  $n!/2$  جایگشت حاصل خواهد شد. (3) برازش خانواده‌های مفصل ارشمیدسی و بیضوی مختلف بر جفت-مفصل‌های موجود در درخت‌های ساختار دی-واین به منظور رسیدن به ترکیب مناسبی از خانواده‌های مفصل مختلف در یک ساختار دی-واین معین. (4) تخمین پارامترهای جفت-مفصل‌های خانواده‌های مفصل مختلف مطابق با روش شرح داده شده در بخش تخمین پارامترها (در قسمت بعدی در این خصوص بحث خواهد شد) (5) انتخاب بهترین خانواده مفصل از بین مفصل‌های ارشمیدسی و بیضوی.

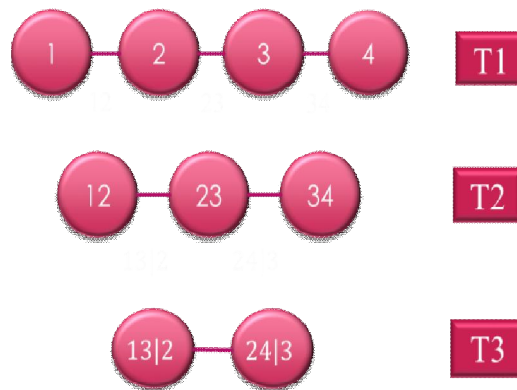
$$C_{12 \dots n}(u_1, u_2, \dots, u_n) = F_{12 \dots n}\{F_1^{-1}(u_1), F_2^{-1}(u_2), \dots, F_n^{-1}(u_n)\} \quad (3)$$

$u_n$  در رابطه بالا توابع توزیع حاشیه‌ای متغیر  $u_n$  و  $F_n^{-1}(\cdot)$  تابع چندک  $F_i(\cdot)$  می‌باشند.

### مفصل واین

بیدفورد و کوک (2001، 2002) مدلی گرافیکی با عنوان واین نرمال<sup>1</sup> را برای توزیع‌های با ابعاد بالا ارایه دادند. واین نرمال دارای یک ساختار کلی و عمومی می‌باشد و شامل تعداد زیادی از تجزیه‌های جفت-مفصل می‌باشد. برای جزییات بیشتر در مورد مفصل‌های دوبعدی (جفت-مفصل‌ها) به (Aas et al., 2009) مراجعه شود. دو نوع مشخص از واین نرمال یعنی واین متعارفی<sup>2</sup> (C-vine) و دی-واین (D vine) معرفی شده‌اند، که هر کدام از واین‌ها روش مشخصی را برای تجزیه تابع چگالی ارایه می‌دهند. تشخیص انواع واین‌ها از شکل گرافیکی آن‌ها قابل تشخیص است، چرا که واین‌ها مجموعه‌ای از درخت‌های تو در تو می‌باشند که از لحاظ ترکیب با هم تفاوت دارند. هر یک از ساختارهای واین از مجموعه‌ای از گره‌ها<sup>3</sup> (دایره) و لبه‌ها<sup>4</sup> (خط) تشکیل شده‌اند. در شکل 1 گره و لبه مشخص شده‌اند. در درخت‌های  $T_1, T_2$  و  $T_3$  ترکیب هر دو گره منجر به تشکیل یک جفت-مفصل یا لبه می‌شوند. در یک دی-واین  $n$  بعدی کل تجزیه‌ها توسط  $(n-1)/2$  لبه و یا مفصل دو متغیره (جفت-مفصل) تعیین می‌گردد. گره‌های درخت  $T_j$  برای مشخص نمودن برچسب لبه‌های درخت  $T_{j+1}$  ضروری هستند. بطوری که کاربرد یک مفصل دو بعدی بر دو گره منجر به تشکیل یک لبه در درخت بعدی می‌شود. بنابراین لبه‌های درخت  $T_j$  گره‌های درخت  $T_{j+1}$  را تشکیل می‌دهند و شرط اتصال دو لبه در درخت  $T_{j+1}$  اشتراک دو لبه مورد نظر در یک گره در درخت  $T_j$  می‌باشد. باید توجه داشت که ساختمان درختی در تجزیه جفت-مفصل ضروری نمی‌باشد اما در تشخیص تجزیه‌های جفت مفصل‌های مختلف موثر است. یکی از مزایای واین انعطاف در انتخاب خانواده‌های مفصل مختلف در هر لبه می‌باشد. در شکل 1 درخت  $T_1$  شامل 4 گره و 3 لبه و درخت  $T_2$  شامل 3 گره و 2 لبه و درخت  $T_3$  شامل 2 گره و 1 لبه می‌باشد. به‌عنوان مثال در درخت 1 متغیرهای  $x_1, x_2, x_3$  و  $x_4$  گره‌های درخت 1 و  $C_{12}, C_{23}$  و  $C_{34}$  جفت-مفصل‌ها و یا لبه‌های درخت 1 می‌باشند. توابع توزیع شرطی و یا همان گره‌ها در درخت دوم و سوم به‌ترتیب با استفاده از مشتق جزیی مفصل‌های (لبه‌های) درخت اول و دوم صورت می‌پذیرد. در این مطالعه برای شبیه‌سازی مشخصه‌های مهم سیل از ساختار

- 1- Regular vine
- 2- Canonical vine
- 3-Nodes
- 4-Edges



شکل 1- ساختار دی-واین چهار بعدی

4-1 صورت می‌گیرد:

1- برازش یک مفصل دو بعدی بر  $u_1$  و  $u_2$  جهت تخمین پارامتر  $\theta_{12}$ .

2- برازش یک مفصل دو بعدی بر  $u_2$  و  $u_3$  جهت تخمین پارامتر  $\theta_{23}$ .

3- برازش یک مفصل دو بعدی بر  $u_3$  و  $u_4$  جهت تخمین پارامتر  $\theta_{34}$ .

4- تولید سری  $v_{12}$  با استفاده از مفصل برازش داده شده بر  $u_1$  و  $u_2$  با استفاده از رابطه  $h(u_1, u_2, \theta_{12}) = v_{12}$

$$h(u_1, u_2) = F(x_2|x_1) = \frac{\partial C_{12}\{F(x_1), F(x_2), \theta_{12}\}}{\partial F(x_1)} \quad (8)$$

5- تولید سری  $v_{23}$  با استفاده از مفصل برازش داده شده بر  $u_2$  و  $u_3$  با استفاده از رابطه  $h(u_2, u_3, \theta_{23}) = v_{23}$

$$h(u_2, u_3) = F(x_3|x_2) = \frac{\partial C_{23}\{F(x_2), F(x_3), \theta_{23}\}}{\partial F(x_2)} \quad (9)$$

6- تولید سری  $v_{34}$  با استفاده از مفصل برازش داده شده بر  $u_3$  و  $u_4$  با استفاده از رابطه  $h(u_3, u_4, \theta_{34}) = v_{34}$

$$h(u_3, u_4) = F(x_4|x_3) = \frac{\partial C_{34}\{F(x_3), F(x_4), \theta_{34}\}}{\partial F(x_3)} \quad (10)$$

7- برازش یک مفصل دو بعدی بر  $v_{12}$  و  $v_{23}$  جهت تخمین پارامتر  $\theta_{13|2}$ .

برازش یک مفصل دو بعدی بر  $v_{23}$  و  $v_{34}$  جهت تخمین پارامتر  $\theta_{24|3}$ .

### شبه‌سازی ویژگی‌های سیل با استفاده از ساختار دی واین

در این مطالعه، شبه‌سازی مشخصات سیل با استفاده از تبدیل انتگرال احتمالی و تئوری اسکالر انجام پذیرفت. بدین منظور ابتدا نمونه‌های تصادفی  $w_1, w_2, w_3$  و  $w_4$  با استفاده از توزیع یکنواخت در فاصله  $[0,1]$  تولید می‌شوند و سپس:

بطوری که برازش هر یک از جفت-مفصل‌های درخت‌های ساختار دی-واین منجر به بزرگ‌ترین لوگ درست‌نمایی و کم‌ترین مقدار معیار اطلاعات آکائیکه<sup>1</sup> (AIC) و اطلاعات بی‌زین<sup>2</sup> (BIC) می‌گردند. معیارهای مذکور در رابطه 5-7 شرح داده شده است: (Brechmann et al., 2012)

$$L(u, \vartheta, \theta) = \sum_{t=1}^T \{ \log c_{12}(u_{1,t}, u_{2,t}; \theta_{12}) + \log c_{23}(u_{2,t}, u_{3,t}; \theta_{23}) + \log c_{34}(u_{3,t}, u_{4,t}; \theta_{34}) \} + \log c_{31|2}(\vartheta_{21,t}, \vartheta_{32,t}; \theta_{31|2}) + \log c_{24|3}(\vartheta_{32,t}, \vartheta_{43,t}; \theta_{24|3}) + \log c_{14|23}(\vartheta_{31|2,t}, \vartheta_{24|3,t}; \theta_{14|23}) \quad (5)$$

$$AIC = -2L(u, \vartheta, \theta) + 2k \quad (6)$$

$$BIC = -2L(u, \vartheta, \theta) + 2\ln(n)k \quad (7)$$

در رابطه بالا  $k$  و  $n$  به ترتیب تعداد پارامترها و تعداد داده‌ها می‌باشند. بعلاوه  $c_{i,j}$  نمایش دهنده مفصل دو بعدی بین توزیع‌های حاشیه‌ای متغیرهای  $i$  و  $j$  می‌باشد. همچنین،  $\vartheta_{i,t}$  و  $\vartheta_{j,t}$  در مواردی که  $c_{i,j}$  بین توزیع‌های حاشیه‌ای تک متغیره برقرار می‌گردد نشان‌دهنده توزیع‌های حاشیه‌ای تک متغیره یعنی  $u_i$  و  $u_j$  می‌باشند و در صورتی که  $c_{i,j}$  بین توزیع‌های حاشیه‌ای شرطی برقرار گردد بر سری‌های  $\vartheta$  دلالت دارند. رویکرد تعیین سری‌های  $\vartheta$  در بخش بعدی توضیح داده خواهد شد.

### تخمین پارامترهای ساختار دی-واین

با توجه به قانون زنجیره‌ای دی-واین تابع توزیع توام چهار بعدی به جفت-مفصل‌های دو بعدی (لبه‌های ساختار واین) تجزیه می‌گردد. تخمین پارامترهای ساختار دی-واین چهار بعدی با توجه به مراحل

1- Akaike information criterion  
2- Bayesian information criterion

$$\frac{\partial}{\partial u_3} C_{13|2} \left( \frac{\partial}{\partial u_2} C_{12}(u_1, u_2; \theta_{12}), \frac{\partial}{\partial u_2} C_{23}(u_2, u_3; \theta_{23}); \theta_{13|2} \right) u_1 = w_1 \quad (11)$$

$$u_2 = h_{2|1}^{-1}(w_2 | u_1) \quad (12)$$

$$h_{2|1}(u_2 | u_1; \theta_{12}) = \frac{\partial}{\partial u_1} C_{12}(u_2, u_1; \theta_{12})$$

$$u_3 = h_{3|12}^{-1}(w_3 | u_1, u_2; \theta_{13|2}) \quad (13)$$

$$h_{3|12}(u_3 | u_1, u_2; \theta_{13|2}) = \frac{\frac{\partial^2}{\partial u_1 \partial u_2} C_{123}(u_1, u_2, u_3)}{\frac{\partial^2}{\partial u_1 \partial u_2} C_{12}(u_1, u_2; \theta_{12})} \quad (14)$$

$$u_4 = h_{4|123}^{-1}(w_4 | u_1, u_2, u_3) \quad (15)$$

$$h_{4|123}(u_4 | u_1, u_2, u_3) = \frac{\frac{\partial^3}{\partial u_1 \partial u_2 \partial u_3} C_{1234}(u_1, u_2, u_3, u_4)}{\frac{\partial^3}{\partial u_1 \partial u_2 \partial u_3} C_{123}(u_1, u_2, u_3)} \quad (16)$$

بدست آوردن  $h_{4|123}$  منوط به محاسبه برخی مشتق‌های جزئی می‌باشد که در روابط 17 و 18 آورده شده‌اند:

$$\frac{\partial^3}{\partial u_1 \partial u_2 \partial u_3} C_{1234}(u_1, u_2, u_3, u_4)$$

$$= \frac{\partial}{\partial u_1} C_{14|23}(h_{1|23}(u_1 | u_2, u_3), h_{4|23}(u_4 | u_2, u_3))$$

$$h_{1|23}(u_1 | u_2, u_3) = \frac{\frac{\partial^2}{\partial u_2 \partial u_3} C_{123}(u_1, u_2, u_3)}{\frac{\partial^2}{\partial u_2 \partial u_3} C_{23}(u_2, u_3; \theta_{23})} \quad (17)$$

$$h_{4|23}(u_4 | u_2, u_3) = \frac{\frac{\frac{\partial^2}{\partial u_2 \partial u_3} C_{234}(u_2, u_3, u_4)}{\frac{\partial^2}{\partial u_2 \partial u_3} C_{23}(u_2, u_3; \theta_{23})}}{\frac{\frac{\partial}{\partial u_3} C_{24|3} \left( \frac{\partial}{\partial u_3} C_{23}(u_2, u_3; \theta_{23}), \frac{\partial}{\partial u_3} C_{34}(u_3, u_4; \theta_{34}); \theta_{24|3} \right)}{\frac{\partial^2}{\partial u_2 \partial u_3} C_{23}(u_2, u_3; \theta_{23})}} \quad (18)$$

در معادلات بالا  $\theta$  پارامترهای مفصل هستند و روش بکار برده شده جهت تخمین آنها در قسمت تخمین پارامترهای مفصل دی- واین شرح داده شد (De Michele et al., 2007).

### نتایج و بحث

#### استخراج ویژگی‌های سیل

همانطور که پیش از این نیز توضیح داده شد دبی پایه و دبی سیل با استفاده از نرم افزار هیدروآفیس و روش مینیمم موضعی جداسازی شدند و سپس با توجه به روش حداکثر دبی سالانه 34 رویداد سیل شناسایی شدند و سپس مشخصه‌های اصلی هر یک از آن‌ها استخراج گردید.

جدول 1- فرمول توزیع‌های تجمعی رایلی، ویبول و لوگ-لوجستیک

توابع توزیع	فرمول
رایلی	$1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\gamma}{\sigma}\right)^2\right)$
ویبول	$1 - \exp\left(-\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^\alpha\right)$
لوگ- لوجستیک	$\left(1 + \left(\frac{\beta}{x-\gamma}\right)^\alpha\right)^{-1}$

جدول 2- پارامترهای توابع توزیع‌های حاشیه‌ای به همراه P-مقدار تست‌های کولموگروف اسمیرنوف و کای-اسکور

ویژگی‌های سیل	$\epsilon$	P-Value $\chi_{k,s}$				
حجم کل (ویبول)	-	97/0	6e+74/5	0	94/0	90/0
دبی اوج (رایلی)	74	-	-	-62/13	89/0	89/0
زمان پایه (لوگ لوجستیک)	-	70/3	70/83	-47/11	97/0	87/0
زمان اوج (ویبول)	-	17/1	43/39	-67/1	65/0	75/0

#### استخراج توزیع‌های حاشیه‌ای

مهم‌ترین مرحله در تعیین ساختار همبستگی چهار بعدی دی- واین و شبیه‌سازی متغیرها، محاسبه توزیع‌های حاشیه‌ای مشخصات سیل می‌باشد.

مطابق با تست‌های آماری کولموگروف اسمیرنوف و کای اسکور توزیع ویبول به‌عنوان مناسب‌ترین مدل برای مدل‌سازی زمان اوج و حجم سیل و توزیع‌های رایلی و لوگ لوجستیک به ترتیب به‌عنوان بهترین توزیع‌ها برای برازش بر متغیرهای زمان پایه و دبی اوج در

سطح 5 درصد شناخته شدند. فرمول توزیع‌های تجمعی رایلی، ویبول، لوگ لوجستیک در جدول 1 نمایش داده شده‌اند. پارامترهای توابع توزیع‌های حاشیه‌ای انتخاب شده به همراه P-مقدار<sup>1</sup> تست‌های کولموگروف اسمیرنوف و کای اسکور آن‌ها محاسبه شدند که در جدول 2 ارائه شده‌اند. بدین ترتیب توزیع‌های حاشیه‌ای با اعمال پارامترهای هر یک از مشخصه-

1- P-Value

همه خانواده های مفصل ارشمیدسی<sup>1</sup> (فرانک<sup>2</sup>، جو<sup>3</sup>، گامبل<sup>4</sup> و کلایتون<sup>5</sup>) و بیضوی<sup>6</sup> (تی-استیودنت<sup>7</sup>، گوسین<sup>8</sup>) بر هر جفت-مفصل برآزش داده شدند. پارامترها با استفاده از روش شرح داده شده در بخش تخمین پارامترها، تخمین زده شدند. سپس معیارهای ارزیابی برای ساختارهای با ترکیبات مختلف مفصل های ارشمیدسی و بیضوی در هر جفت-مفصل محاسبه شدند و در نهایت ترکیبی از مفصل های مختلف که منجر به کمترین مقدار معیارهای AIC و BIC و بیشترین مقدار لوگ درست‌نمایی در کل ساختار می‌شوند انتخاب گردیدند. ساختارهای دی-واین مختلف حاصل از جایگشت متغیرها به همراه پارامترهای تخمین زده شده و معیارهای AIC و BIC و لوگ درست‌نمایی در جدول 4 ارائه شده‌اند. به عنوان مثال در جدول 4 و در ساختار (V-T<sub>p</sub>-P-B) پارامتر  $\theta_{V|T_p}$ ،  $\theta_{T_p|P}$  و  $\theta_{P|B}$  در درخت 1 نشان دهنده پارامترهای مفصل های  $C_{VT_p}$ ،  $C_{T_pP}$  و  $C_{PB}$ ، پارامترهای  $\theta_{VT_p|P}$  و  $\theta_{V|T_p}$  در درخت 2 بیانگر پارامترهای مفصل های  $C_{VT_p|P}$  و  $C_{V|T_p}$  و بالاخره  $\theta_{BV|PT_p}$  در درخت 3 نشان دهنده پارامتر مفصل  $C_{BV|PT_p}$  می‌باشد. مطابق با جدول 4 ساختار دی-واین (V-P-B-T<sub>p</sub>) کمینه مقدار BIC و AIC و بیشترین مقدار لوگ درست‌نمایی 70,107 را در میان دیگر ساختارها می‌دهد. مرور مطالعات اخیر (Aas et al., 2009; Vernieuwe et al., 2015) نشان می‌دهد که محققان برای رسیدن به ساختار دی-واین بهینه (ساختاری با حداکثر لوگ درست‌نمایی و کمترین معیار اطلاعات آکائیکه و بیزی) از جفت-متغیرهای با قوی‌ترین همبستگی در درخت اول T<sub>1</sub> ساختار دی-واین استفاده نمودند. در حالی که نتایج جدول 4 نشان می‌دهد ساختارهای شامل جفت-متغیرهای با وابستگی بالا در درخت اول، الزاماً منجر به دست‌یابی به ساختار بهینه نمی‌شوند. از آن‌جا که ساختار (P-V-B-T<sub>p</sub>) شامل جفت-متغیرهای با بالاترین ضریب تاو کندال ( $\tau_{PV} = 0.64, \tau_{VB} = 0.61, \tau_{BT_p} = 0.53$ ) دقیق‌ترین مدل را ارائه نمی‌نماید بطوری که لوگ درست‌نمایی، معیار اطلاعات آکائیکه و بیزی آن به ترتیب 62/65، 38/117 و 70/106 می‌باشد. اما ساختار (V-P-B-T<sub>p</sub>) با مقادیر تاو کندال  $\tau_{VP} = 0.64, \tau_{T_pB} = 0.38, \tau_{BT_p} = 0.53$  که بالاترین مقادیر تاو کندال نمی‌باشند، مناسب‌ترین ساختار را با توجه به معیارهای لوگ درست‌نمایی 107/70، معیار اطلاعات آکائیکه 121/128 و بیزی 05/119، ارائه می‌نماید. با توجه به نکات بالا در

های سیل محاسبه گردیده و توزیع‌های حاشیه‌ای تجمعی دبی اوج، حجم کل، زمان پایه و زمان اوج به ترتیب با P, V, B و T<sub>p</sub> نمایش داده می‌شوند.

### تعیین ساختار مفصل دی-واین

پس از استخراج ویژگی‌های سیل و تخمین توزیع‌های حاشیه‌ای، میزان وابستگی همه جفت-متغیرها مورد بررسی قرار گرفت. بدین منظور ضریب تاو کندال بین جفت متغیرها تخمین زده شدند. مقادیر ضرایب تاو-کندال بین متغیرها در جدول 3 ارائه شده‌اند.

جدول 3- مقادیر ضریب تاو-کندال بین جفت-متغیرها

تاو کندال	جفت-متغیرها
53/0	b, t <sub>p</sub>
61/0	b, v
38/0	b, p
38/0	t <sub>p</sub> , v
10/0	t <sub>p</sub> , p
64/0	v, p

با توجه به مقادیر تاو کندال می‌توان نتیجه گرفت که وابستگی همه جفت-متغیرها به استثناء جفت P-t<sub>p</sub> معنی‌دار می‌باشد چرا که مقدار تاو کندال این جفت-متغیر نسبت به دیگر جفت‌ها بسیار پایین می‌باشد، در نتیجه هنگام ایجاد ساختارهای دی-واین جفت P-t<sub>p</sub> در درخت اول ساختار لحاظ نمی‌گردد. به عبارت دیگر متغیرهای P و t<sub>p</sub> در درخت اول بصورت مستقیم به یکدیگر متصل نمی‌گردند. چرا که وابستگی بین دو متغیر مذکور معنی‌دار نبوده و بنابراین مدل سازی وابستگی آن‌ها بی‌معنی می‌باشد. در مطالعه حاضر، به منظور شبیه سازی هر یک از ویژگی‌های سیل ساختارهای دی-واین چهار بعدی مختلف بر توزیع‌های حاشیه‌ای مشخصه‌های سیل برآزش داده شد. سه مرحله زیر جهت دست‌یابی به ساختارهای دی-واین اپتیمم (ساختاری که دارای حداکثر لوگ درست‌نمایی و کمترین مقادیر اطلاعات آکائیکه و بیزی باشد) همانطور که در بخش مواد و روش‌ها نیز توضیح داده شد اولین قدم برای دست‌یابی به ساختار بهینه ایجاد جایگشت‌های مختلف با استفاده از مشخصه‌های اصلی سیل جهت ایجاد ساختارهای مختلف می‌باشد. با توجه به این‌که در این مطالعه 4 مشخصه اصلی سیل استخراج گردید، بنابراین با استفاده از رابطه  $n!/2 = 4!/2 = 12$  جایگشت مختلف و در نهایت 12 ساختار مختلف ایجاد می‌گردد. از آن‌جا که وابستگی بین دو متغیر دبی و زمان اوج (p-t<sub>p</sub>) معنی‌دار نمی‌باشد، بنابراین 6 ساختار که شامل جفت-مفصل (p-t<sub>p</sub>) بودند حذف گردیده و بدین ترتیب تنها 6 ساختار باقی‌مانده برای مطالعات بعدی مورد توجه واقع شدند. در مرحله بعد در هر ساختار

- 1- Archimedean
- 2- Frank
- 3- Joe
- 4- Gumbel
- 5- Clayton
- 6- Elliptical
- 7- T-student
- 8- Gaussian

برای تبدیل توزیع‌های حاشیه‌ای شبیه‌سازی شده به داده‌های مشاهداتی از معکوس توزیع‌های حاشیه‌ای منتخب استفاده شد.

با توجه به معیارهای لوگ درست‌نمایی، AIC و BIC ساختار (V-P-B-Tp) به‌عنوان دقیق‌ترین ترکیب شناخته شد. بنابراین در این مطالعه این ساختار برای شبیه‌سازی مشخصه‌های سیل مورد استفاده قرار گرفت. به منظور ارزیابی دقت شبیه‌سازی مشخصه‌های سیل توسط ساختار دی-واین مه‌ترین آماره‌ها یعنی میانگین، انحراف معیار، بیشینه، کمینه و چولگی سری‌های زمانی مشخصه‌های سیل شبیه‌سازی شده محاسبه گردیدند. در این مطالعه به منظور ارزیابی دقت شبیه‌سازی ساختار دی-واین از روش گرافیکی استفاده شد. بطوری که ابتدا باکس پلات داده‌های شبیه‌سازی شده رسم می‌گردند. باکس پلات‌ها از اتصال چارک پایین، میانه و چارک بالای آماره مورد نظر تشکیل می‌شوند. قرار گرفتن آماره مشخصه‌های اصلی داده‌های مشاهداتی در باکس پلات به معنی توانایی ساختار دی-واین در شبیه‌سازی مشخصه‌های اصلی سیل می‌باشد. باکس پلات‌های آماره-های میانگین، انحراف معیار، بیشینه، کمینه داده‌های دبی اوج، حجم کل، زمان پایه، زمان اوج و همچنین چولگی مشخصات سیل به ترتیب در شکل‌های 2، 3، 4 و 5 و 6 نمایش داده شدند. شکل‌های مذکور نشان می‌دهند که میانگین و انحراف معیار در همه مشخصه‌های سیل شبیه‌سازی شده به خوبی حفظ شده است چرا که میانگین و انحراف معیارهای همه مشخصه‌های سیل مشاهداتی در باکس پلات‌ها قرار گرفته‌اند. با توجه به این که بیشینه دبی اوج، حجم کل و زمان پایه مشاهداتی در مرز باکس پلات‌ها قرار می‌گیرند بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که بیشینه این متغیرها نسبتاً خوب شبیه‌سازی شده‌اند. اما با این حال بیشینه زمان اوج مشاهداتی در داخل باکس پلات قرار گرفته و از این رو بیشینه زمان اوج به خوبی توسط شبیه‌سازی با دی-واین حفظ شده است. با توجه به باکس پلات‌های کمینه داده‌های مشاهداتی در شکلها می‌توان دریافت که کمینه حجم کل و زمان پایه مشاهداتی سیل به خوبی در داده‌های شبیه‌سازی شده در اختیار گرفته شده‌اند. اما آماره‌های دبی اوج و زمان اوج سیل نسبتاً خوب حفظ شده‌اند. وضوح آماره چولگی به دلیل کوچک بودن مقادیر آن نسبت به دیگر آماره‌ها کم می‌باشد. از این‌رو باکس پلات‌های چولگی مشخصه‌های سیل در نمودار شکل 6 به صورت جداگانه رسم گردیده‌اند. از باکس پلات‌های چولگی مشخصه‌های شبیه‌سازی شده سیل می‌توان مشاهده نمود که چولگی دبی اوج، زمان پایه و زمان اوج به خوبی حفظ شده‌اند. اما با این وجود چولگی حجم کل سیل نسبتاً خوب حفظ شده‌اند.

نهایت می‌توان نتیجه‌گیری نمود که استفاده از جفت-متغیرهای با قوی‌ترین وابستگی در درخت اول موجب ایجاد ساختار دی-واین بهینه نگردید، چرا که جفت-متغیرهای متصل بهم در درخت‌های بعدی به صورت متغیرهای شرطی ظاهر می‌گردند و احتمال این که این متغیرهای شرطی در درخت دوم دارای قوی‌ترین وابستگی با یکدیگر باشند بسیار پایین می‌باشد چرا که این متغیرها حاصل مشتق تابع مفصل نسبت به متغیر مجاور می‌باشد. نتایج نیز نشان داد که احتمال رسیدن به یک ساختار بهینه با استفاده از متغیرهای با قوی‌ترین همبستگی در درخت اول پایین می‌باشد و رسیدن به ساختار بهینه بستگی به چگونگی ترکیب متغیرهای اصلی در درخت اول و اتصال متغیرهای شرطی درخت‌های بعدی دارد. Shafaei et al., 2016 نیز با استفاده از جایگشت متغیرها در ساختار دی-واین، ساختارهای مختلفی را به منظور رسیدن به یک ساختار بهینه برای مشخصه‌های اصلی سیل مورد آزمون قرار دادند و در نهایت نتیجه‌گیری کردند که استفاده از مشخصه‌های اصلی سیل با بیش‌ترین همبستگی در درخت اول موجب رسیدن به یک ساختار بهینه نمی‌گردد و ساختار V-P-Tp-B که لزوماً دارای جفت-متغیرهای با قوی‌ترین همبستگی نبود به عنوان بهترین ساختار شناسایی گردید. با توجه به مطالعه مذکور می‌توان نتیجه‌گیری نمود که با توجه به خصوصیات فیزیکی داده‌های هر منطقه ساختارهای متفاوتی به‌عنوان ساختارهای مناسب تشخیص داده می‌شوند. چرا که در مطالعه حاضر ساختار (V-P-B-Tp) به عنوان مناسب‌ترین ساختار شناسایی شد که متفاوت با ساختار مطالعه قبلی می‌باشد. همچنین در مطالعه دیگری شفائی و همکاران (1395) برای شبیه‌سازی مشخصه‌های اصلی رویدادهای بارش از ساختار دی-واین به منظور استخراج ساختار دی-واین بهینه پرداختند و در نهایت نتایج نشان داد که استفاده از مشخصه‌های بارش با قوی‌ترین همبستگی در درخت اول نیز موجب رسیدن به بهترین ساختار نمی‌گردد.

### شبیه‌سازی مشخصه‌های سیل

بطور کلی ارزیابی کارایی مدل‌های شبیه‌سازی با مقایسه‌ی آماره-های داده‌های شبیه‌سازی شده و داده‌های مشاهداتی انجام می‌شود. با این حال با توجه به ویژگی استوکاستیک مدل‌ها، وجود مقداری تغییرپذیری در آماره‌های داده‌های شبیه‌سازی شده اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. از این‌رو در این مطالعه مدل‌های چهار بعدی حاصل از ساختار دی-واین جهت شبیه‌سازی 100 سری زمانی 34 ساله (یعنی همان طول سری‌های زمانی مشاهداتی) توزیع‌های حاشیه‌ای حجم کل، دبی اوج، زمان پایه و زمان اوج سیل بکار گرفته شدند و سپس



جدول 4- ساختارهای دی-واین مختلف به همراه پارامترهای تخمین زده شده و معیارهای AIC و BIC و لوگ درست‌نمایی.

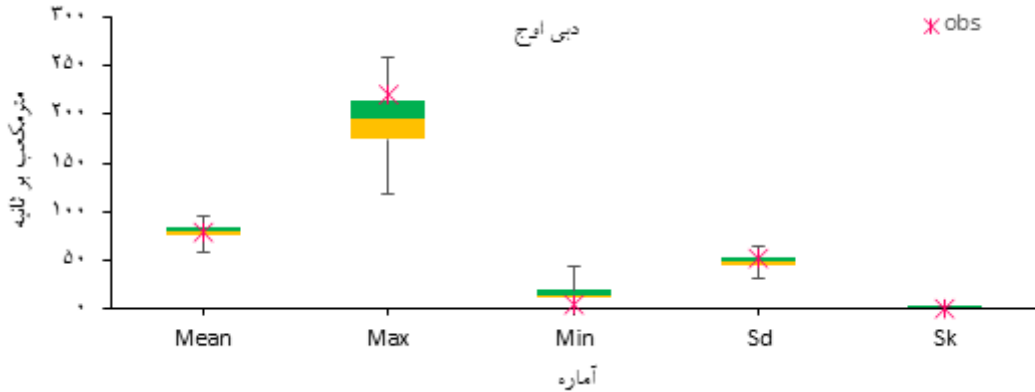
ساختار دی-واین	پارامتره ا	خانواده مفصل	مقدار پارامتر	لوگ درست‌نمایی	AIC	BIC	
(B-T <sub>p</sub> -V-P)	$\theta_{BT_p}$	گامبل	18/2	66/66	-37/121	-34/112	
	$\theta_{VT_p}$	گوسین	57/0				
	$\theta_{PV}$	گوسین	84/0				
	$\theta_{BV T_p}$	گوسین	73/0				
	$\theta_{PT_p V}$	فرانک	-46/4				
	$\theta_{BP T_pV}$	فرانک	25/2				
(P-V-B-T <sub>p</sub> )	$\theta_{PV}$	گوسین	84/0	62/65	-38/117	-70/106	
	$\theta_{BV}$	گوسین	81/0				
	$\theta_{T_pB}$	گامبل	18/2				
	$\theta_{PB V}$	فرانک	-12/1				
	$\theta_{VT_p B}$	گوسین	-17/0				
	$\theta_{PT_p BV}$	تی- استیودنت	-63/0, 58/2				
(P-B-V-T <sub>p</sub> )	$\theta_{12}$	گوسین	60/0	68/62	-888/112	-72/103	
	$\theta_{23}$	گوسین	81/0				
	$\theta_{34}$	گوسین	57/0				
	$\theta_{13 2}$	گوسین	74/0				
	$\theta_{24 3}$	جو	33/2				
	$\theta_{14 23}$	فرانک	-98/3				
(V-P-B-T <sub>p</sub> )	$\theta_{VP}$	گوسین	-84/0	107/70	-21/128	-05/119	
	$\theta_{PB}$	گوسین	60/0				
	$\theta_{BT_p}$	گامبل	18/2				
	$\theta_{VB P}$	جو	02/3				
	$\theta_{PT_p B}$	گوسین	-49/0				
	$\theta_{VT_p BP}$	جو	73/1				
(B-P-V-T <sub>p</sub> )	$\theta_{BP}$	گوسین	60/0	64/68	-29/125	-13/116	
	$\theta_{PV}$	گوسین	84/0				
	$\theta_{VT_p}$	گوسین	57/0				
	$\theta_{BV P}$	جو	02/3				
	$\theta_{PT_p V}$	فرانک	-46/4				
	$\theta_{BT_p PV}$	فرانک	88/4				
(V-T <sub>p</sub> -B-P)	$\theta_{VT_p}$	گوسین	57/0	86/60	-48/109	-32/100	
	$\theta_{T_pB}$	گامبل	18/2				
	$\theta_{BP}$	گوسین	60/0				
	$\theta_{VB T_p}$	گوسین	73/0				
	$\theta_{T_pP B}$	گوسین	-49/0				
	$\theta_{PV T_pB}$	گامبل	01/2				

ساختار دی-واین توانایی حفظ اکثر آماره‌های مشخصه‌های اصلی سیل را دارا می‌باشد و با توجه به ویژگی استوکاستیک بالای برخی از

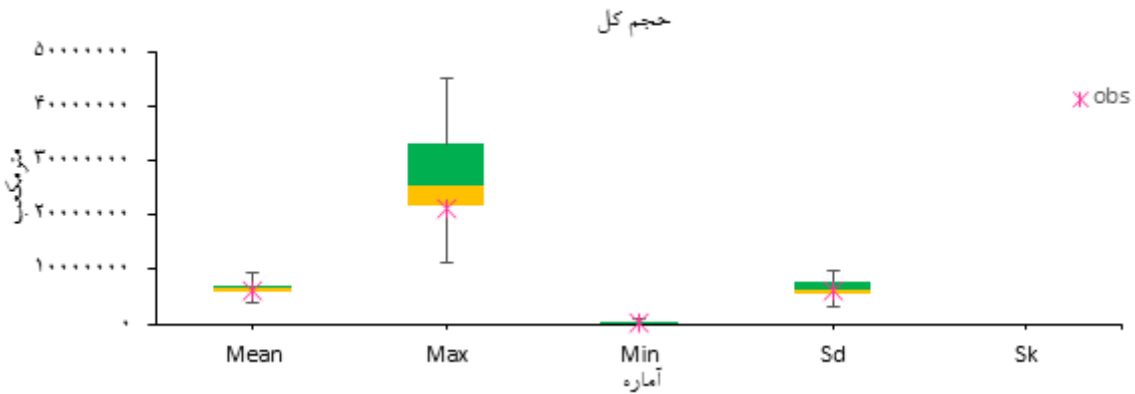
Shafaei et al., 2016 نیز پس از شبه‌سازی مشخصه‌های اصلی سیل با استفاده از مفصل دی-واین به این نتیجه رسیدند که

نتیجه‌گیری نمودند که مفصل و این در شبیه‌سازی آماره میانگین خوب عمل نموده است. با این وجود عملکرد آن در حفظ دیگر آماره‌ها نسبتاً رضایت بخش بوده است.

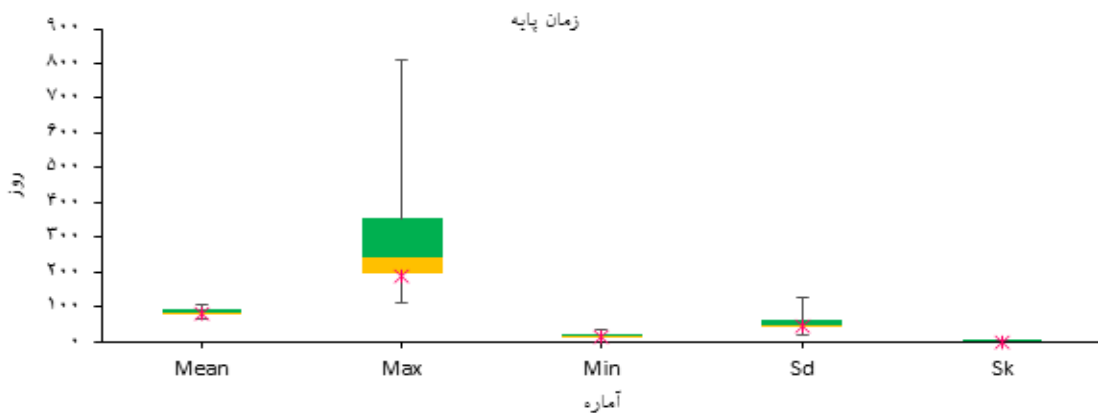
مشخصه‌های سیل آماره‌های آن‌ها با دقت خوبی شبیه‌سازی نمی‌شوند (Vernieuve et al., 2015). نیز از مدل مفصل‌های و این جهت شبیه‌سازی مشخصه‌های بارش 105 سال و در فواصل زمانی ده دقیقه‌ای استفاده نمودند. در نهایت پس از شبیه‌سازی مشخصه‌ها



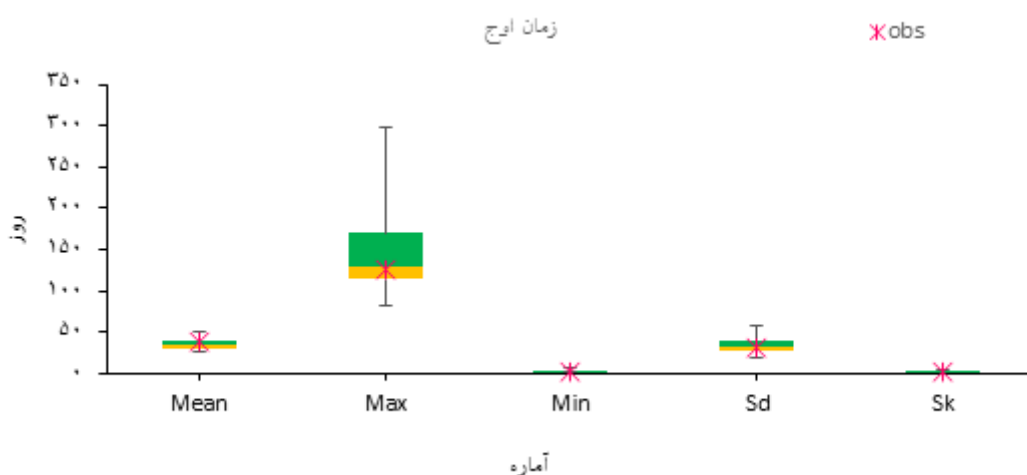
شکل 2- باکس پلات‌های مربوط به آماره‌های مشخصه دبی اوج شبیه‌سازی شده (ستاره: آماره مشاهده شده)



شکل 3- باکس پلات‌های مربوط به آماره‌های مشخصه حجم کل شبیه‌سازی شده (ستاره: آماره مشاهده شده)



شکل 4- باکس پلات‌های مربوط به آماره‌های مشخصه زمان پایه شبیه‌سازی شده (ستاره: آماره مشاهده شده)



شکل 5- باکس پلات‌های مربوط به آماره‌های مشخصه‌های زمان اوج شبیه‌سازی شده (ستاره: آماره مشاهده شده)



شکل 6- باکس پلات‌های مربوط به چولگی مشخصه‌های شبیه‌سازی شده سیل (ستاره: چولگی مشاهده شده)

## نتیجه‌گیری

در این مطالعه از ساختار دی-واین جهت شبیه‌سازی چهار مشخصه مهم سیل یعنی دبی اوج، حجم کل، زمان اوج و زمان پایه سیل بهره گرفته شد. بنابراین ساختار دی-واین به منظور توصیف ساختار وابستگی میان حجم کل، دبی اوج، زمان پایه و زمان اوج سیل بکار برده شد. با استفاده از جایگشت متغیرها در ساختارهای دی-واین چهار بعدی و سپس حذف ساختارهایی با جفت-متغیرهای مستقل از هم، 6 ساختار مختلف توسعه داده شد و خانواده‌های مفصل مختلف از خانواده‌های ارشمیدسی و بیضوی بر جفت-مفصل‌ها مورد آزمون قرار گرفتند و مطابق با معیارهای مختلف مناسب‌ترین مفصل به منظور برآزش بر هر جفت-مفصل انتخاب گردید. در مرحله بعدی مناسب‌ترین ترکیب‌ها با توجه به معیارهای AIC، BIC و حداکثر لوگ درست‌نمایی انتخاب شدند و در نهایت مطابق با معیارهای مذکور ساختار (V-P-B-Tp) به عنوان بهترین ساختار جهت شبیه‌سازی

مشخصه‌های مهم سیل انتخاب گردید و نتایج زیر حاصل گردید: 1 برای دستیابی به مناسب‌ترین ساختار جهت شبیه‌سازی متغیرها همه جایگشت‌های ممکن متغیرها اجرا می‌شود و سپس با توجه به معیارهای مختلف اقدام به انتخاب بهترین ساختار نمود. بطوری که بر خلاف مطالعات گذشته نتیجه گرفته شد که لزوماً بهترین ساختار با بکارگیری همبسته‌ترین جفت-متغیرها حاصل نمی‌گردد. 2 انعطاف ساختار دی-واین در انتخاب مناسب‌ترین و دقیق‌ترین خانواده مفصل برای هر جفت-مفصل منجر به حاصل شدن دقیق‌ترین ساختار می‌گردد. 3 مدل دی-واین در حفظ آماره‌های متغیرها توانایی خوبی داشته و در نتیجه دارای دقت و توانایی خوبی در شبیه‌سازی مشخصه‌های سیل در داده‌های کوتاه مدت می‌باشد. با توجه به نتایج مطالعه حاضر و مرور منابع مرتبط با شبیه‌سازی داده‌های هیدرولوژیکی بلند مدت و کوتاه مدت توسط واین پیشنهاد می‌شود که در مطالعات آینده، از مدل چهار بعدی دی-واین به منظور شبیه‌سازی دیگر مشخصه‌های متغیرهای هیدرولوژیکی نظیر بارش، تبخیر و آب-

continuous rainfall simulation. *Journal of Hydrology*. 464: 249-261.

های زیرزمینی و... استفاده شود.

## منابع

- Kao, S., Govindaraju, R. 2008. Trivariate statistical analysis of extreme rainfall events via the Plackett family of copulas. *Water Resources Research*. 44:1-19.
- Kurowicka, D., Cooke, R. 2007. Sampling algorithms for generating joint uniform distributions using the vine-copula method. *Computational Statistics and Data Analysis*. 51.6: 2889-2906.
- Mirabbasi, R., Fakheri-Fard, A., Dinpashoh, Y. 2012. Bivariate drought frequency analysis using the copula method, *Theor Appl Climatol* 108:191-206.
- Mirabbasi, R., Anagnostou, E. N., Fakheri-Fard, A., Dinpashoh, Y., Eslamian, S. 2013. Analysis of meteorological drought in Northwest Iran using the joint deficit index. *Journal of Hydrology*. 4.92:35-48.
- Salvadori, G. and De Michele, C. 2004. Analytical calculation of storm volume statistics involving Pareto-like intensity-duration marginal, *Geophysical Research Letters*, 31:1-4.
- Salvadori, G., De Michele, C. 2006. Statistical characterization of temporal structure of storms, *Advances in Water Resources*. 29:827-842.
- Serinaldi, F. and Grimaldi S. 2007. Fully nested 3-copula: procedure and application on hydrological data. *Journal of Hydrologic Engineering*. 12:420-430.
- Shafaei, M., Fakheri-Fard, A., Dinpashoh, Y., Mirabbasi, R. and De Michele, C. 2016. Modeling flood event characteristics using D-vine structures. *Theoretical and Applied Climatology*. 1-12.
- Sklar, A. 1959. *Fonction de répartition à n dimensions et leurs marges*, vol. 8. Publications de L'Institut de Statistique, Université de Paris: Paris: 229-231.
- Sloto, R., Crouse, A. 1996. HYSEP: A computer program for streamflow hydrograph separation and analysis. U.S. Geological Survey, Water-Resources Investigations, Report 96-4040. Pennsylvania. 46.
- Song, S., Singh, V. 2010. Meta-elliptical copulas for drought frequency analysis of periodic hydrologic data, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*. 24: 425-444.
- Vernieuwe, H., Vandenberghe, S., De Baets, B., Verhoest, N. E. C. 2015. A continuous rainfall model based on vine copulas, *Hydrology and Earth System Sciences*. 19.6:2685-2699.
- شفائی، م، فاخری فردا، دین پژوهی، میرعباسی، ر. 1395. مدل سازی تابع توزیع توام چهار بعدی ویژگی های مهم سیل با استفاده از ساختار سی-واین. نشریه آبیاری و زهکشی ایران. 10.3: 327-337
- Aas, K., Czado, C., Frigessi, A. and Bakken, B. 2009. Pair-copula constructions of multiple dependence, *Insurance: Mathematics and Economics* 44:182-198.
- Bedford, T., Cooke, R. 2001. Probability density decomposition for conditionally dependent random variables modeled by vines, *Ann. Math. Artif. Intel* 32 245-268.
- Bedford, T., Cooke, R. 2002. Vines. A new graphical model for dependent random variables, *Annals of Statistics*. 30 1031-1068.
- Brechmann, E. C. 2010. Truncated and simplified regular vines and their applications. Diploma thesis, Technische Universität München.
- De Michele, C., Salvadori, G. 2003. A generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-copulas, *Journal of Geophysical Research*. 108 (D2):4067:1-15.
- De Michele, C., Salvadori, G., Canossi, M., Petaccia, A., Rosso, R. 2005. Bivariate statistical approach to check adequacy of dam spillway, *Journal of Hydrologic Engineering*. 10: 50-57.
- Favre, A., Adlouni, S. E., Perreault, L., Thiémonge, N., Bobée, B. 2004. Multivariate hydrological frequency analysis using copulas, *Water Resources Research*. 40:1-12.
- Genest, C., Favre, A., Beliveau, J. and Jacques, J. 2007. Metaelliptical copulas and their use in frequency analysis of multivariate hydrological data, *Water Resources Research*. 43:1-12.
- Gräler, B. 2014. Modelling skewed spatial random fields through the spatial vine copula. *Spatial Statistics*. 10: 87-102.
- Grimaldi, S., Serinaldi, F., 2006. Design hyetograph analysis with 3-copula function. *Hydrological Sciences Journal*. 51.2: 223-238.
- Gyasi-Agyei, Y., Melching, C. 2012. Modelling the dependence and internal structure of storm events for

## Simulation of Flood Characteristics of Ajichay River Using a Multivariate Structure

M. Shafaei<sup>1\*</sup> - A. Fakheri-Fard<sup>2</sup> - Y. Dinpashoh<sup>3</sup> - R. Mirabbasi Najaf Abadi<sup>4</sup>

Recived: Dec.03, 2016

Accepted: Apr.04, 2017

### Abstract

In this study, the first flood time series of vanyar station on Ajichay rivr was separated from base flow using local minimum method, 34 flood events were distinguished and flood event characteristics were extracted and then dependence structure between the characteristics of the flood event (peak flow, peak time, the total volume and base time of flood) diagnosed using the D-vine structure and then mentioned characteristics were simulated using the most accurate D-vine structure. To get the best D-Vine structure first structures were constructed through permuting the features of flood and then different Elliptical and Archimedean copula families were fitted on each pair-copula and the most accurate copulas were selected according to Akaike and Bayesian information criteria for each of pair-copula. In this way, the best combination of copulas was obtained for each of D-vine structures and the best structure was selected to simulate feature of flood and ultimately to evaluate the effectiveness of selected structure in the simulating of flood characteristics, the main statistics of simulated flood features were calculated and results showed that the mean and standard deviation of all simulated properties of flood were maintained well. However, the minimum, maximum and skewness of simulated features of flood in some features had been maintained well and also were preserved relatively well in some other features. Finally, the results showed that for obtaining the best D-vine structure should be performed all permuting of variables and also mentioned structure is capable in accurate simulation of flood characteristics even in short time series.

**Keywords:** Copulas, Dependence structures, Flood, Simulation, Vine structures

---

1- Ph. D Candidate in Water Resources Engineering, Department of water Engineering, Tabriz University, Tabriz, Iran  
2- Professor, Department of Water Engineering, Tabriz University, Tabriz, Iran  
3- Associate Professor, Department of Water Engineering, Tabriz University, Tabriz, Iran  
4- Assistant Professor. Department of Water Engineering, Shahre-kord University, Shahre-kord, Iran  
(\*-Corresponding Authour Email: m.shafaei65@gmail.com)