

## بررسی اثر تعداد قواعد فازی بر کارایی مدل فازی در شبیه‌سازی حرکت آب در خاک

مرضیه خرمی<sup>۱</sup>، بیژن قهرمان<sup>۲\*</sup>، کامران داوری<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۰/۲۳ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۲/۱۵

### چکیده

روش‌های فازی به منظور شبیه‌سازی جریان آب در خاک به دلیل در نظر گرفتن عدم قطعیت و تغییرپذیری پارامترها، مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. حساسیت مدل فازی در پیدا کردن تعادل بین دقت مد نظر از مدل فازی و سرعت اجرا آن می‌باشد که این امر وابسته به تعداد قواعد فازی است. هدف ما در این پژوهش بررسی تاثیر تعداد قواعد فازی بر میزان دقت مدل است. به این منظور مدل فازی برای پیش‌بینی حرکت آب در خاک غیراشباع با در نظر گرفتن مجموعه‌های فازی با تکیه‌گاه‌های مختلف و در نتیجه تعداد قواعد متفاوت ارائه شد. قوانین مدل فازی با استفاده از مجموعه‌های آموزشی بزرگ حاصل از حل معادله ریچاردز به وسیله مدل عددی HYDRUS-1D استخراج شد. نتایج نشان داد که افزایش تعداد قواعد فازی در ابتدا باعث افزایش دقت مدل به ویژه در بخش جبهه رطوبتی خاک شد (مقدار NRMSE از ۴/۳ به ۳/۱ و مقدار خطای حداکثر از ۰/۱۲۸ به ۰/۰۹ به ترتیب برای مدل فازی با ۹ و ۴۹ قانون، کاهش پیدا کرد)، اما با افزایش تعداد مجموعه‌های فازی ورودی و افزایش قواعد به ۸۱ عدد، دقت مدل فازی کاهش پیدا کرد. علت کاهش کارایی مدل تداخل بیش از حد قواعد فازی است.

**واژه‌های کلیدی:** تعداد قواعد، خاک غیر اشباع، مدل فازی، معادله ریچاردز

### مقدمه

Verma et al., 2009، خرمی و قهرمان، ۱۳۹۶) از قوانین مجموعه‌های فازی استفاده کرده و با تبدیل پارامترهای موثر در حرکت آب در خاک (شامل پارامترهای معادله ون گنوختن و یا شرایط اولیه و مرزی) به اعداد فازی و استفاده از قوانین مربوط به برش‌های  $\alpha$ ، معادله ریچاردز را برای سطوح دلخواه عدم قطعیت پارامترهای ذکر شده اجرا کردند. نتایج این پژوهش‌ها نشان از همبستگی زیادی بین عدم قطعیت در پارامترهای ورودی (پارامترهای هیدرولیکی خاک) و عدم قطعیت در برآورد شدت جریان آب در خاک دارد و تئوری فازی ابزاری مناسب جهت توصیف عدم قطعیت در پارامترهای خاک معرفی شده است. در این رویکرد محققین از قواعد مربوطه به مجموعه‌ها و اعداد فازی استفاده کرده و نتیجه شبیه‌سازی حرکت آب در خاک نهایتاً از حل عددی معادله ریچاردز به دست می‌آید. اولین گام‌ها در کاربرد قوانین فازی در حرکت آب در خاک توسط باردوسی و دیس برداشته شد (Bardossy and Disse, 1993). این پژوهشگران مدل قاعده بنیاد فازی برای حرکت یک بعدی آب در خاک را ارائه کردند. در این پژوهش از دو معادله نفوذ گرین امپت و یک بعدی ریچاردز برای ساخت شبکه آموزشی استفاده و با انجام برخی ساده‌سازی‌ها و حذف اثر تعدادی از پارامترهای موجود در

در بررسی حرکت آب در خاک غیر اشباع، پارامترهای زیادی شامل پارامترهای هیدرولیکی خاک و شرایط اولیه و مرزی موثر هستند که اندازه‌گیری تمام پارامترها ممکن نیست. پارامترهایی هم که قابل اندازه‌گیری هستند دارای عدم قطعیت و تغییرپذیری زیاد در بازه‌های زمانی و مکانی هستند و این امر باعث ایجاد دشواری‌های زیادی در محاسبه جریان آب در خاک غیر اشباع شده است. از این رو توجه پژوهشگران به شیوه‌هایی که دارای انعطاف پذیری بیشتری برای تغییرات پارامترهای موثر در شبیه‌سازی باشند جلب شده است. منطق فازی که در برابر منطق کلاسیک مطرح می‌گردد، ابزاری توانمند جهت حل مسایل مربوط به سیستم‌های پیچیده‌ای است که درک آن‌ها مشکل است. سیستم‌های فازی را می‌توان به خوبی برای مدل‌سازی عدم قطعیت در پدیده‌های موجود در جهان به کار برد (Ozkan and Turksen, 2014). تئوری فازی توسط زاده معرفی گردید (Zadeh, 1965). در بررسی حرکت آب در خاک از رویکرد فازی به شیوه‌های متفاوت استفاده شده است. برخی از محققین (Schulz and Huwe, 1997، Schulz and Huwe, 1999)

۳- استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد  
(Email: bijangh@um.ac.ir)

\* نویسنده مسئول:

۱- کاندید دکتری آبیاری و زهکشی، دانشگاه فردوسی مشهد  
۲- استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

تعادل بین دقت مد نظر از مدل فازی و سرعت اجرا مدل می‌باشد که این امر وابسته به تعداد قواعد فازی است (Livi et al., 2018). نکته‌ای که در اینجا مطرح می‌شود این است که معیار خوب بودن نتایج را چطور می‌توان بررسی کرد. در واقع مسئله این است که چه حدی از دقت از مدل فازی مد نظر کاربر می‌باشد. آیا همواره با افزایش تعداد دستورات در مدل فازی، می‌توان انتظار افزایش دقت را داشت؟ اگر این فرض صحیح باشد، تا چه میزان افزایش تعداد دستورات فازی ممکن می‌باشد. از طرفی، بیش از حد کوچک در نظر گرفتن مجموعه‌های فازی ورودی باعث ایجاد مشکلاتی از جمله افزایش بیش از حد قواعد و در پی آن کاهش سرعت مدل فازی و همچنین تداخل بیش از حد قواعد در تست مدل خواهد شد (Ishibuchi et al., 2002).

بنابراین هدف ما در این پژوهش بررسی تاثیر تعداد قواعد فازی بر میزان دقت پیش‌بینی مدل فازی در شبیه‌سازی جریان آب در خاک است. به منظور رسیدن به این هدف مدل فازی برای پیش‌بینی حرکت آب در خاک با در نظر گرفتن مجموعه‌های فازی با تکیه‌گاه‌های مختلف و در نتیجه تعداد قواعد متفاوت مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. فرض مورد بررسی این است که افزایش تعداد دستورات باعث افزایش دقت مدل فازی خواهد شد.

### مواد و روش‌ها

به منظور ارزیابی اثر تعداد قواعد فازی بر دقت شبیه‌سازی میزان جریان آب در خاک غیر اشباع توسط مدل فازی، در این پژوهش مدل‌های فازی با تعداد قواعد متفاوت برای شبیه‌سازی حرکت آب در خاک غیر اشباع با در نظر گرفتن فرایند نفوذ ارائه شده است. برای رسیدن به یک مدل فازی مراحل تولید شبکه آموزشی (training set)، استخراج قواعد فازی و صحت سنجی مدل فازی باید انجام پذیرد. مدل‌های فازی مورد بررسی بر اساس شبکه آموزشی بزرگ تولید شده بر اساس حل عددی معادله ریچاردز (Richards, 1931) استخراج شده است. معادله ریچاردز در حالت یک بعدی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial h}{\partial z} + K \right) \quad (1)$$

که در آن  $\theta$  درصد رطوبت حجمی خاک،  $h$  مکش آب خاک،  $K$  هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک،  $t$  زمان و  $z$  عمق خاک (مثبت در جهت بالا) می‌باشد. مشخصات هیدرولیکی خاک با استفاده از مدل ون گنوختن-معلم (۱۹۸۰) تعریف شده است:

$$\theta(h) = \begin{cases} \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{(1 + |\alpha h|^n)^m} & h < 0 \\ \theta_s & h \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

معادلات ذکر شده، قواعد فازی برای حرکت عمودی آب در خاک نوشته شد. مقایسه نتایج استخراج شده از مدل‌های فازی با نتایج بدست آمده از اندازه‌گیری‌ها نشان از کارایی نسبتاً خوب مدل در شرایط آزمایش شده داشت. قواعد استخراج شده بر اساس معادله ریچاردز، از دقت بالاتری نسبت به معادله گرین امیت برخوردار بود که یکی از دلایل برتری مدل فازی بر پایه مدل ریچاردز بیشتر بودن تعداد قواعد در این مدل ذکر شده است. باردوسی و همکاران مدل فازی بر پایه معادله ریچاردز را بهبود بخشیدند (Bardossy et al., 1995). در پژوهش مذکور از معادله کلی حاکم بر جریان آب در خاک، معادله ریچاردز به منظور شبیه سازی فرایند نفوذ استفاده شد و پارامترهای موثر درصد رطوبت اشباع و هدایت هیدرولیکی اشباع واقعی خاک نیز به پارامترهای تاثیرگذار در مدل فازی اضافه شد. باردوسی و همکاران نشان دادند که مفهوم تکیه‌گاه مجموعه‌های فازی نقش مهمی در قواعد فازی ایفا می‌کنند، به این صورت که تکیه‌گاه کوچک باعث ایجاد تعداد قواعد زیاد و تکیه‌گاه بزرگ برای مجموعه‌های فازی باعث ایجاد مدل با تعداد قواعد کمتر می‌شود. افزایش تعداد قواعد فازی باعث افزایش دقت مدل خواهد شد و در نهایت درجه دقت مد نظر از مدل فازی تعیین کننده اندازه تکیه‌گاه مجموعه‌های فازی و در نتیجه آن تعداد قواعد فازی خواهد بود. خرمی و همکاران (۱۳۹۸) مدل فازی برای بررسی نفوذ آب به خاک را بر اساس مجموعه‌های آموزشی بزرگ تولید شده از حل عددی معادله ریچاردز ارائه کردند. این مدل فازی با ۴۹ قاعده فازی متاثر از ۷ کلاس رطوبتی تعریف شده برای سه بافت خاک مجزا ارائه شد که قادر به شبیه‌سازی جریان و رطوبت در لایه‌های مختلف خاک است. انتخاب تعداد کلاس‌های رطوبتی و ایجاد ۴۹ قانون فازی با توجه به بررسی بازه تغییرات متغیرهای ورودی و اثر آن بر شدت جریان حاصله انجام شده است. بررسی صحت نتایج خروجی مدل فازی در این پژوهش توسط مقایسه نتایج مدل فازی با بخشی از شبکه آموزشی تولید شده از حل معادله ریچاردز که در آموزش قواعد به کار گرفته نشده بودند انجام گرفت. دقت خروجی مدل ریچاردز با نتایج اندازه‌گیری به دفعات مورد ارزیابی قرار گرفته و نتایج قابل قبولی به ثبت رسیده است (Farthing and Ogden, 2017).

انتخاب روش و رویکردی مناسب برای مدل سازی سیستم، کاملاً بستگی به میزان پیچیدگی آن سیستم دارد. واضح است که انسان تمایل دارد سیستم را با بیشترین دقت ممکن مدل سازی نماید، اما چنانچه شناخت نسبت به سیستم محدود و یا پیچیدگی ذاتی آن زیاد باشد، مجبور است که دقت مورد انتظار از مدل را با شرایط موجود منطبق نماید (کوره پزان دزفولی، ۱۳۸۷). طراحی یک سیستم فازی با تعداد قواعد زیاد، دشوارتر و حجم محاسبات آن بیشتر است و علاوه بر آن در تبدیل کردن پارامترها نیز ضعیف‌تر می‌باشد (Wan et al., 2005). در واقع مسئله مهم در طراحی یک سیستم فازی پیدا کردن

اشباع خاک ( $\theta^*$ ) و مقدار شار بین دو سلول مجاور خاک به دست خواهد آمد.

پس از تولید شبکه آموزشی، استخراج قواعد فازی انجام می‌گیرد. برای رسیدن به این هدف باید ابتدا متغیرهای ورودی (رطوبت بی‌بعد در هر سلول خاک) خوشه بندی شده، سپس توابع عضویت تعیین شده و پس از استخراج قواعد، مدل فازی اجرا گردد. رطوبت لایه‌های خاک به صورت رطوبت بی‌بعد ( $\theta_s^{(0)}$ ) در نظر گرفته شد تا مقدار رطوبت اشباع که پارامتر متاثر از بافت و خصوصیات خاک است به طور ضمنی در مدل فازی گنجانده شود. برای تعیین توابع عضویت، ابتدا باید تکیه‌گاه مناسب برای عدد فازی مورد نظر  $\theta_{i,k}$  (مقدار رطوبت اولیه بی‌بعد در هر لایه که در آن  $i$  تعداد کل خوشه‌های تعیین شده و  $k$  تعداد کلاس بافت مورد بررسی (۳ کلاس بافت خاک) است) تعیین گردد. بازه‌ی  $(\alpha_{i,k}^-, \alpha_{i,k}^+, \alpha_{i,k}^+)$  به عنوان تکیه‌گاه مجموعه  $\theta_{i,k}$  در نظر گرفته می‌شود به طوری که  $\alpha_{i,k}^+$  حداکثر و  $\alpha_{i,k}^-$  حداقل مقدار ممکن برای عدد فازی مورد نظر است. بنابراین تابع عضویت فازی  $\theta_{i,k}$  مثلی به این صورت تعریف می‌شود:

$$(\alpha_{i,k}^-, \alpha_{i,k}^+, \alpha_{i,k}^+)_T \quad (5)$$

که در آن  $\alpha_{i,k}^+$  متوسط مقادیر محتمل  $\theta_{i,k}(s)$  است. همان‌طور که گفته شد مفهوم تکیه‌گاه مجموعه فازی نقش اساسی در تعداد قواعد ایفا می‌کند. اعداد فازی مربوط به رطوبت بی‌بعد، بر اساس بررسی‌های انجام شده، با در نظر گرفتن همپوشانی در سه گروه ۳، ۵ و ۷ کلاس رطوبتی مورد بررسی قرار گرفت. اعداد فازی و تکیه‌گاه هر عدد در جدول ۱ نمایش داده شده است.

جدول ۱- اعداد فازی رطوبت خاک برای ۳، ۵ و ۷ کلاس رطوبتی

عنوان هر مجموعه	علامت اختصاری	تکیه‌گاه مجموعه فازی
رطوبت نسبی کم	$\theta^*_{L}$	[۰/۱۳، ۰/۳، ۰/۶]
رطوبت نسبی متوسط	$\theta^*_{M}$	[۰/۵، ۰/۷، ۰/۸۵] <sub>T</sub>
رطوبت نسبی زیاد	$\theta^*_{H}$	[۰/۸، ۰/۹۵، ۱]
رطوبت نسبی خیلی کم	$\theta^*_{VL}$	[۰/۱۸، ۰/۲۵، ۰/۴]
رطوبت نسبی کم	$\theta^*_{L}$	[۰/۳۵، ۰/۴۵، ۰/۶] <sub>T</sub>
رطوبت نسبی متوسط	$\theta^*_{M}$	[۰/۵۵، ۰/۶۵، ۰/۷۸] <sub>T</sub>
رطوبت نسبی زیاد	$\theta^*_{H}$	[۰/۷۳، ۰/۸، ۰/۹۲] <sub>T</sub>
رطوبت نسبی خیلی زیاد	$\theta^*_{VH}$	[۰/۹، ۰/۹۵، ۱]
رطوبت نسبی نزدیک به باقی مانده	$\theta^*_{NR}$	[۰/۱۸، ۰/۲، ۰/۲۵]
رطوبت نسبی خیلی کم	$\theta^*_{VL}$	[۰/۲۲، ۰/۳، ۰/۴] <sub>T</sub>
رطوبت نسبی کم	$\theta^*_{L}$	[۰/۳۵، ۰/۴۵، ۰/۶] <sub>T</sub>
رطوبت نسبی متوسط	$\theta^*_{M}$	[۰/۵۵، ۰/۶۵، ۰/۷۸] <sub>T</sub>
رطوبت نسبی زیاد	$\theta^*_{H}$	[۰/۷۳، ۰/۸، ۰/۹۲] <sub>T</sub>
رطوبت نسبی خیلی زیاد	$\theta^*_{VH}$	[۰/۹، ۰/۹۳، ۰/۹۷] <sub>T</sub>
رطوبت نسبی نزدیک به اشباع	$\theta^*_{NS}$	[۰/۹۵، ۰/۹۸، ۱]

$$K(h) = K_s S_e^1 \left[ 1 - (1 - S_e \frac{1}{m})^m \right]^2 \quad (3)$$

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}, \quad m = 1 - 1/n \quad (4)$$

که در آن  $S_e$  اشباع نسبی،  $\theta_s$  رطوبت حجمی اشباع خاک،  $\theta_r$  رطوبت باقیمانده،  $K_s$  هدایت آبی اشباع و  $n$  و  $\alpha$  پارامترهای تجربی می‌باشند. مدل HYDRUS-1D یک مدل پیشرفته در ارتباط با حرکت آب، املاح و گرما در خاک می‌باشد که توسط سیمونک و همکاران در آزمایشگاه شوری خاک آمریکا ارائه شده است (Simunek et al., 2006). در این پژوهش برای حل معادله ریچاردز از مدل HYDRUS-1D استفاده شده است. پارامترهای هیدرولیکی خاک از مدل Rosetta که در داخل پکیج HYDRUS-1D وجود دارد برآورد شد.

به منظور تولید داده برای مجموعه‌های آموزشی، معادله ریچاردز برای گستره وسیعی از شرایط اولیه و مرزی حل شد. برای توزیع رطوبت اولیه، حالت‌های مختلف در کل خاک رخ در نظر گرفته شد. برای شرط مرزی بالایی، از نفوذ ثابت از سطح خاک در کل زمان شبیه‌سازی استفاده شد. مدل برای مقادیر بزرگ جریان از سطح خاک اجرا شد. در مدل فازی، مدنظر است که شار آب در خاک برای هر بافت خاک شبیه‌سازی شود، بنابراین شبکه آموزشی برای هر بافت خاک تولید و متناظر با آن مجموعه دستورات مجزا خواهد بود. شبیه‌سازی شار در خاک برای خاکریز ۰ تا ۱۰۰ سانتی‌متری و با گام مکانی ۱ سانتیمتر انجام گرفت. شرایط مرزی در انتهای ستون خاک به صورت زهکشی آزاد در نظر گرفته شد. در نهایت شبکه آموزشی شامل رطوبت‌های بی‌بعد (درصد رطوبت حجمی تقسیم بر درصد رطوبت

بیشتر از ۶۰ دقیقه است). بنابراین ۱۲ سناریو برای بررسی تغییرات مکانی و زمانی ایجاد شد.

به منظور بررسی صحت برآورد مدل فازی از ملاک‌های آماری مجذور میانگین مربعات خطا RMSE، میانگین مطلق خطا MAE، حداکثر خطا ME و مجذور میانگین مربعات خطا نرمال شده NRMSE استفاده شد که در روابط ۶ تا ۹ ارائه شده است.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{n}} \quad (6)$$

$$NRMSE = \frac{RMSE}{(\max(O_i) - \min(O_i))} \quad (7)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (|O_i - P_i|) \quad (8)$$

$$ME = \max(|O_i - P_i|)_{i=1}^n \quad (9)$$

که در این معادلات،  $O_i$  مقدار مشاهده شده (خروجی حل عددی)،  $P_i$  مقدار پیش‌بینی شده (خروجی مدل فازی)، متوسط مقدار مشاهدات و  $n$  تعداد داده‌های به کار رفته می‌باشند. NRMSE به صورت اختلاف نسبی مقادیر پیش‌بینی شده در برابر مقادیر واقعی بیان می‌شود (Wu and Mencer, 2009) و با توجه به رابطه ۷ بی‌بعد می‌باشد. مقادیر به دست آمده از MAE میانگین خطای شبیه‌سازی در مدل فازی را در مقایسه با حل عددی نشان می‌دهد و برای مشخص شدن حداکثر اختلاف بین این دو مدل معیار حداکثر خطا (ME) نیز محاسبه شده است که در بهترین حالت مقدار صفر دارد.

## نتایج و بحث

بر اساس ارزیابی آماری انجام شده (به خرمی و همکاران، ۱۳۹۸ مراجعه کنید)، در این پژوهش از روش غیرفازی‌ساز اولین ماکزیمم استفاده شد. نتایج تحلیل آماری برای شبیه‌سازی شار آب در خاک (برای بافت خاک لوم، شرایط اولیه رطوبتی خاک به صورت افزاینده با عمق از ۰/۰۹ در سطح خاک تا ۰/۳۵ در انتهای پروفیل و مقدار شار ثابت از سطح خاک ۰/۲ سانتی‌متر بر دقیقه، زهکشی آزاد از انتهای ستون خاک) در جدول ۲ ارائه شده است.

همان‌طور که از اعداد جدول ۲ مشخص است نتایج مدل فازی با افزایش تعداد قوانین بهبود پیدا کرده است. مقدار NRMSE از ۴/۳۱ به ۳/۱ و مقدار خطای حداکثر از ۰/۱۲۸ به ۰/۰۹ کاهش یافته است که با فرض باردوسی و همکاران (Bardossy et al., 1995) مبنی بر افزایش دقت مدل با کوچک شدن تکیه‌گاه مجموعه‌های فازی تطابق دارد.

تعداد قواعد فازی با توجه به تعداد مجموعه‌های فازی ورودی متفاوت است. با توجه به تقسیم‌بندی کلاس رطوبتی خاک در جدول ۱، تعداد قوانین ممکن بین دو سلول مجاور برای مدل ۳ کلاسه ۹ و برای مدل ۵ کلاسه ۲۵ و مدل ۷ کلاس رطوبتی ۴۹ عدد خواهد بود. مشخصات کامل و جزئیات مربوط به استخراج قواعد و ساخت مدل فازی در پژوهش خرمی و همکاران (۱۳۹۸) ارائه شده است.

پس از ساخت مدل فازی و اجرای آن باید از دقت نتایج مدل آگاهی پیدا کرد. نتایج بدست آمده از مدل فازی را با نتایج حل عددی معادله ریچاردز مقایسه شد. هدف از این مقایسه، بررسی میزان اختلاف دو مدل به عنوان معیار خشک (بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در پارامترها) است. فرض بر این است که مقدار خطا در برآورد مدل فازی در محدوده قابل قبول باشد، به این صورت که مدل عددی به عنوان مرجع مقایسه در نظر گرفته می‌شود. اما نکته قابل توجه این است که نتایج خروجی معادله ریچاردز بر این اصل استوار است که مقادیر ورودی مدل به عنوان پارامترهای خاک اعدادی ثابت و مشخص بوده و تغییرپذیری و عدم قطعیت پارامترها در آن دیده نشده است. بنابراین در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در پارامترها در بررسی دقت مدل فازی امری ضروری است. برای ارزیابی مدل فازی، ۱۰ درصد از شبکه آموزشی تولید شده با استفاده از حل عددی معادله ریچاردز که در تولید قواعد به کار برده نشد در ارزیابی مدل فازی به کار گرفته شد. به منظور مقایسه نتایج خروجی مدل فازی با مدل عددی باید خروجی‌ها به صورت غیر فازی تبدیل شوند. روش‌های غیر فازی ساز مرکز سطح (Centroid)، اولین ماکزیمم (Smallest of maximum)، آخرین ماکزیمم (Largest of maximum) و میانه ماکزیمم‌ها (Middle of maximum)، مورد استفاده قرار گرفت.

به منظور تحلیل دقیق‌تر نتایج، پارامترهای آماری برای بازه‌های مختلف زمانی و مکانی نیز به صورت جداگانه محاسبه شد. به این منظور، داده‌های خروجی مربوط به شار از تست مدل‌های فازی به ۴ دسته مکانی و زمانی تقسیم گردید. تقسیم‌بندی مکانی و زمانی به این صورت انجام گرفت که پروفیل ۱ متری و زمان شبیه‌سازی ۲ ساعت به ۴ بخش تقسیم شد (D1 تا D4 به ترتیب عمق‌های کمتر از ۲۵، ۲۵ تا ۵۰، ۵۰ تا ۷۵ و بیشتر از ۷۵ سانتی‌متر و T1 تا T4 به ترتیب زمان‌های کمتر از ۳۰، ۳۰ تا ۶۰، ۶۰ تا ۹۰ و بیشتر از ۹۰ دقیقه). یک تقسیم‌بندی ترکیبی از شرایط زمانی و مکانی نیز انجام گرفت. در این بخش عمق خاک و زمان به دو بخش مساوی تقسیم شد و ترکیب این ۴ حالت در نظر گرفته می‌شود (D1T1 و D1T2 به ترتیب عمق‌های کمتر از ۵۰ و زمان کمتر از ۶۰ دقیقه و عمق‌های کمتر از ۵۰ و زمان بیشتر از ۶۰ دقیقه است و D2T1 و D2T2 عمق‌های بیشتر از ۵۰ و زمان کمتر از ۶۰ دقیقه و عمق‌های بیشتر از ۵۰ و زمان

جدول ۲- پارامترهای آماری محاسبه شده برای شبیه‌سازی شار در خاک برای مدل فازی با تعداد کلاس رطوبتی مختلف

مدل فازی	تعداد قواعد	ME (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	MAE (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	RMSE (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	NRMSE
۳ کلاس رطوبتی	۹	۰/۱۲۸	۰/۰۰۱۲	۰/۰۰۹	۴/۳۱
۵ کلاس رطوبتی	۲۵	۰/۱۲۲	۰/۰۰۰۹	۰/۰۰۷	۳/۴۲
۷ کلاس رطوبتی	۴۹	۰/۰۶۸	۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۶	۳/۱۳
۹ کلاس رطوبتی	۸۱	۰/۰۷۵	۰/۰۰۲۹	۰/۰۰۸	۳/۹۱۲

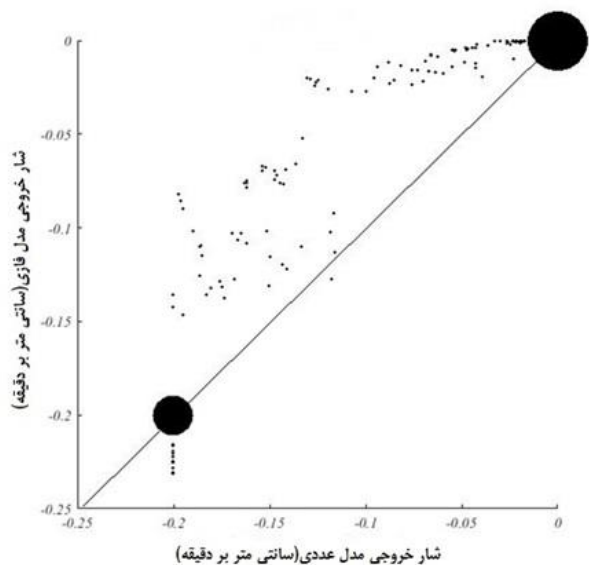
جدول ۳- پارامترهای آماری محاسبه شده برای مدل فازی با ۳، ۵ و ۷ کلاس رطوبتی در بازه‌های زمانی و مکانی متفاوت

	۳ کلاس رطوبتی			۵ کلاس رطوبتی			۷ کلاس رطوبتی		
	MAE	ME	NRMSE	MAE	ME	NRMSE	MAE	ME	NRMSE
D1	۰/۰۰۲	۰/۱۲۸	۵/۴۳۵	۰/۰۰۰۲	۰/۱۲۳	۴/۹۶۴	۰/۰۰۱۵	۰/۱۰۱	۴/۵۶
D2	۰/۰۰۲	۰/۱۱۵	۲۴/۲۶۰	۰/۰۰۰۷	۰/۱۲۱	۴/۸۳۸	۰/۰۰۰۸	۰/۰۹۱	۳/۱۸
D3	.	۰/۰۹۵	۲/۲۷۰	.	۰/۰۸۰	۱/۳۳۷	۰/۰۰۰۱	۰/۰۸۷	۱/۵۵
D4	.	.	.	.	.	.	.	.	.
T1	۰/۰۰۱	۰/۱۲۸	۴/۱۹۹	۰/۰۰۰۲	۰/۱۱۴	۳/۶۱۷	۰/۰۰۰۸	۰/۱۰۲	۳/۳۸
T2	۰/۰۰۱	۰/۱۰۶	۳/۹۸۵	۰/۰۰۰۲	۰/۱۲۳	۳/۶۳۵	۰/۰۰۰۸	۰/۰۹۳	۳/۳۸
T3	۰/۰۰۱	۰/۱۱۵	۴/۹۴۸	۰/۰۰۰۴	۰/۱۱۹	۳/۳۶۵	۰/۰۰۰۳	۰/۰۹۰	۲/۰۳
T4	۰/۰۰۱	۰/۱۰۴	۴/۴۳۳	۰/۰۰۰۲	۰/۱۲۱	۳/۴۲۰	۰/۰۰۰۵	۰/۰۹۱	۲/۲۸
D1T1	۰/۰۰۲۱	۰/۱۲۸	۵/۶۸۰	۰/۰۰۰۳	۰/۱۲۳	۵/۱۰۳	۰/۰۰۱۶	۰/۱۰۲	۴/۶۲
D1T2	۰/۰۰۲۱	۰/۱۱۵	۶/۲۰۰	۰/۰۰۰۷	۰/۱۲۱	۴/۶۱۲	۰/۰۰۰۷	۰/۰۹۱	۲/۹۷
D2T1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
D2T2	۰/۰۰۰۳	۰/۰۹۵	۲/۲۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۸۰	۱/۲۴۴	۰/۰۰۰۱	۰/۰۸۷	۱/۵۴
Mean	۰/۰۰۱	۰/۱۲۸	۴/۳۱۴	۰/۰۰۰۳	۰/۱۲۲	۳/۴۲۰	۰/۰۰۰۶	۰/۱۰۲	۳/۰۱۶

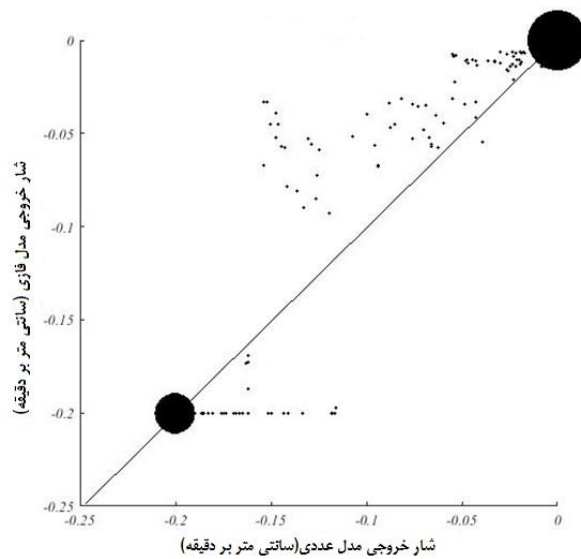
گرفتن محدودیت زمان است. یعنی حداکثر اختلاف بین مقادیر پیش‌بینی مدل فازی و عددی در بازه مکانی رخ داده که مرز جبهه رطوبتی در آن واقع شده است و جریان از حالت اشباع به غیر اشباع تغییر می‌کند. مقایسه مدل فازی با ۵ و ۷ کلاس رطوبتی با مدل فازی با ۳ کلاس رطوبتی نشان می‌دهد که مدل‌های با تعداد قوانین بیشتر توانسته‌اند تا حدود زیادی خطای مربوط به بخش جبهه رطوبتی را کاهش دهند (مقدار NRMSE از ۲۴/۲ به ۳/۲ کاهش پیدا کرده است).

برای تحلیل جزئی‌تر تغییرات قدرت پیش‌بینی مدل فازی در بخش‌های مختلف حرکت آب در خاک غیر اشباع، پارامترهای آماری برای بازه‌های مختلف زمانی و مکانی (که در بخش موارد و روش‌ها معرفی شده است) محاسبه شد. نتایج تحلیل آماری در بازه‌های مختلف مکانی و زمانی برای ۱۲ سناریوی معرفی شده در جدول ۳ ارائه شده است.

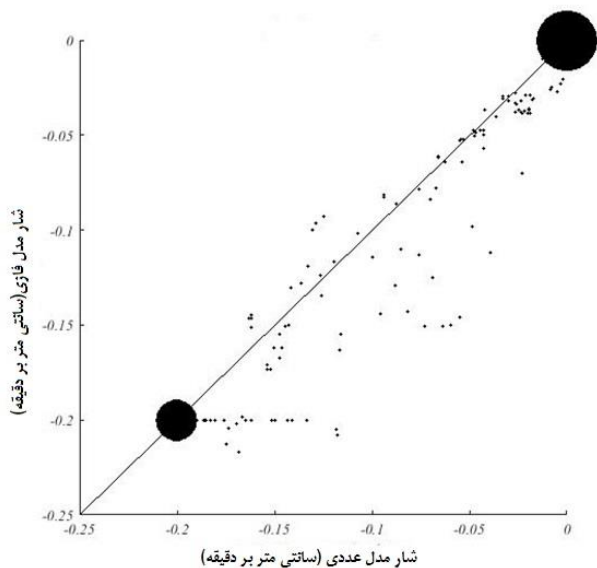
با توجه به مقادیر RMSE مربوط به چارک‌های مکانی (D1-D4)، بیشترین مقدار مربوط به چارک اول و دوم مکانی بدون در نظر



a-۱- داده‌های چارک دوم مکانی مربوط به مدل فازی ۳ کلاس



b-۱- داده‌های چارک دوم مکانی مربوط به مدل فازی ۵ کلاس



c-۱- داده‌های چارک دوم مکانی مربوط به مدل فازی ۷ کلاس

### شکل ۱- مقادیر جریان بین دو سلول مجاور خاک با استفاده از مدل‌های فازی و مدل عددی در چارک دوم مکانی

بررسی چارک‌های زمانی نشان داد تغییر در بازه‌های زمانی در شرایطی که داده‌های مربوط به عمق‌های مختلف با هم ترکیب شوند تأثیری در دقت مدل ندارد و مقادیر پارامترهای آماری برای این چهار بازه زمانی تقریباً یکسان است و دقت مدل در هر ۴ سناریوی مربوط به زمان با افزایش تعداد قواعد فازی بیشتر شده است. نمودارهای حبابی رسم شده در شکل ۱ پراکنده‌گی داده‌های شبیه‌سازی مدل فازی با ۳، ۵ و ۷ کلاس رطوبتی و داده‌های حل عددی مربوط به چارک دوم مکانی (۲۶-۵۰ سانتی‌متر) را نسبت به

در واقع مدل‌های فازی بیشترین خطا را در پیش‌بینی جریان در محدوده جبهه رطوبتی دارند که علت آن تغییرات شدید میزان رطوبت در فواصل کوتاه مکانی است که با افزایش تعداد قواعد فازی و همپوشانی موثر آنها، قوانین بیشتری به طور همزمان در مرز جبهه رطوبتی صادق خواهد بود و باعث کاهش میزان خطا در شبیه‌سازی جریان در بخش غیر اشباع خاک می‌شود. مقادیر MAE نیز به طور قابل توجهی نسبت به حالت ۳ کلاس رطوبتی کاهش پیدا کرده است که نشان از افزایش دقت مدل با افزایش تعداد قواعد فازی دارد.

جریان خروجی انجام شد. به این صورت که داده‌های شبکه آموزشی شامل رطوبت بی‌بعد بین لایه‌های خاک و میزان شار متناظر با آن را در نظر گرفته می‌شود. این بار میزان فلاکس خروجی به صورت بازه‌های مختلف دسته بندی شد و سپس مقادیر رطوبت متناظر با آن به عنوان کلاس‌های رطوبتی تعیین شده در نظر گرفته شد. به این صورت که به ازای بازه مشخصی از فلاکس، هر مقداری از رطوبت بی‌بعد که در شبکه آموزشی متناظر با بازه فلاکس مد نظر وجود دارد در یک کلاس رطوبتی قرار می‌گیرد. حداقل و حداکثر مقدار رطوبت بی‌بعد به عنوان تکیه‌گاه مجموعه فازی رطوبت در نظر گرفته می‌شود. متوسط مقدار گزارش شده در هر دسته نیز به عنوان راس مجموعه فازی لحاظ می‌شود. در شبکه آموزشی مربوط به خاک لوم، تغییرات دبی بین سلول‌های خاک از  $0/2-$  تا صفر متغیر است که این بازه به ۹ کلاس مختلف رطوبتی تقسیم‌بندی شد که بازه هر کلاس رطوبتی در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴- اعداد فازی رطوبت خاک برای ۹ کلاس رطوبتی

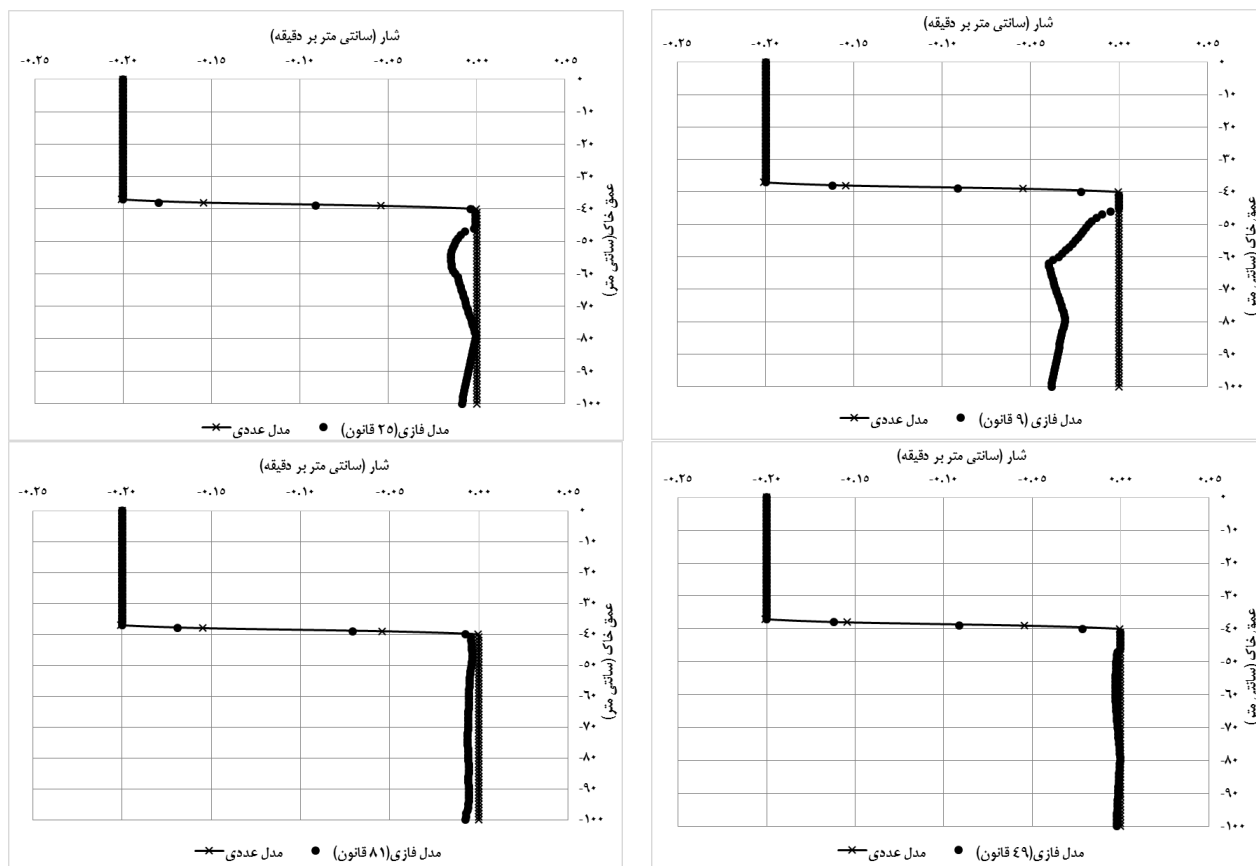
۹ کلاس رطوبت نسبی	علامت اختصاری	بازه تغییرات هر دسته
کلاس شماره یک	$\theta^*_1$	[۰/۱۹، ۰/۳، ۰/۵]
کلاس شماره دو	$\theta^*_2$	[۰/۲۴، ۰/۴، ۰/۶]T
کلاس شماره سه	$\theta^*_3$	[۰/۳۶، ۰/۵، ۰/۶۶] T
کلاس شماره چهار	$\theta^*_4$	[۰/۴۹، ۰/۶۵، ۰/۷۷]T
کلاس شماره پنج	$\theta^*_5$	[۰/۶۳، ۰/۷۴، ۰/۸۷] T
کلاس شماره شش	$\theta^*_6$	[۰/۷۶، ۰/۸۳، ۰/۹]T
کلاس شماره هفت	$\theta^*_7$	[۰/۸۴، ۰/۹۱، ۰/۹۶]T
کلاس شماره هشت	$\theta^*_8$	[۰/۸۷، ۰/۹۷، ۱]T
کلاس شماره نه	$\theta^*_9$	[۰/۹۹، ۰/۹۹۹، ۱]

افزایش تعداد قواعد فازی ابتدا افزایش پیدا می‌کند و پس از آن با افزایش تعداد قواعد نتیجه معکوس حاصل می‌شود. علت این امر را می‌توان در بررسی میزان همپوشانی قواعد جستجو کرد. وقتی تعداد قواعد فازی از مقدار مشخصی بیشتر می‌شود، میزان همپوشانی قواعد برای یک ترکیب رطوبتی بین دو لایه مجاور خاک بیشتر می‌شود، این همپوشانی تا حدی موثر است و باعث افزایش دقت مدل فازی می‌شود و پس از آن به دلیل تداخل بیش از حد قواعد و افزایش تکیه‌گاه در مجموعه فازی جریان تولید شده باعث کاهش کارایی مدل شده است که با تئوری ایشی باچی و همکاران مبنی بر تداخل بیش از حد قواعد فازی در تست مدل همخوانی دارد (۲۰۰۲). شکل ۲ نتایج مربوط به شبیه‌سازی شار آب در خاک را برای بافت خاک لوم، شرایط اولیه رطوبتی خاک به صورت افزایشده با عمق و مقدار شار ثابت از سطح خاک  $0/2$  سانتی‌متر بر دقیقه، زهکشی آزاد از انتهای ستون خاک در زمان ۶۰ دقیقه پس از شروع جریان را با روش عددی و مدل‌های

خط یک به یک نشان می‌دهد. با مقایسه نمودارهای چارک مکانی مربوط به سه مدل فازی در عمق ۲۶ تا ۵۰ سانتی‌متر، مشخص می‌شود که در مدل فازی با افزایش قوانین، تمرکز داده‌ها حول خط یک به یک بیشتر شده است و اختلاف شبیه‌سازی فازی و عددی برای این بازه مکانی به طور چشم‌گیری کاهش پیدا کرده است. در واقع با افزایش تعداد قوانین، خطا را در بخشی که بیشترین مقدار RMSE نرمال شده در آن مشاهده شده (D2) کاهش پیدا کرد (از  $24/26$  به  $3/18$ ). سوال مهمی که در اینجا مطرح می‌شود این است که افزایش تعداد قواعد فازی تا کجا منطقی است و تا چه حدی باعث افزایش دقت خواهد شد و انتخاب بر چه اساسی باید انجام گیرد، آیا روش دیگری برای کلاس بندی پارامترهای ورودی وجود دارد. برای پاسخ به این سوالات کلاس‌بندی پارامترهای ورودی (رطوبت بی‌بعد لایه‌های خاک) این بار بر اساس تاثیر آن بر شدت

پس از مشخص شدن اعداد فازی رطوبت بی‌بعد، مراحل استخراج قواعد فازی باید تکرار شود. با توجه به تعداد ۹ کلاس فازی ورودی، تعداد قواعد فازی به ۸۱ عدد افزایش پیدا خواهد کرد. مراحل ذکر شده برای استخراج قواعد فازی از شبکه آموزشی و تست و صحت‌سنجی مدل با ۸۱ قانون فازی مانند دیگر مدل‌های فازی (مدل فازی با ۹، ۲۵ و ۴۹ قاعده) انجام شد. نتایج تحلیل آماری در سطر آخر جدول ۲ ارائه شده است (بافت خاک و شرایط مرزی و اولیه یکسان). با مقایسه نتایج پارامترهای آماری در جدول ۲، بین مدل‌های فازی با تعداد قوانین متفاوت، مشخص می‌شود که تطابق نتایج مدل فازی با ۹ کلاس رطوبتی با مدل عددی کاهش پیدا کرده است. مقدار NRMSE به دست آمده برای مدل با ۷ کلاس رطوبتی  $3/13$  بود که با افزایش کلاس‌های رطوبتی به  $3/91$  و مقدار MAE نیز از  $0/006$  به  $0/03$  افزایش پیدا کرده است. بنابراین نتایج پارامترهای آماری نشان می‌دهد که صحت نتایج مدل فازی در مقایسه با مدل عددی با

فازی با تعداد قواعد متفاوت نشان می‌دهد.



شکل ۲- مقادیر جریان در پروفیل خاک با استفاده از مدل‌های فازی و مدل عددی در زمان ۶۰ دقیقه

### نتیجه‌گیری

در این پژوهش مدل‌های فازی مختلف با تغییر در تکیه‌گاه مجموعه‌های فازی ورودی و متاثر از آن تغییر در تعداد قواعد فازی مورد بررسی قرار گرفتند. نتایج نشان داد که افزایش تعداد قواعد فازی تا مقدار مشخصی باعث افزایش دقت مدل فازی در شبیه‌سازی جریان آب در خاک غیر اشباع می‌شود (مقدار NRMSE از ۴/۳ به ۳/۱ و مقدار خطای حداکثر از ۰/۱۲۸ به ۰/۰۹ به ترتیب برای مدل فازی با ۹ و ۴۹ قانون، کاهش پیدا کرد). بررسی بازه‌های مختلف مکانی نشان داد که بیشترین میزان خطا برای مدل فازی با ۹ قاعده در بخش جبهه رطوبتی رخ می‌دهد که افزایش تعداد قواعد فازی به خوبی میزان خطا در این بخش را کنترل کرده است. اما با افزایش تعداد مجموعه‌های فازی ورودی و افزایش قواعد به ۸۱ عدد، دقت مدل فازی کاهش پیدا کرد. علت افزایش خطا تداخل بیش از حد قواعد فازی از طرفی و نحوه تعیین تکیه‌گاه مجموعه‌های فازی ورودی بوده است.

### منابع

با توجه به مقایسه نمودارهای جریان در شکل ۲ به خوبی مشخص می‌شود که اختلاف پیش‌بینی جریان در خاک در مدل‌های فازی با ۹ و ۲۵ قانون، در مقایسه با مدل عددی زیاد است و مدل فازی با ۴۹ قانون با مقدار خطا کمتری توانسته جریان را در خاک شبیه‌سازی کند. با افزایش تعداد قواعد به ۸۱، اختلاف بین مقادیر پیش‌بینی فازی و عددی بیشتر شده است. نکته دیگری که در مقایسه دو مدل فازی با ۴۹ و ۸۱ قانون باید مدنظر قرار گیرد تفاوت در شیوه انتخاب تکیه‌گاه مجموعه‌های فازی است. در حالت‌های اولیه تکیه‌گاه مجموعه‌های فازی به طور مستقیم و با توجه به تحلیل و نظر کارشناس و شناخت از سیستم (بافت خاک، تغییرات رطوبتی و بازه‌های متداول) بوده است در حالی که در بخش انتهایی انتخاب تکیه‌گاه مجموعه‌های فازی رطوبتی از باز خورد مجموعه‌های انتخاب شده برای جریان بدست آمده و امکان تغییر آن و کنترل میزان همپوشانی مجموعه‌های فازی ورودی وجود ندارد و این امر نیز در افزایش میزان خطا در خروجی مدل موثر بوده است.



- Engineers, 2018, pp.715-733.
- Ozkan, I. and Turksen, I.B. 2014. Uncertainty and Fuzzy Decisions, Chapter 2. Springer Science, Business Media Dordrecht 2014.
- Richards, L.A. 1931. Capillary conduction of liquids through porous media, Physics, I, 318-33, 1931.
- Schulz, K. and Huwe, B. 1997. Water flow modeling in the unsaturated zone with imprecise parameters using a fuzzy approach. Journal of Hydrology 201 (1997) 211-229.
- Schulz, K. and Huwe, B. 1999. Uncertainty and sensitivity analysis of water transport modelling in a layered soil profile using fuzzy set theory. Journal of Hydroinformatics. 01. 2. 1999.
- Simunek, J., Van Genuchten, M.Th. and Sejna, M. 2006. The Hydrus Software Package for Simulating the Two- and Three-Dimensional Movement of Water, Heat, and Multiple Solutes in Variably – Saturated Media. Technical Manual.
- Verma, P., Singh, P., George, K.V., Sing, H.V., Devotta, S. and Singh, R.N. 2009. Uncertainty analysis of transport of water and pesticide in an unsaturated layered soil profile using fuzzy set theory. Applied Mathematical Modelling 33: 770-782.
- Wan, F., Shang, H., Wang, L.X. and Sun, Y.X. 2005. How to Determine the Minimum Number of Fuzzy Rules to Achieve Given Accuracy: A Computational Geometric Approach to SISO Case. Fuzzy Set and Systems 150 (2005). 199-209.
- Wu, Q. and Mencer, O. 2009. Evaluation Sampling Based Hotspot Detection. 2009. Architecture of Computing Systems– ARCS. Lecture Notes in Computer Science, vol 5455. Springer, Berlin, Heidelberg.
- Zadeh, L.A., Fuzzy sets, Inf. Control, 8, 338-353, 1965.
- خرمی، م و قهرمان، ب. ۱۳۹۶. بررسی عدم قطعیت پارامترهای خاک بر عدم قطعیت پروفیل رطوبتی با استفاده از نظریه‌ی مجموعه‌های فازی. تحقیقات منابع آب ایران. شماره ۱. ۱۲۶-۱۳۸.
- خرمی، م.، قهرمان، ب و داوری، ک. ۱۳۹۸. ارائه یک مدل فازی برای مدل سازی نفوذ آب در خاک. نشریه پژوهش‌های خاک (علوم خاک و آب). شماره ۳۳. جلد ۳. ۲۷۵-۲۸۷.
- کوره پزان دزفولی، ا. ۱۳۸۶. اصول و تئوری مجموعه‌های فازی و کاربرد آن در مدلسازی مسایل مهندسی آب. انتشارات جهاد دانشگاهی واحد صنعتی امیر کبیر.
- Bardossy, A. and Disse, M. 1993. Fuzzy Rule-Based Models for Infiltration. Water Resources Research. VOL.29.NO2.PAGES 373-382.FEBRURY 1993.
- Bardossy, A., Bronster, A. and Merz, B. 1995. 1-,2- and 3-dimensional modeling of water movement in the unsaturated soil matrix using a fuzzy approach, Advances in Water Resources, Vol. 18, No. 4, pp. 237-251.
- Farthing, M.W. and Ogden, F.L. 2017. Numerical Solution of Richards' Equation: A Review of Advances and Challenges. SSSAJ. V81. N 6. 1257-1269.
- Ishibuchi, H., Sotani, T. and Murata, T. 2002. Tradeoff between the performance of fuzzy rule-based classification systems and the number of fuzzy if-then rules. 18<sup>th</sup> International conference of the North American Fuzzy information processing society. NAFIPS.
- Liviu-Cristian, D., Gilles, M. and Philippe, B. 2018. A Fast and Accurate Rule-Base Generation Method for Mamdani Fuzzy Systems. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Institute of Electrical and Electronics

## Analyze the Effect of Number of Fuzzy Rules on Fuzzy Model Performance in Simulating Soil Water Movement

M. Khorami<sup>1</sup>, B. Ghahraman<sup>2\*</sup>, K. Davary<sup>3</sup>

Received: Jan.13, 2020

Accepted: May.04, 2020

### Abstract

Fuzzy methods in simulating water flow in to the soil has attracted the attention of researchers because of the possibility of considering the uncertainty and variability of the parameters in this methods. The sensitivity of the fuzzy model is to find the balance between the accuracy of the fuzzy model and its speed of execution, which depends on the number of fuzzy rules. Therefore, our goal in this research is to investigate the effect of the number of fuzzy rules on the accuracy of the model. In order to achieve this, the fuzzy model for predicting water movement in unsaturated soil was evaluated by considering fuzzy sets with different supports and consequently different rule numbers. The rules of the fuzzy model were derived from the large training sets obtained by numerical solution of Richards equation by using HYDRUS-1D model. The results showed that increasing the number of fuzzy rules initially increased the accuracy of the model (NRMSE value decreased from 4.3 to 3.1 and maximum error value from 0.128 to 0.09 for fuzzy model with 9 and 49 rules, respectively but by increasing the number of input fuzzy sets and increasing the rules to 81, the accuracy of the fuzzy model was reduced. The reason for the reduced efficiency of the fuzzy model is rules overlap.

**Keywords:** Fuzzy model, Richard's equation, Rule's number, Unsaturated soil

۱- Ph.D. Candidate of Irrigation and Drainage, Department of Water Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

۲- Professor, Department of Water Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

۳- Professor, Department of Water Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

(\*- Corresponding Author Email: [bijangh@um.ac.ir](mailto:bijangh@um.ac.ir))