

## تحلیل عدم قطعیت مدل انتقال آلودگی در رودخانه به روش (GLUE)

مهدی خراشادی زاده<sup>1</sup>، سید آرمان هاشمی منفرد<sup>2</sup>، ابوالفضل اکبرپور<sup>3\*</sup>، محسن پوررضا ییلندی<sup>4</sup>

تاریخ دریافت: 1394/1/29 تاریخ پذیرش: 1395/5/13

### چکیده

در رودخانه‌های کم‌عمق، با صرف‌نظر از شتاب قائم در مقابل شتاب ثقل، معادلات آب‌های کم‌عمق بوجود می‌آید. در این تحقیق از معادلات آب‌های کم‌عمق جهت شبیه‌سازی انتقال آلودگی به روش حجم محدود دوبعدی در رودخانه استفاده شد. در این روش با تبدیل معادلات حاکم به معادلات خطی امکان حل عددی این معادلات فراهم شد. برای دستیابی به نتایج بهتر در برآورد غلظت آلودگی در رودخانه و محدوده‌ی قابل اطمینان، به تحلیل عدم قطعیت مدل انتقال آلودگی تهیه شده، پرداخته شد. برای این کار، 5000 تکرار از دامنه عدم قطعیت 3 پارامتر واسنجی مدل انتقال آلودگی با استفاده از الگوریتم عدم قطعیت GLUE صورت پذیرفت. برای این منظور از مسئله انتقال آلودگی در سد استفاده شد. با اعمال آستانه قابل پذیرش شاخص مجموع مربعات خطا (SSE) بر روی کل شبیه‌سازی‌های حاصله، تعداد 1000 شبیه‌سازی برتر به عنوان شبیه‌سازی‌های کارآمد، قلمداد گردید. با در نظر گرفتن حدود اطمینان 95 درصد به عنوان کران‌های بالا و پایین عدم قطعیت، شاخص‌های d-factor و p-factor، به ترتیب 0/68 و 0/75 به دست آمد که نشان‌دهنده مقدار بالای غلظت‌های مشاهداتی در حدود اطمینان 95 درصد بود. این نتایج نشان داد به کارگیری روش GLUE، منجر به کاهش عدم قطعیت پارامترهای مدل انتقال آلودگی شد. با استخراج نمودارهای احتمالاتی توزیع پسین پارامترهای متناظر با شبیه‌سازی‌های کارآمد، پارامتر n (ضریب مانینگ) به عنوان پارامتر حساس و تأثیرگذار بر شبیه‌سازی شناخته شد و مقدار بهینه برای این پارامتر 0/2477 بدست آمد.

واژه‌های کلیدی: آب‌های کم‌عمق، توزیع احتمالاتی، روش حجم محدود، غلظت

### مقدمه

بعضی از رودخانه‌ها دارای عمق کم در مقابل عرض و طول زیاد می‌باشند. در چنین شرایطی می‌توان نشان داد که شتاب جریان در جهت قائم در مقابل شتاب ثقل کوچک و در نتیجه توزیع فشار در عمق هیدرواستاتیک است. با این تقریب، ساده‌سازی زیادی در معادلات حاکم به وجود می‌آید که حاصل آن معادلاتی است که به معادلات آب‌های کم‌عمق<sup>5</sup> معروف‌اند. این معادلات در تحلیل جریان رودخانه‌ها کاربرد فراوانی دارند. براساس گزارش‌های آکادمی علوم فرانسه، اولین بار سنت-ونانت (1871)، معادلات دیفرانسیلی جریان غیر ماندگار سیلاب و معادلات آب‌های کم‌عمق را ارائه نمودند، که شامل معادله مومنتم و معادله پیوستگی جریان می‌باشد. آرنولد و

همکاران با استفاده از روش تفاضل محدود، پخش آلودگی در سطح را شبیه‌سازی کردند و نتیجه گرفتند زمانی که سرعت، عامل تعیین‌کننده در پخش آلودگی باشد، روش عددی حساسیت کم‌تری نسبت به ابعاد شبکه از خود نشان می‌دهد (Arnold et al., 1990). بسیاری از محققین، مانند برمودز و واز کوئز (Bermudez and Vazquez., 1994)، تورو (Toro., 2001) و یون (Yoon and Kong., 2004) اخیراً تمرکز خود را روی مدل‌های حجم محدود با استفاده از روش گودونوف<sup>6</sup> روی شبکه‌هایی با ساختار منظم و غیرمنظم کرده‌اند. اکبرپور و همکاران (1391)، به بررسی اثر مراتب مختلف زمانی و مکانی در مسائل آب‌های کم‌عمق با روش حجم محدود بر روی شبکه بی-سازمان<sup>7</sup> مثلثی پرداختند، هم‌چنین جوادی (1391)، از مدل‌های WASP و ROSS<sup>3</sup> برای شبیه‌سازی گسترش و پخش آلودگی نفتی در رودخانه‌ها استفاده کرد. بررسی و کمی کردن عدم قطعیت پارامترها که هدف اصلی این تحقیق است عمدتاً در دهه‌ی اخیر مطرح شده است. GLUE (روش تخمین عدم قطعیت تشابهات

1 - دانشجوی دکتری مهندسی عمران دانشگاه سیستان و بلوچستان

2 - استادیار گروه مهندسی عمران دانشگاه سیستان و بلوچستان

3 - دانشیار گروه مهندسی عمران دانشگاه بیرجند

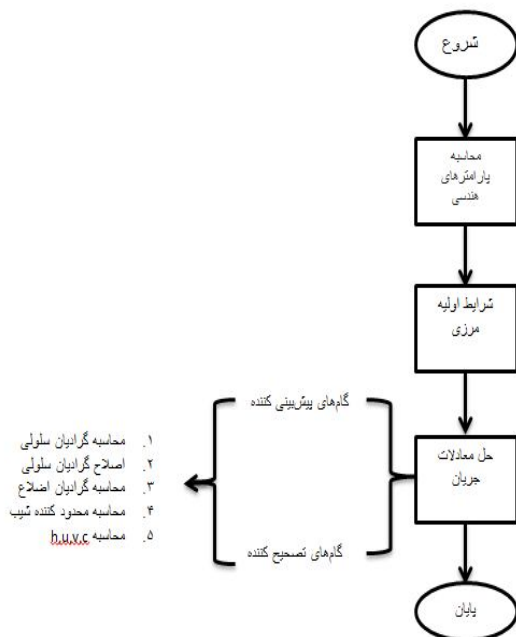
4 - استادیار گروه مهندسی آب دانشگاه بیرجند

(\* - نویسنده مسئول: Email: Akbarpour@birjand.ac.ir)

5 - Shallow Water Equation (SWE)

6 - Godunov

7 - Unstructured Grid



شکل 1- نمودار گردش مدل انتقال آلودگی

1) روش GLUE در اولین گام نیاز به تعیین محدوده تغییرات هر پارامتر دارد که این محدوده می‌تواند بر اساس مشخصات فیزیکی یا تجربه تا حد ممکن وسیع در نظر گرفته شود. 2) در دومین گام، تولید  $n$  تعداد گروه پارامتر تصادفی براساس روش‌های مبتنی بر مونت کارلو انجام گیرد، که در این تحقیق از تکنیک نمونه‌گیری مربع‌لاتین (LHS) استفاده شده است. در واقع روش LHS با نمونه‌گیری در فواصل مساوی در فضای هر پارامتر باعث افزایش دقت در شبیه‌سازی مونت کارلو بدون افزایش در تعداد نمونه‌ها می‌شود. در این مطالعه تعداد 5,000 نمونه تولید شده است. 3) در سومین گام، نیاز به تعریف تفصیلی از معیار تشابه و معیار قبول یا رد مدل خواهد بود. در این رابطه، انتخاب تابع هدف، حائز اهمیت می‌باشد و 4) در چهارمین گام، اصلاح مدل‌های قابل قبول صورت می‌گیرد.

### معادلات حاکم

معادلات دو بعدی آلودگی در آب‌های کم‌عمق با متوسط‌گیری عمقی از انتگرال‌گیری معادلات سه بعدی در عمق جریان و با در نظر گرفتن شرایط هیدرواستاتیکی، صرف‌نظر کردن از جمله پخشیدگی و تأثیرات باد و نیروی کوریولیس به‌دست می‌آیند (Aliparast., 2009):

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = S \quad (1)$$

که  $U$  بردار متغیرهای بقایی است. متغیرهای بقایی در ناپیوستگی‌ها رفتار بهتری نسبت به متغیرهای غیربقایی دارند،  $F$  و  $G$

عمومی) یکی از روش‌های متداول در تحلیل عدم قطعیت پارامترها در مدل‌سازی‌ها است که بیون و باینلی آن را پیشنهاد کردند که در آن شبیه‌سازی مونت کارلو و تئوری بیز تلفیق شده بود (Beven and Binley., 1993). کمپل و همکاران روش تلفیقی مونت کارلو و زنجیره مارکوف (MCMC) را به‌کار بردند که در آن برخلاف روش GLUE که فرض بر تبعیت پارامترهای مدل از توزیع احتمالاتی یکنواخت است، از توزیع احتمالاتی واقعی پارامترها استفاده شده است (Campbell et al., 1990). زیانگ و اکانر روش GLUE را اصلاح کردند تا عملکرد محدوده‌های پیش‌بینی GLUE را در فراگرفتن دبی مشاهداتی بهبود بخشند (Xiong and O'Connor., 2008). در ایران، حیدری و همکاران (1383) به بررسی عدم قطعیت پارامترهای مدل هیدرولوژیک مفهومی در حوضه آبریز قره سو با روش GLUE پرداختند. پوررضا بیلندی (1391) عدم قطعیت پارامترهای یک مدل بارش-رواناب توزیعی را با روش MCMC ارزیابی نمود. هدف اصلی این تحقیق، تحلیل عدم قطعیت مدل دو بعدی انتقال آلودگی در رودخانه به روش GLUE است.

### مواد و روش‌ها

به طور کلی برای شبیه‌سازی ریاضی و عددی هر پدیده فیزیکی مراحل زیر طی می‌گردد: 1- بررسی معادلات حاکم بر پدیده فیزیکی، 2- تعریف هندسه‌ی مورد نظر و قلمرو فیزیکی، 3- انتخاب پدیده‌ی فیزیکی، 4- استخراج معادلات حاکم، 5- تولید شبکه، 6- تعریف شرایط اولیه و مرزی، 7- انتخاب روش عددی برای انفصال و حل معادلات، 8- انفصال معادلات حاکم، 9- حل معادلات منفصل شده و 10- ارزیابی و صحت‌سنجی مدل. در ادامه، معادلات حاکم بر مدل آورده شده است. در شکل 1 نمودار گردش الگوریتم مدل انتقال آلودگی آمده است (عظیمیان، 1383).

در مدل دوبعدی معادلات حاکم جهت شبیه‌سازی، معادلات آب‌های کم عمق بوده که با عبارت آلودگی تلفیق گردیده است. شبیه‌سازی به روش حجم محدود و روی شبکه بی‌سازمان مثلثی نامنظم انجام شد. به منظور توسعه مدل از روش مرتبه دوم مکانی و مرتبه سوم زمانی و همچنین برای جلوگیری نوسانات کاذب از محدودکننده شیب استفاده گردید. به منظور تحلیل عدم قطعیت مدل انتقال آلودگی در رودخانه، از یک مسئله استاندارد که نتایج آن موجود است، با استفاده از الگوریتم عدم قطعیت GLUE استفاده شد.

همچنین، به‌طور کلی مراحل اصلی روش GLUE برای تحلیل عدم قطعیت مدل را می‌توان در گام‌های زیر خلاصه کرد (حیدری، 1383):

$$E^*.m = \begin{cases} (E_L)_{i,j}.m & i S_L \geq 0 \\ \frac{S_R(E_L)_{i,j}.m - S_L(E_R)_{i,j}.m + S_R S_L [U_{R,i,j} - (U_L)_{i,j}]}{S_R - S_L} & i S_L < 0 \text{ (} S_R \\ (E_R)_{i,j}.m & i S_R \leq 0 \end{cases}$$

$(U_L)_{i,j}$  و  $(U_R)_{i,j}$  مقادیر  $U$  در سمت چپ و راست مرز سلول می باشد. انتخاب های مختلف برای تعیین مقادیر  $S_L$  و  $S_R$  (سرعت امواج در دو طرف هر ضلع) بر اساس تحقیقات تورو (Toro., 2001)، به صورت زیر است (که  $h_L$  و  $h_R$  ارتفاع آب در دو طرف سلول می باشند،  $q_L$  و  $q_R$  به ترتیب بردار سرعت در سمت چپ و راست سلول می باشند):

$$S_L = \begin{cases} \min(q_L.m - \sqrt{gh_L}, u^* - \sqrt{gh^*}) & \text{if } h_L > 0 \text{ \& } h_R > 0 \\ q_L.m - \sqrt{gh_L} & \text{if } h_L > 0 \text{ \& } h_R = 0 \\ q_R.m - 2\sqrt{gh_R} & \text{if } h_L = 0 \text{ \& } h_R > 0 \end{cases}$$

$$S_R = \begin{cases} \max(q_R.m + \sqrt{gh_R}, u^* + \sqrt{gh^*}) & \text{if } h_L > 0 \text{ \& } h_R > 0 \\ q_L.m + 2\sqrt{gh_L} & \text{if } h_L > 0 \text{ \& } h_R = 0 \\ q_R.m + \sqrt{gh_R} & \text{if } h_L = 0 \text{ \& } h_R > 0 \end{cases}$$

$$u^* = \frac{1}{2}(q_L + q_R).m + \sqrt{gh_L} - \sqrt{gh_R}$$

$$\sqrt{gh^*} = \frac{1}{2}(\sqrt{gh_L} - \sqrt{gh_R}) + \frac{1}{4}(q_L + q_R).m \quad (10)$$

$$q = [u, v]^T$$

روش های مختلفی برای اعمال اثر جملات منبع وجود دارد. در اینجا از یک روش صریح معمولی برای اعمال جملات منبع استفاده می شود. معادله 7 به دو رابطه زیر تقسیم می شود (Yoon et al., 2004):

$$\frac{dU_i}{dt} = S_{f,i} \quad (11)$$

$$\frac{dU_i}{dt} = -\frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^3 E^*.m \Delta L_j + S_i \quad (12)$$

سمت راست معادله 11 مربوط به جملات منبع اصطکاکی و قسمت آخر سمت راست معادله 12 مربوط به جملات منبع شیب بستر می باشد. روش صریح در معادله 11 در مواقع کم آبی در مرز خشک و تر موجب بی ثباتی مدل می گردد. لذا جملات منبع اصطکاکی بطور کاملاً غیر صریح برگرفته از سری تیلور برای زمان  $m$  ام هر سلول  $i$  حل شده است (Yoon et al., 2004).

بردار شار در جهات  $x$  و  $y$ ، و  $S$  بردار جملات منبع می باشد.

$$U = \begin{pmatrix} h \\ hu \\ hv \\ hc \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} hu \\ hu^2 + gh^2/2 \\ huv \\ huc \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + gh^2/2 \\ hvc \end{pmatrix} \quad (2)$$

$S = \text{Source terms}$

$$S = S_o + S_f + S_d = \begin{pmatrix} 0 \\ ghS_{ox} \\ ghS_{oy} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -ghS_{fx} \\ -ghS_{fy} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \nabla \cdot (Dh \nabla c) + S_c \end{pmatrix} \quad (3)$$

$u$  و  $v$  مقادیر سرعت در جهات  $x$  و  $y$ ،  $h$  ارتفاع آب،  $g$  شتاب گرانشی و  $S_{ox}$  و  $S_{oy}$  شیب بستر در جهات  $x$  و  $y$ ، و  $S_{fx}$  و  $S_{fy}$  شیب اصطکاکی در جهات  $x$  و  $y$  می باشند. شیب های اصطکاکی با استفاده از رابطه زیر به دست می آیند:

$$S_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}}, \quad S_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (4)$$

که  $n$  ضریب مانینگ است (Aliparast., 2009).

حل عددی معادلات

حال از معادله 1 روی سلول اختیاری  $i$  ام انتگرال گیری می شود (Yoon et al., 2004):

$$\int_{A_i} \frac{\partial U}{\partial t} dA + \int_{A_i} \nabla \cdot E dA = \int_{A_i} S dA \quad (5)$$

که  $E = (F, G)$  بردار شار عبوری و  $A_i$  مساحت حجم کنترل است. با استفاده از قضیه دیورژانس، دومین عبارت انتگرالی در سمت چپ معادله 5 با انتگرال خطی که منحنی بسته آن، محیط سلول است جایگزین می شود (Yoon et al., 2004):

$$\int_{A_i} \frac{\partial U}{\partial t} dA + \oint_{L_i} E \cdot m dL = \int_{A_i} S dA \quad (6)$$

که  $L_i$  مرز حجم کنترل  $i$  ام و  $m$  بردار واحد برون سوی عمود بر مرز است. با استفاده از قضیه نقطه میانی، انتگرال خطی را می توان به صورت مجموع بردار شار روی هر ضلع سلول مثلثی به صورت زیر تقریب زد (Yoon et al., 2004) و شمسایی و وثوقی (1384).

$$\frac{dU_i}{dt} = -\frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^3 E^*.m \Delta L_j + S_i \quad (7)$$

که  $z_j$ ، ضلع  $z$  ام از مثلث  $i$  ام می باشد،  $U_i$  و  $S_i$  مقادیر متوسط ذخیره شده در مرکز سلول  $i$ ،  $m_{ij}$  بردار واحد برون سوی در مرز  $z$  ام،  $\Delta L_{ij}$  طول ضلع  $z$  ام و  $E^*$  شار عددی عبوری از هر ضلع است که در مدل حاضر از حل کننده تقریبی ریمان HLL استفاده شده است (Toro., 2001):

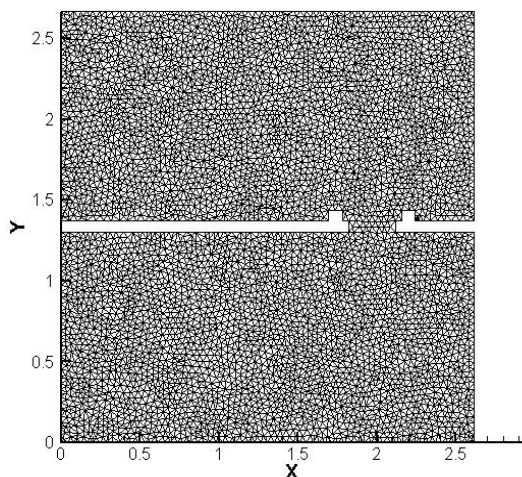
$$(8)$$

$$c(0, x, y) = \begin{cases} 2 & \text{if } r \leq 0.65 \\ 1 & \text{if } r > 0.65 \end{cases} \quad (17)$$

که در آن  $r$  به صورت زیر می باشد:

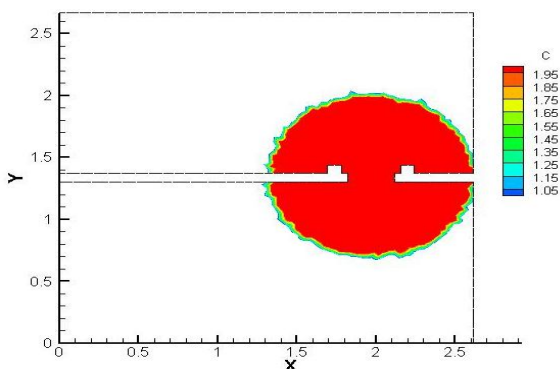
$$r = ((x-1.97)^2 + (y-1.35)^2)^{1/2} \quad (18)$$

مثلث بندی محیط مورد نظر به صورت شکل 3 است:



شکل 3- مثلث بندی محیط مسئله شکست سد

ابعاد  $x$  و  $y$  برحسب متر هستند. شرایط اولیه آلودگی به صورت شکل 4 می باشد:



شکل 4- شرایط اولیه آلودگی.

با برداشتن ناگهانی دریچه، همانند شکست سد آب، از سمتی که عمق 0/5 متر دارد به سمت عمق 0/1 متر جریان می یابد و به همراه خود آلودگی را نیز منتقل می نماید تا پس از گذشت مدت زمانی سطح آب در تمام محیط ثابت شود. مدل برای 15 ثانیه اجرا می شود. شکل 5 توزیع آلودگی را قبل از انجام تحلیل عدم قطعیت پارامترهای مدل و با در نظر گرفتن مقداری ثابت برای پارامترهای مدل و بعد از زمان 15 ثانیه نشان می دهد.

$$\frac{U_i^{m+1} - U_i^m}{\Delta t} = S_{f,i}^{m+1} \quad (13)$$

$$S_{f,i}^{m+1} = S_{f,i}^m + \left( \frac{\partial S_{f,i}}{\partial U} \right)^m \Delta U_i + O(\Delta U^2) \quad (14)$$

$$\left( I - \Delta t \frac{\partial S_{f,i}}{\partial U} \right) \Delta U_i = \Delta t S_{f,i}^m \quad (15)$$

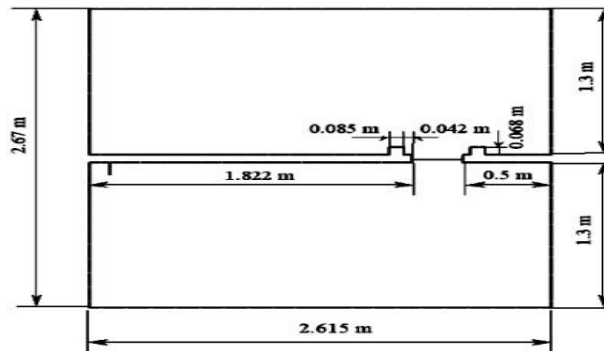
قسمت دوم سمت راست معادله 15 ماتریس ژاکوبین  $S_i$  و  $I$  ماتریس واحد است (Yoon et al., 2004).

برای دستیابی به دقت مرتبه سوم زمانی، از روش انتگرال گیری زمانی روش رانگ-کوتای مرتبه سوم حذف کننده تغییرات کل استفاده می گردد (علی پرست، 1383).

$$\begin{aligned} U^{(1)} &= U^m + \Delta t L(U^m) \\ U^{(2)} &= \frac{3}{4} U^m + \frac{1}{4} U^{(1)} + \frac{1}{4} \Delta t L(U^{(1)}) \\ U^{m+1} &= \frac{1}{3} U^m + \frac{2}{3} U^{(2)} + \frac{2}{3} \Delta t L(U^{(2)}) \end{aligned} \quad (16)$$

تحلیل عدم قطعیت مدل انتقال آلودگی

به منظور تحلیل عدم قطعیت مدل انتقال آلودگی در رودخانه احتیاج به مسئله ای است که نتایج مشاهداتی آن موجود باشد، به این منظور از یک مسئله ای استاندارد که نتایج آن در مقاله ی لی و دافی (Li and Duffy., 2012) موجود بود، استفاده شد. در این مسئله به نحوه انتقال و پخش آلودگی در اثر برداشتن ناگهانی دریچه پرداخته شده است. شکل 3 هندسه مسئله را نشان می دهد. ضریب پخش بالایی دریچه به ترتیب 0/5 متر و 0/1 متر بوده و آب ساکن است و غلظت آلودگی اولیه به صورت زیر است:

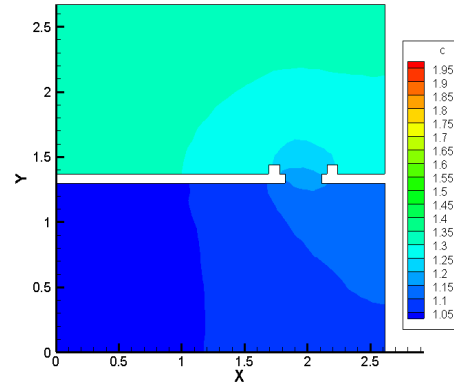


شکل 2- هندسه مسئله شکست سد.

پارامتری به چندین زیربازه (نمونه) دلخواه با طول یکسان افزایش می‌شود. سپس نمونه‌گیری تصادفی در هر زیربازه انجام می‌شود. بدین ترتیب با کنار هم قرار دادن مقادیر تصادفی از هر پارامتر، یک سری پارامتر اولیه جهت ورود به مدل انتقال آلودگی به دست می‌آید. در این تحقیق، عملیات نمونه‌برداری طی 5000 بار تکرار انجام شد. سپس مدل با استفاده از گروه پارامترها (نمونه‌های تولید شده) و محاسبه‌ی مقدار تابع احتمال (Likelihood function) بر اساس مقادیر شبیه‌سازی و مشاهداتی اجرا شد. به طوری که سه پارامتر واسنجی از مدل و مقادیر غلظت آلودگی طی 5000 بار تکرار تولید شدند. معیار مورد استفاده در این تحقیق به منظور تقریب عدم اطمینان ناشی از پارامترهای مدل انتقال آلودگی، مجموع مربعات خطا (SSE) است. پس از آن غلظت‌ها و سری پارامترها بر اساس معیار تشابه مورد استفاده در این تحقیق مرتب شدند و براساس معیار تشابه 20 درصد برتر از کل غلظت‌ها و سری پارامترهای تولید شده به عنوان شبیه‌سازی‌های قابل قبول از بقیه شبیه‌سازی‌ها جدا شده و به عنوان بهترین شبیه‌سازی‌ها در نظر گرفته شدند.

تعداد سه پارامتر مدل انتقال آلودگی به‌منظور ارزیابی عدم قطعیت آن وارد الگوریتم GLUE گردید. نمودارهای توابع پسین این پارامترها در رخدادهای مرحله واسنجی با استفاده از سری پارامترهای تولید شده که در نرم افزار Minitab ایجاد شده در شکل‌های 6 تا 8 نمایش داده شده است.

در شکل‌های 6 تا 8 محور افقی نماینده پارامترهای واسنجی مدل و محور عمودی، فراوانی پارامترها می‌باشد. با توجه به این شکل‌ها می‌توان این طور نتیجه‌گیری کرد که پارامترهایی که دارای پراکندگی بالایی حول میانگین می‌باشند از درجه حساسیت کم‌تری برخوردار هستند. هر چه درجه حساسیت یک پارامتر بیشتر باشد قطعاً تأثیر بیش‌تری بر نتایج خروجی (غلظت شبیه‌سازی شده) خواهد گذاشت. بنابراین برآورد حدود اطمینان برای غلظت آلودگی بایستی با دقت بیش‌تری صورت پذیرد.



شکل 5- شرایط آلودگی پس از 15 ثانیه.

### پارامترهای مدل

پارامترهای مدل انتقال آلودگی که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفت عبارتند از: ضریب مانینگ ( $n$ )، شیب کف در جهت  $x$  ( $S_x$ ) و  $y$  ( $S_y$ ). شیب کف در دو جهت به این دلیل به عنوان پارامتر در نظر گرفته شده است که احتمال وجود خطا در اندازه‌گیری آن زیاد است. برای تعیین عدم قطعیت مدل انتقال آلودگی، از مسئله استاندارد شکست سد که در مقاله لی و دافی (Li and Duffy., 2012) آمده بود، استفاده شد. باتوجه به این مقاله و تحقیقات مشابه، محدوده‌هایی برای واسنجی پارامترها در نظر گرفته شده است، که در جدول 1 فهرست آمده است.

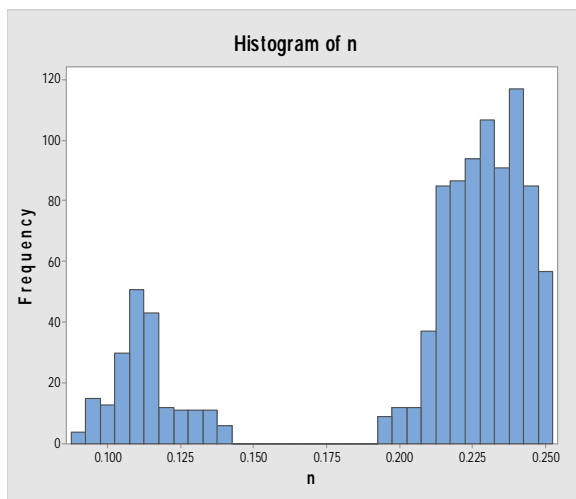
هر کدام از پارامترهای تخمینی را می‌توان وارد واسنجی نمود و برعکس در صورت حساسیت پایین یک پارامتر واسنجی می‌توان با اختصاص یک مقدار ثابت آن را یک پارامتر تخمینی به حساب آورد.

### تولید نمودارهای توزیع احتمالاتی پسین پارامترها و تحلیل حساسیت مدل

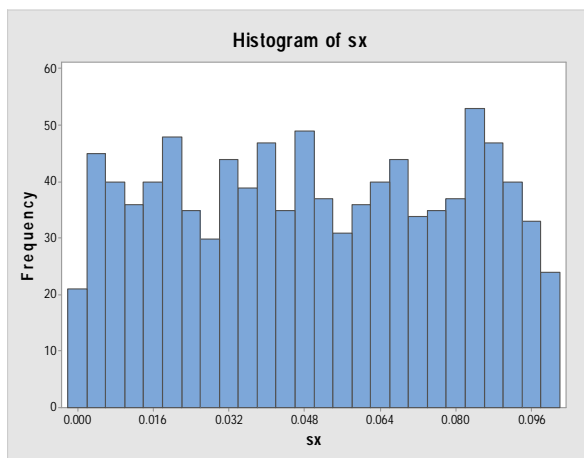
پس از تعیین محدوده تغییرات هر یک از پارامترهای واسنجی مدل، نمونه‌برداری از فضای پارامتری صورت پذیرفت. در این تحقیق، نمونه‌برداری اولیه از فضای پارامتری توسط روش نمونه‌گیری مربع لاتین (LHS) صورت پذیرفت. بر طبق این روش، ابتدا فضای

جدول 1- معرفی پارامترهای مدل انتقال آلودگی به همراه بازه تعریف شده و مقدار پیش‌فرض برای هر پارامتر.

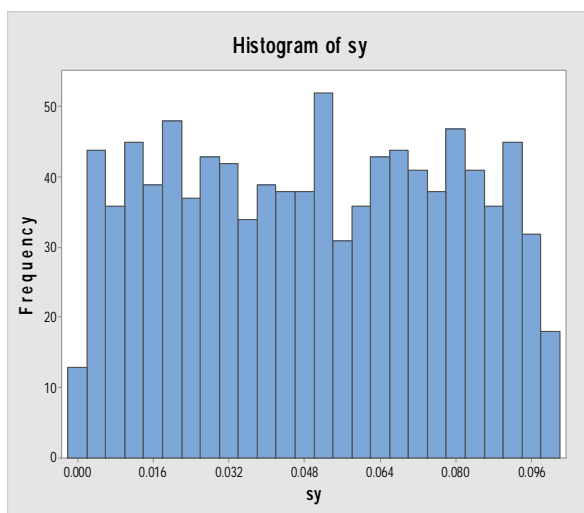
نام اختصاری پارامتر	پارامتر و واحد آن	مقدار پیش فرض	حد پایین	حد بالا	روش برآورد
n	ضریب مانینگ ( $s/m^{1/3}$ )	0/01	0/005	0/25	واسنجی
$S_x$	شیب کف در جهت $x$ (بدون بعد)	0	0	0/1	واسنجی
$S_y$	شیب کف در جهت $y$ (بدون بعد)	0	0	0/1	واسنجی



شکل 6- نمودار توزیع احتمالاتی پسین پارامتر n



شکل 7- نمودار توزیع احتمالاتی پسین پارامتر Sx



شکل 8- نمودار توزیع احتمالاتی پسین پارامتر Sy

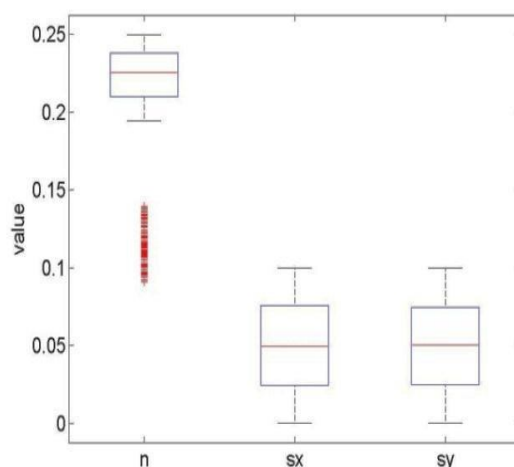
### با توجه به توزیع پارامترها در مدل:

الف) پارامتر  $n$  دارای توزیع پسین دو نمایی می‌باشد، حساسیت بیش‌تری دارد و دارای عدم قطعیت کم‌تری است.

ب) پارامترهای  $S_x$  و  $S_y$  مشابه هم، به دلیل پراکنش بالای مقادیر، به عنوان پارامترهایی با درجه حساسیت کم‌تر شناخته شده و عدم قطعیت بیش‌تری دارند.

### مقایسه محدوده پسین پارامترها

نمودار جعبه‌ای از مهم‌ترین ابزارهایی است که می‌تواند تفاوت رفتاری پارامترها را در محدوده پسین آن‌ها آشکار سازد. این نمودارها



شکل 9- نمودار جعبه‌ای پارامترها.

جدول 2- مقادیر بهینه، میانگین، انحراف معیار و ضریب تغییرات

پارامتر	پارامترها		
	مقدار بهینه	میانگین	انحراف معیار
n	0/2477	0/2056	0/0489
$S_x$	0/0171	0/0501	0/0292
$S_y$	0/0785	0/0499	0/0287

### محدوده اطمینان غلظت‌های شبیه‌سازی شده در مرحله

#### واسنجی

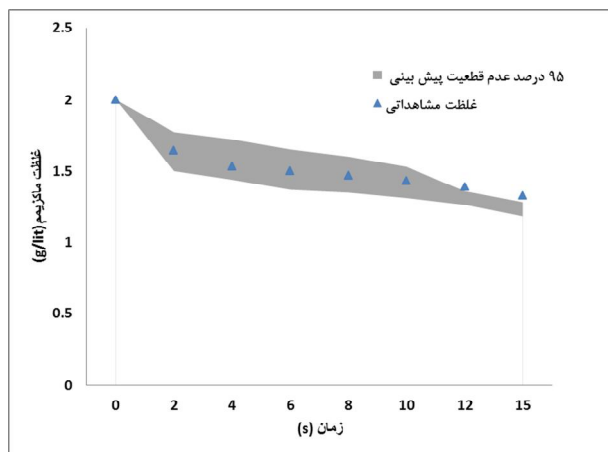
برای تعیین بازه اطمینان 95 درصد، پس از اتصال الگوریتم عدم قطعیت GLUE به مدل انتقال آلودگی در رودخانه، غلظت شبیه‌سازی شده طی 5000 بار تکرار به عنوان مهم‌ترین خروجی از نرم‌افزار MATLAB به دست آمد، غلظت‌های شبیه‌سازی شده طی 5000 بار تکرار وارد برنامه EXCEL شد. تابع هدف برای هر 5000 تکرار به دست آمد. سپس ستون مربوط به تابع هدف، مرتب شده و کلیه

### تحلیل حساسیت پارامترهای مدل بر اساس ضریب تغییرات

با مقایسه برخی آماره‌های توزیع پسین به دست آمده می‌توان در مورد تعیین درجه حساسیت پارامترها اظهار نظر داشت. از جمله ضریب تغییرات پارامترها، که مقادیر مربوط به این آماره به همراه میانگین، انحراف معیار و مقادیر بهینه پارامترها به ازای بهترین شبیه‌سازی (کم‌ترین مجموع مربعات خطا) در سه پارامتر در جدول 2 قرار گرفته‌اند. نکته مهم و قابل توجه این است که هر چه میزان ضریب تغییرات در یک پارامتر کم‌تر باشد، نشان‌دهنده عدم قطعیت بیش‌تر و حساسیت بالای آن پارامتر بوده که این عدم قطعیت می‌تواند به دلیل عدم قطعیت در داده‌های ورودی و عدم قطعیت در ساختار مدل به دلیل ساده‌سازی‌های فرایندهای واقعی پیچیده باشد. بنابراین مقدار نهایی پارامتر بایستی با دقت خاصی در نظر گرفته شود.

باتوجه به جدول 2، پارامتر  $n$  از حساسیت بالاتری برخوردار است و نمی‌توان آن را با مقداری ثابت جایگزین کرد.

(2012) به دست آمد. شکل 10 بازه 95 درصد عدم قطعیت پیش‌بینی و تعداد مشاهدات قرار گرفته در آن را نشان می‌دهد. باتوجه به شکل 10، بیش‌تر داده‌های مشاهداتی در محدوده 95 درصد عدم قطعیت پیش‌بینی قرار می‌گیرد که نشان‌دهنده شبیه‌سازی مناسب است.



شکل 10- غلظت ماکزیمم مشاهداتی و محدوده 95 درصد عدم قطعیت پیش‌بینی

پذیری جهت ریز و درشت شدن شبکه را دارد. به همین دلیل، دقت مدل عددی را بالا می‌برد. روش حجم محدود دارای ویژگی‌های انعطاف‌پذیری در هندسه‌های پیچیده با ساخت شبکه‌های بی‌سازمان، نیاز به حافظه کامپیوتری معمولی می‌باشد و در نتیجه برای شبیه‌سازی جریان آلودگی بسیار مناسب است.

در این تحقیق، تعداد 5000 بار تکرار از دامنه عدم قطعیت سه پارامتر واسنجی مدل انتقال آلودگی در رودخانه به روش حجم محدود دو بعدی با استفاده از الگوریتم عدم قطعیت GLUE صورت پذیرفت. برای این منظور از مسئله شکست سد بهره گرفته شد. با اعمال آستانه قابل پذیرش شاخص مجموع مربعات میانگین (SSE) روی کل شبیه‌سازی‌های حاصل، تعداد 1000 شبیه‌سازی برتر به عنوان شبیه‌سازی‌های کارآمد قلمداد گردید که بیش‌ترین انطباق را بین خروجی مدل و داده‌های مشاهداتی داشتند. با در نظر گرفتن حدود اطمینان 95 درصد به عنوان کران‌های بالا و پایین عدم قطعیت، نتایج حاصل نشان داد که به کارگیری مدل GLUE و اعمال شاخص‌های مورد استفاده در این تحقیق، منجر به کاهش عدم قطعیت پارامترهای مدل شده است. با استخراج نمودارهای احتمالاتی توزیع پسین پارامترهای متناظر با شبیه‌سازی‌های کارآمد، پارامتر  $n$  (ضریب مانینگ) به عنوان پارامتر حساس و تأثیرگذار بر شبیه‌سازی مدل شناخته شد که این مسئله لزوم انجام واسنجی و تحلیل عدم قطعیت پارامترهای مدل انتقال آلودگی در رودخانه به روش حجم محدود دو بعدی را دوچندان کرد. شکل توزیع پارامترها مؤید این نکته بود که پارامترهای مدل

غلظت‌ها نیز متناسب با تابع هدف تنظیم می‌شود. سپس 20 درصد تکرار اول به عنوان بهترین شبیه‌سازی در نظر گرفته شد و 2/5 درصد حدود بالا و پایین به عنوان شبیه‌سازی‌های پرت کنار گذاشته شد و محدوده عدم قطعیت به صورت باند اطمینان 95 درصد به دست آمد. غلظت‌های مشاهداتی از نتایج مقاله لی و دافی (Li and Duffy, )

#### نحوه محاسبه عدم قطعیت پیش‌بینی و معیارهای آن

برای تولید باندهای عدم قطعیت، 2/5 درصد حدود بالا و پایین دی‌های شبیه‌سازی شده به عنوان شبیه‌سازی‌های پرت کنار گذاشته شدند و محدوده عدم قطعیت به صورت باند اطمینان 95 درصد به دست آمد. معیارهای مورد استفاده در این تحقیق برای به کمیت در-آوردن و ارزیابی میزان عدم قطعیت، فاکتور  $p$  (درصد قرارگیری داده-های اندازه‌گیری شده در محدوده اطمینان 95 درصد 95ppu) و فاکتور  $d$  (ضخامت باند 95ppu تقسیم بر انحراف معیار داده‌های اندازه‌گیری شده) می‌باشد. به طوری که هر چه فاکتور  $p$  به 100 درصد و فاکتور  $d$  به 1 نزدیک‌تر باشد شبیه‌سازی‌ها مناسب‌تر خواهند بود. مقادیر معیارهای  $d$ -factor و  $p$ -factor برای دوره واسنجی به ترتیب 0/68 و 75% به دست آمد. مقدار  $d$ -factor بیانگر واسنجی خوب خروجی مدل است. از طرفی، مقدار  $p$ -factor که نشان‌دهنده درصد داده‌های مشاهده‌ای در باند تخمین عدم قطعیت 95 درصد می‌باشد، 75% به دست آمد، که نشان‌دهنده شبیه‌سازی مناسب است.

#### بحث و نتیجه گیری

شبکه‌های بی‌سازمان مثلثی می‌توانند به آسانی برای هندسه‌های پیچیده استفاده و برای میدان جریان واقعی به کار روند. برای مکان‌هایی که نیاز است تا شبکه ریزتر شود مناسب بوده و انعطاف



Journal of Sediment Research. 24.1: 99-107.

Arnold, J.G., Williams, J.R., Griggs, R.H. and Sammons, N.B. 1990. A basin scale simulation model for soil and water resources management. 58.1: 341-356.

Bermudez, A. and Vazquez, M.E. 1994. Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms. Computational Fluids 23: 1049-1071.

Beven, K.J. and Binley, A. 1993. The future of distributed models: Model calibration and uncertainty prediction. Hydrological Processes. 6.3: 279-298.

Campbell, E.P., Cox, D.R. and Bates, B.C. 1990. A bayesian approach to parameter estimation and pooling in nonlinear flood event models. Water Resources Research. 35.1: 83-98.

Leveque, R. 2004. Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems. Cambridge University Press Pub, UK.

Li, S. and Duffy, C. 2012. Fully-Coupled Modeling of Shallow Water Flow and pollutant Transport on Unstructured Grids. Procedia Environmental Sciences. 13: 2098-2121.

Toro, F.E. 2001. Shock-capturing Methods for Free-surface Shallow Flows. John Wiley and Sons, Chichester, England.

Vazquez-Cendon, M.E. 1999. Improved treatment of source terms in upwind schemes for the shallow water equations in channels with irregular geometry. Journal of Computational Physics. 148.2: 497-526.

Xiong, L. and O'Connor, K.M. 2008. An empirical method to improve the prediction limits of the GLUE methodology in rainfall-runoff modeling. Journal of Hydrology. 349: 115-124.

Yoon, T. and Kang, S. 2004. Finite volume model for two-dimensional shallow water flows on unstructured grids. Journal of Hydraulic Engineering. 130.7: 678-688.

Yoon, H.T., ASCE. and Koo Kang, S. 2004. Finite Volume Model for Two-Dimensional Shallow Water Flows on Unstructured Grids. Journal of hydraulic engineering, asce, 678.

می‌تواند به ویژگی‌های محیط، هندسه مسئله و شرایط آن مربوط باشد.

## منابع

اکبرپور، خراشادی زاده، علی پرست، م و مهدی زاده، ح. 1391. بررسی اثر مراتب مختلف زمانی و مکانی در مسائل آب‌های کم-عمق با روش حجم محدود بر روی شبکه بی‌سازمان مثلثی. نهمین سمینار بین‌المللی مهندسی رودخانه، 3 تا 5 بهمن ماه، اهواز.

پوررضا بیلندی، م، آخوندعلی، ع و قهرمان، ب. 1391. تحلیل عدم قطعیت در برآورد پارامترهای مدل توزیعی بارش-رواناب با کاربرد الگوریتم مونت کارلو - زنجیره مارکف. مجله پژوهش آب ایران. 6: 11: 165-173.

جوادی، م، سلیمانی، م و رفیعی، ا. 1391. ارزیابی مدل‌های WASP و ROSS3 برای شبیه‌سازی گسترش و پخش آلودگی نفتی در رودخانه‌ها. همایش ملی جریان و آلودگی آب، دانشگاه تهران.

حیدری، ع، ثقفیان، ب و مکنون، ر. 1383. شبیه‌سازی هیدروگراف سیل بر اساس عدم قطعیت پارامترهای مدل بارش-رواناب، مجله علمی پژوهشی استقلال. 23: 2: 93-111.

شمسایی، ا و وثوقی، ح. 1384. شبیه‌سازی عددی جریان با روش حجم محدود بی‌سازمان. نشریه فنی و مهندسی مدرس. 23: 23: 67-75.

عظیمیان، ا. 1383. دینامیک سیالات محاسباتی برای مهندسان. انتشارات دانشگاه صنعتی اصفهان، چاپ دوم، جلدهای اول و دوم، 508 و 590 صفحه.

علی پرست، م. 1383. مدل‌سازی فیزیکی و عددی جریان و انتقال رسوب در سدهای انحرافی. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیر کبیر (پلی تکنیک تهران). 125 صفحه.

Aliparast, M. 2009. Two-dimensional finite volume method for dam-break flow simulation. International

## Uncertainty Assessment of Pollution Transport Model Using GLUE Method

M. Khorashadizadeh<sup>1</sup>, S.A. Hashemimofared<sup>2</sup>, A. Akbarpour<sup>3\*</sup>, M. Pourreza-bilondi<sup>4</sup>

Received: Apr.17, 2015

Accepted: Aug.03, 2016

### Abstract

In shallow river, regardless of the vertical acceleration against gravity acceleration, great simplifying will be created in equations that the result of them are shallow water equations. In this study shallow water equation has been used to simulate transport of pollution in 2D limited volumes method. In this method it is possible to turn differential equations ruling fluid to be solved in numerical form. To achieve better results in estimating pollution concentration in the river and Reliable range, the pollution Transformation Model uncertainty analysis prepared were examined. To uncertainty assessment in this study 5000 times repetition of uncertainty 3 calibration parameter of pollution transferring model by the use of uncertainty algorithm GLUE had happened in river. For this matter of pollution Transformation Problem breaking a dam was used. By applying acceptability threshold indicator of total average cubes (SSE) on all the obtained simulations, 1000 top simulations were known as efficient simulations. Considering about 95 percent confidence as high and low bound of uncertainty, and by applying used d-factor and p-factor indicators, 68 and 75 respectively were obtained Which reflects the high level of concentration was observed in 95 percent confidence. Results had showed using GLUE method caused reduction of uncertainty pollution transferring model parameters. Extraction probabilistical charts last corresponding parameter distributed with efficient simulation, parameter (n) as a sensitive and effective parameter on simulation models. And the optimal value obtained for this parameter 0/2477.

**Keywords:** Shallo water, Finite volume method, Probability distribution, Concentration

---

1- Phd Student of Civil Engineering, University of Sistan and Baluchestan

2- Assistant Professor. Department of Civil Engineering, University of Sistan and Baluchestan

3 - Associate Professor. Department of Civil Engineering, University of Birjand

4 - Assistant Professor. Department of Water Engineering, University of Birjand

(\*-Corresponding Author Email: Akbarpour@birjand.ac.ir)