

مقاله علمی-پژوهشی

محاسبه بیلان آب زیرزمینی به کمک روش عددی MLPG (مطالعه موردی: آبخوان آزاد بیرجند)

علی محتشمی^۱، سید آرمان هاشمی منفرد^{۲*}، غلامرضا عزیزیان^۳، ابوالفضل اکبرپور^۴

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۲/۱۹ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۳/۲۳

چکیده

اطلاع از بیلان آب زیرزمینی در مناطق خشک و نیمه خشک می‌تواند کارشناسان و مدیران را در جهت مدیریت بهینه منابع آب زیرزمینی کمک شایانی نماید. در این پژوهش با استفاده از روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین (MLPG) که از جمله روش‌های بدون شبکه در بحث مکانیک سیالاتی است برای محاسبه بیلان آبی یک آبخوان واقعی استفاده شده است. عدم وابستگی این روش نسبت به شبکه‌بندی میدان حل، خطاهای به وجود آمده ناشی از مش‌بندی‌ها را حذف می‌کند و دقت نتایج را بالا می‌برد. منطقه مورد مطالعه، آبخوان آزاد دشت بیرجند بوده که در استان خراسان جنوبی و شرق ایران قرار گرفته است. پس از مدل‌سازی جریان آب زیرزمینی و واسنجی مدل، در یک دوره یک ساله (۹۰-۹۱) با گام زمانی ماهانه، سطح آب زیرزمینی در انتهای هر ماه محاسبه شد و با نتایج روش عددی تفاضل محدود مقایسه گشت. معیار خطای جذر میانگین مربعات، مطلق میانگین و میانگین محاسبه شدند که این مقادیر برای روش بدون شبکه به ترتیب ۰/۷۵۷، ۰/۵۷۳، ۰/۰۸- و متر و برای روش تفاضل محدود ۱/۱۹۷، ۱/۴۳۴، ۰/۱۵۹ متر می‌باشند. دقت بالاتر روش بدون شبکه، مطابقت بیشتر نتایج به دست آمده از آن را با شرایط واقعی نشان می‌دهد. در نهایت، با محاسبه عوامل ورودی و خروجی آب به آبخوان، بیلان آب زیرزمینی محاسبه شد به طوری که حجم آب خروجی و ورودی به ترتیب ۹۱ و ۸۸ میلیون مترمکعب بودند که با محاسبه اختلاف این دو، تغییرات ذخیره در آبخوان ۳ میلیون متر مکعب با علامت منفی بدست آمد. علامت منفی، نشان دهنده بزرگتر بودن مقادیر خروجی نسبت به ورودی است که باید مورد توجه کارشناسان آب قرار بگیرد.

واژه‌های کلیدی: آبخوان بیرجند، روش عددی MLPG، محاسبه بیلان، مدل‌سازی جریان آب زیرزمینی

مقدمه

جریان آب است که در یک فاصله زمانی مشخص و در یک سطح معین از آبخوان وارد و یا خارج می‌شود (Todd and Mays, 2004). داشتن اطلاعات مربوط به بیلان آب زیرزمینی یک آبخوان مزایای زیادی دارد. حفظ منابع آب موجود و امکان استفاده از آن برای نسل‌های آینده، شناخت مناطق دارای بیلان منفی، حفظ حریم کمی چاه‌ها، از جمله این مزایا است (Al-sheykh et al., 2004).

محاسبه بیلان آب زیرزمینی در یک آبخوان با استفاده از روش سنتی و روش‌های عددی صورت می‌گیرد. زمان‌بر و هزینه‌بر بودن روش‌های سنتی از مهم‌ترین عللی است که پژوهشگران را برای محاسبه این پارامتر به سمت روش‌های عددی سوق می‌دهد. مطالعات متعددی در این قسمت صورت گرفته است به طوری که در سال ۱۳۹۲، افتخار و همکاران به مدل‌سازی جریان آب زیرزمینی در دشت تبریز با استفاده از نرم افزار GMS پرداختند و بیلان آب زیرزمینی را در حالت غیرماندگار برای آبخوان تبریز محاسبه نمودند و دریافتند که حدود ۱/۲ میلیون متر مکعب با علامت منفی می‌باشد (Eftekhari et al., 2015).

داشتن اطلاعات کافی راجع به منابع آب زیرزمینی یک آبخوان، همچون مقادیر ورودی و خروجی، می‌تواند کمک بزرگی به مدیران و کارشناسان جهت مدیریت بهینه و توسعه این منابع ارائه کند (PourMohammadi et al., 2015). از مهم‌ترین پارامترهایی که در آبخوان می‌تواند در این امر تاثیرگذار باشد محاسبه بیلان آب زیرزمینی است. بیلان آب زیرزمینی در واقع اندازه‌گیری پیوسته مقدار

- ۱- دانشجوی دکتری، رشته مهندسی عمران، دانشکده مهندسی شهید نیکبخت، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران
 - ۲- دانشیار گروه عمران، دانشکده مهندسی شهید نیکبخت، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران
 - ۳- دانشیار گروه عمران، دانشکده مهندسی شهید نیکبخت، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران
 - ۴- دانشیار دانشکده مهندسی، گروه عمران، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران
- (*)- نویسنده مسئول: (Email: hashemi@eng.usb.ac.ir)

(2011). شیرافکن و جعفری (۱۳۹۲) بیلان آب زیرزمینی آبخوان دشت بهاباد استان یزد را محاسبه کردند. نتایج پژوهش آن‌ها با توجه به بیلان ۹۰-۸۹ نشان داد که میزان ورودی‌ها به آبخوان در بخش‌های جنوبی و شمالی به ترتیب $۲۰/۸$ و $۶/۸$ میلیون متر مکعب بوده که از مجموع خروجی‌ها که به ترتیب برای مناطق شمالی و جنوبی به ترتیب $۳۲/۹$ و $۸/۵$ میلیون متر مکعب است، کمتر می‌باشد. این موضوع سبب کسری مخزن بیلان منفی آبخوان شده است که افت ممتد سطح آب را در پی داشته است. پورمحمدی و همکاران بیلان آب زیرزمینی دشت توپسرکان استان همدان را به کمک مدل مادفلو هم در حالت پایدار و هم ناپایدار محاسبه کردند و نتایج خود را با نتایج بیلان دستی مقایسه کردند. آن‌ها دو نتیجه از کار خود گرفتند. (۱) مدل‌های عددی کارآمدی در تعیین بیلان آبخوان هستند. (۲) بیلان دشت، منفی و کسری مخازن به میزان $۱۲/۲$ - میلیون متر مکعب در سال ۸۸-۸۷ است (PourMohammadi et al., 2015). پارساد و راثو سطح آب زیرزمینی در آبخوان کندیوالاسا در هند را به همراه بارندگی که در این حوزه و در بازه دو ساله ۲۰۱۵-۲۰۱۳ اتفاق افتاده است را دریافت کردند و متوجه شدند که سطح آب زیرزمینی ارتباط زیادی با میزان بارندگی صورت گرفته در آن حوزه دارد. به طوریکه در سال ۲۰۱۵ که کمترین مقدار بارندگی ثبت شده است، سطح آب زیرزمینی به حداقل میزان خود رسیده است (Parsad and Rao, 2018). سپس آن‌ها بیلان آبخوان را در سال ۲۰۱۵ محاسبه کردند. و دریافتند که حدود $۵/۶۶$ میلیون متر مکعب آب در سال ۲۰۱۵ نیاز است که آبخوان را با کم‌آبی رو به رو نسازد. انصاری‌فر و همکاران به کمک مدل ریاضی مادفلو سطح آب زیرزمینی را در یک آبخوان ساحلی به نام بندرگز واقع در خلیج گرگان را مدل‌سازی کردند. آن‌ها مدل خود را در دو حالت ماندگار و غیرماندگار واسنجی کردند. نتایج آن‌ها گواه خطای ناچیز مدلشان بود که به کمک آن دریافتند، دریا تاثیر بسزایی در رفتار هیدرولیکی آبخوان‌های ساحلی دارد، به طوریکه بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار خطا در فصول زمستان و تابستان مطابق با کم‌ترین و بیش‌ترین مقدار سطح آب دریا است (Ansarifar et al., 2019). آن‌ها همچنین در پژوهشی دیگر به کمک یک روش معکوس، مقادیر ضرایب هدایت هیدرولیکی و آبدی ویژه را که عدم قطعیت‌های فراوانی در مدل‌سازی جریان آب زیرزمینی دارند، تخمین زدند و با مقادیر بدست آمده از لوگ‌های حفاری مقایسه نمودند. مطابقت رضایت‌بخش این دو گواه بر روش دقیق آن‌ها در تخمین این ضرایب می‌باشد. همچنین نتایج آن‌ها نشان داد که ضرایب هدایت هیدرولیکی و آبدی ویژه تخمین زده شده به ترتیب در بازه ۵-۱۵ و $۰/۲۴$ - $۰/۳۶$ تغییر می‌کند (Ansarifar et al., 2020). ابریشمچی و همکاران مقدار آب ذخیره شده در آبخوان نیشابور واقع در استان خراسان رضوی را به کمک مدل ریاضی مادفلو تخمین زدند و همچنین به بررسی توزیع مکانی-زمانی

(al., 2013) جلیلی و همکاران بیلان آب زیرزمینی را در دشت اسلام آباد محاسبه کردند. محاسبه بیلان در پژوهش آن‌ها به صورت دستی صورت گرفته بود (Jalili et al., 2016).

چاندرا و ساکسنا، آتاولا و همکاران، کومار و سیتاپتهی به مدل‌سازی کمی تعدادی از آبخوان‌های هند پرداختند و بیلان را در آن‌ها محاسبه نمودند (Chandra and Saksena, 1975; Athavale et al., 1992; Kumar and Seethapathi, 2002). نیکبخت و همکارانش (۱۳۹۱) به بررسی بیلان آبی آبخوان عجب شیر پرداختند، آن‌ها به کمک مدل تفاضل محدود و مادفلو جریان آب زیرزمینی را مدل‌سازی کردند و دریافتند که در صورت تبدیل سیستم سنتی آبیاری آن‌ها به سیستم تحت فشار، شاهد افزایش ۸۸ متری سطح آب هستند. محمدی قلعه نی و همکاران (۲۰۱۳) در پژوهشی به ارزیابی تاثیر پارامترهای اقلیمی مانند دما و بارش بر سطح آب زیرزمینی آبخوان دشت ساوه پرداختند. آن‌ها با ارتباط بین میزان بارش و سطح آب زیرزمینی به این نتیجه رسیدند که رابطه همبستگی مناسبی بین کاهش بارش و تبعاً دبی رودخانه و سطح ایستابی آبخوان است (Mohammadi Ghalehi et al., 2013). نایک و آواستهی بیلان آبخوان پنینسولا در کشور هند را پس از مدل‌سازی، محاسبه کردند. آن‌ها تمامی عوامل خروجی و ورودی به آبخوان را به تفکیک بیان کردند و نهایتاً با توجه به بیلان مثبت این آبخوان پیشنهاد دادند که شرایط آن برای کشاورزی مناسب است (Naik and Awasthi, 2003). وودوریس به کمک محاسبه عوامل خروجی و ورودی به آبخوان ساحلی شمال شرق کورنتینا در یونان، بیلان را برای آن‌جا محاسبه نمود. وی متوجه شد که ۷۹ درصد حجم برداشت از آب زیرزمینی این آبخوان صرف کشاورزی می‌شود. و از آن جایی که بیلان صفر نبوده و منفیست، تعادل بین خروجی‌ها و ورودی‌ها برقرار نمی‌باشد و این نشان از تخلیه آبخوان دارد (Voudouris, 2006). همچنین وی پیش‌بینی کرد که با کاهش سطح آب زیرزمینی در آبخوان، موجبات آلودگی و تداخل آن با آب شور فراهم می‌شود. تورکر و همکاران به منظور مدیریت صحیح منابع آب زیرزمینی آبخوان پسیلکوی هند، سطح آب زیرزمینی را در پی‌زومترها به صورت پیوسته اندازه‌گیری و ثبت کردند. آن‌ها به کمک آزمایش‌های پمپاژی که در دشت انجام دادند، بسیاری از پارامترهای هیدرولوژیکی و ضرایب هیدرودینامیکی آبخوان را اندازه‌گیری کردند. آن‌ها پس از محاسبه بیلان که مقداری منفی داشت، مقدار حجم مورد نیاز آب را به منظور برآورده کردن نیاز آن آبخوان، $۰/۴۹۶$ میلیون متر مکعب تخمین زدند (Turker et al., 2012). طاهری تیزرو و همکاران، با استفاده از یکجیج مادفلو جریان آب زیرزمینی در دشت کبودر آهنگ را مدل‌سازی کردند و نتایج مدل خود را رضایت‌بخش توصیف کردند، آن‌ها همچنین بیلان آب زیرزمینی را محاسبه کردند که مقدار آن، $۱۲/۳$ میلیون متر مکعب و با علامت منفی است (Taheri-Tizro et al.,

وابستگی این روش به شبکه‌بندی میدان حل، دقت آن را از روش تفاضل محدود به مراتب بالاتر برده است (Mategaonkar and Eldho, 2011; Swathi and Eldho, 2014; Mohtashami et al., 2017). به کمک این روش افت سطح آب در نقاط پخش شده در آبخوان با دقت بالایی محاسبه می‌شود و سپس به کمک مقادیر آبدهی ویژه، تغییرات ذخیره آبخوان یا به عبارتی بیلان آبخوان محاسبه می‌شود. همچنین از طرفی، عوامل تغذیه کننده و تخلیه کننده در آبخوان مشخص و محاسبه شده و نهایتاً اختلاف این دو مقدار، با عدد تغییرات ذخیره آبخوان مقایسه می‌گردد.

مواد و روش‌ها

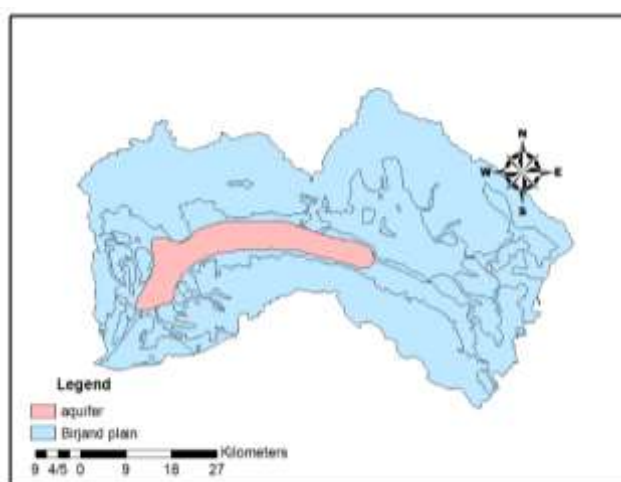
منطقه مورد مطالعه

محدود مطالعاتی آبخوان، در قسمت شمالی با مختصات تقریبی 32° و 33° تا 33° و 8° عرض شمالی، 58° و 41° تا 59° و 44° شرقی قرار گرفته است (فرپور و همکاران، ۱۳۹۷). آبخوان آزاد دشت بیرجند با مساحت ۲۶۵ کیلومتر مربع و متوسط ضخامت اشباع ۳۰ متر، در استان خراسان جنوبی واقع گردیده است (شکل ۱). وسعت کل حوضه آبریز دشت بیرجند در حدود ۳۴۰۸ کیلومتر مربع بوده که از این میزان حدود ۱۳۸۳ کیلومتر مربع را دشت و مابقی را ارتفاعات تشکیل می‌دهد (Sadeghi Tabas et al., 2016). دشت بیرجند طبق طبقه‌بندی اقلیمی دوارتن جزو مناطق خشک محسوب می‌شود. گفنتی است بیشترین میزان توپوگرافی در گوشه جنوبی شرقی محدوده و کمترین آن در جنوب غربی است. به عبارتی شیب عمومی زمین از سمت شرق به سمت غرب است (صادقی طیس و همکاران، ۱۳۹۴-ب).

سطح آب زیرزمینی در آن پرداختند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد که مقدار آب ذخیره شده سالانه در بازه هشت ساله ۲۰۰۵-۲۰۱۳ حدود ۳۱۱ میلیون متر مکعب است و مقدار کاهش پارامترهای حداقل، حداکثر و میانگین سطح آب زیرزمینی به ترتیب $0/6$ ، 11 و $7/7$ متر می‌باشد (Abrishamchi et al., 2020).

سواتهی و الدهو دو پژوهش متفاوت جریان آب زیرزمینی را در یک آبخوان محصور و نامحصور در شرایط غیر ماندگار مدل‌سازی نمودند، آن‌ها از روش بدون شبکه پتروو-گالرکین (MLPG) با توابع شکل پایه شعاعی استفاده کردند همچنین تابع وزن به کار رفته همان تابع شکلشان بود. گرچه نتایج پژوهش آن‌ها دقت بالاتر روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین را نشان می‌داد، اما استفاده آن‌ها از توابع پایه شعاعی به عنوان تابع شکل موجب جابه‌جایی مرزهای آبخوان و تبعاً تغییر شکل آبخوان شده به طوری که موجب بروز خطا در نتایج می‌شوند. در این پژوهش این خطا به دلیل استفاده از تابع شکل حداقل مربعات متحرک از بین رفته و حذف می‌شود.

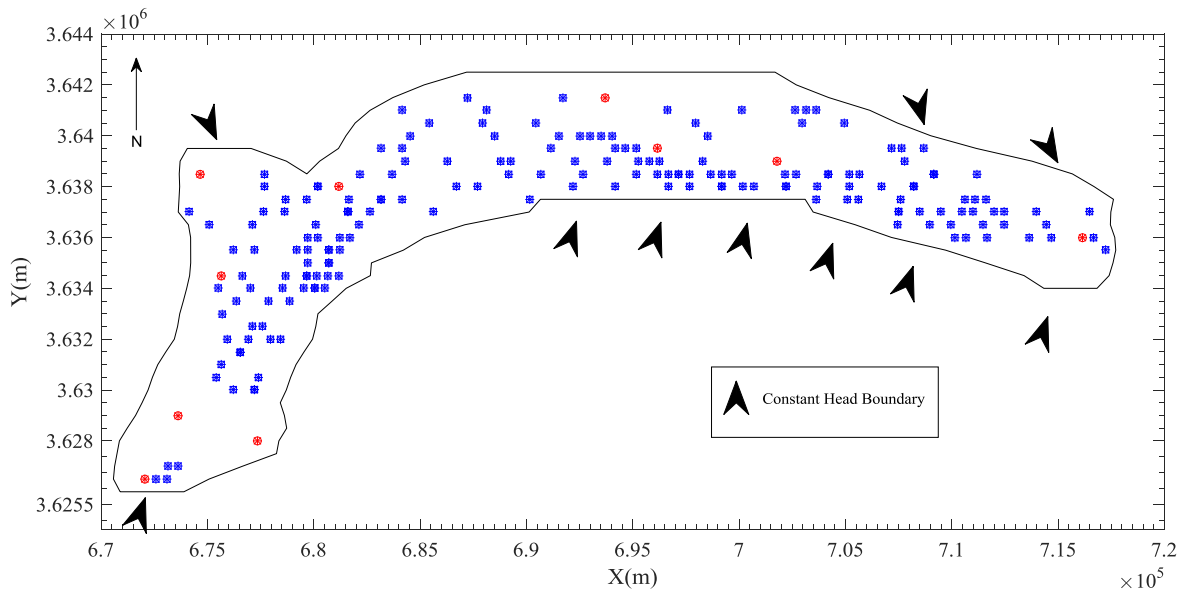
با توجه به مواردی که ذکر شد، تاکنون از دو روش به محاسبه بیلان آب زیرزمینی آبخوان‌ها پرداخته شده است. روش اول همان روش دستی است که معطوف به چند رابطه ریاضی است و به دلیل هزینه‌بر و زمان‌بر بودن آن نمی‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد. روش دوم استفاده از مدل‌های عددی است. مدل‌های عددی‌ای که تاکنون بدین منظور استفاده شده است، تنها روش عددی تفاضل محدود در قالب پکیج نرم‌افزاری GMS است. این روش از آن‌جایی که وابسته به شبکه‌بندی دامنه محاسباتی است، همواره خطاهایی را در نتایج خود به همراه دارد که وابسته به همین شبکه‌های مستطیلی است. در این مطالعه برای اولین بار از روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین جهت محاسبه بیلان در آبخوان دشت بیرجند استفاده می‌شود. عدم



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی آبخوان و دشت بیرجند در جهان (Mohtashami et al., 2017)

مشخص می‌کنند. در این آبخوان ۱۰ منطقه وجود دارد که شرایط مرزی در آن‌ها از نوع هد ثابت هستند. نُه منطقه جبهه ورودی به آبخوان بوده و یک منطقه که در سمت جنوبی غربی واقع شده است جبهه خروجی آبخوان می‌باشد.

این آبخوان شامل ۱۹۰ چاه بهره‌برداری و ۱۰ چاه مشاهده‌ای است که موقعیت هر کدام از این چاه‌ها در آبخوان در شکل ۲ به تصویر کشیده شده است. در این شکل چاه‌های بهره‌برداری دایره‌ای و به رنگ آبی هستند و چاه‌های مشاهده‌ای رنگ قرمز دارند. همچنین در این شکل فلش‌هایی ترسیم شده‌اند که مرزهای هد ثابت را



شکل ۲- موقعیت چاه‌های بهره‌برداری (نقاط آبی) و چاه‌های مشاهده‌ای (نقاط قرمز)

کرده‌اند، این روش برای اولین بار در سال ۱۹۹۸ توسط آتلوری و ژو معرفی شد (Atluri and Zhu, 1998). آن‌ها معادله پتانسیل را به کمک این روش حل کردند و الگوریتم محاسباتی آن را ارائه نمودند. در این روش از دو تابع درونیایی و وزن استفاده می‌شود که به ترتیب تابع حداقل مربعات متحرک و تابع وزن اسپلاین نام دارند.

معادله حاکم بر جریان آب زیرزمینی در آبخوان آزاد

معادله حاکم بر جریان آب زیرزمینی در آبخوان آزاد در حالت غیر ماندگار به شکل رابطه ۱ است که بر مبنای فرضیات دوپوئی و معادله پیوستگی بدست می‌آید (Dupouit, (Todd and Mays, 2004): 1863)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x H \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y H \frac{\partial H}{\partial y} \right) = \frac{S_y \partial H}{\partial t} + Q + q \quad (1)$$

شرایط مرزی برای معادله ۱ می‌تواند از نوع هد ثابت (دیریشلت)، جریان ثابت (نیومن) و یا ترکیبی از این دو باشد. در این رابطه، H سطح آب زیرزمینی یا هد است (L)، k_x ضریب هدایت هیدرولیکی در جهت افقی و k_y ضریب هدایت هیدرولیکی در جهت عمودی

روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین^۱ (MLPG)

امروزه استفاده از روش‌های بدون شبکه در مسائل مهندسی گسترش بسیاری یافته است، عدم وابستگی این روش‌ها به شبکه بندی میدان حل (دامنه مطالعاتی) و تبعاً حذف شدن مشکلات ناشی از این شبکه بندی‌ها، نه تنها دقت نتایج را بالا می‌برد بلکه زمان انجام محاسبات را تا حد قابل قبولی کاهش می‌دهد (Liu, 2002). این روش‌ها بر خلاف روش‌های عددی اجزاء محدود و تفاضل محدود که معادلات را بر روی شبکه‌ها اعمال می‌کنند، تنها بر روی گره‌ها، محاسبات را انجام می‌دهند (Akbari et al., 2010). نحوه پخش گره‌ها در میدان حل و مرزها از الگوریتم خاصی پیروی نمی‌کند و می‌تواند به صورت تصادفی (غیر یکنواخت) و یا یکنواخت پخش شود. تعداد روش‌های بدون شبکه زیاد بوده و انتخاب روش مورد نظر وابسته به نوع فرمول بندی دامنه مطالعاتی است. از آنجایی که زمینه این پژوهش مکانیک سیالاتی است، از روش‌هایی که در این بخش به کار می‌رود، استفاده می‌شود. روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین روشی است که نویسندگان مقاله در این مطالعه استفاده

1- Meshless Local Petrov-Galerkin

$$\begin{aligned}
 & -2k \left[\iint_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial x} H \times H \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Omega \right. \\
 & \quad \left. + \iint_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial y} H \times H \frac{\partial \phi}{\partial y} d\Omega \right] \\
 & = 2 \iint_{\Omega} W_i \frac{S_y \partial H}{\partial t} d\Omega \\
 & \quad + 2 \iint_{\Omega} W_i R d\Omega.
 \end{aligned} \tag{۹}$$

مشتق اول ترم زمانی با استفاده از رابطه تفاضل محدودی پیشرو گسسته می‌شود:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H^{n+1} - H^n}{\Delta t}. \tag{۱۰}$$

بنابراین شکل ساده شده معادله ۹ به صورت رابطه ۱۱ خواهد بود:

$$\begin{aligned}
 & (-2k \left[\iint_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial x} H^n \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Omega \right. \\
 & \quad \left. + \iint_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial y} H^n \frac{\partial \phi}{\partial y} d\Omega \right] \\
 & - 2 \iint_{\Omega} W_i S_y \left(\frac{1}{\Delta t} \right) d\Omega \\
 & \quad \times H^{n+1} \\
 & = -2 \iint_{\Omega} W_i S_y \left(\frac{H^n}{\Delta t} \right) d\Omega \\
 & \quad + 2 \iint_{\Omega} W_i R d\Omega.
 \end{aligned} \tag{۱۱}$$

بر پایه این پژوهش‌ها، پس از گسسته‌سازی کامل معادله حاکم بر جریان آب زیرزمینی در آبخوان آزاد به یک تعداد معین معادله خطی به شکل $KU = F$ رسیده که فرم گسسته شده هر پارامتر در روابط ۱۲ تا ۱۴ نشان داده می‌شود (Mohtashami et al., 2020):

$$\begin{aligned}
 [K] = & -2k \left[\iint_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial x} H^n \frac{\partial \phi}{\partial x} d\Omega \right. \\
 & \quad \left. + \iint_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial y} H^n \frac{\partial \phi}{\partial y} d\Omega \right] \\
 & - 2 \iint_{\Omega} W_i S_y \left(\frac{1}{\Delta t} \right) d\Omega.
 \end{aligned} \tag{۱۲}$$

$$[U] = H^{n+1}. \tag{۱۳}$$

$$[F] = -2 \iint_{\Omega} W_i S_y \left(\frac{H^n}{\Delta t} \right) d\Omega + 2 \iint_{\Omega} W_i R d\Omega. \tag{۱۴}$$

ماتریس K همان ماتریس سختی است که مربعی می‌باشد، F ماتریس ستونی بار و U ماتریس مجهول (سطح آب زیرزمینی) است. همچنین در معادله ۱۱، W و ϕ به ترتیب تابع وزن و تابع شکل هستند، که تابع وزن از رابطه ۱۵ محاسبه می‌شود (Liu and Gu, 2005):

است $Q (L/T)$ ؛ دبی متمرکز (با علامت منفی در صورت چاه بهره‌برداری و با علامت مثبت در صورت چاه تزریق) $q (L/T)$ دبی گسترده مانند باران (با علامت مثبت) یا تبخیر (با علامت منفی) و S_y ضریب آبدهی ویژه است. از آنجایی که:

$$\frac{\partial H^2}{\partial x} = 2H \frac{\partial H}{\partial x}, \quad \frac{\partial H^2}{\partial y} = 2H \frac{\partial H}{\partial y} \tag{۲}$$

با جایگذاری رابطه ۲ در معادله ۱:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial H^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial H^2}{\partial y} \right) \\
 & = 2 \times \left(\frac{S_y \partial H}{\partial t} + R \right).
 \end{aligned} \tag{۳}$$

فرض می‌شود آبخوان آزاد بیرجند همسان است ($k_x = k_y = k$):

$$k \left[\left(\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2} \right) \right] = 2 \times \left(\frac{S_y \partial H}{\partial t} + R \right). \tag{۴}$$

با استفاده از روش باقیمانده‌های وزنی:

$$\begin{aligned}
 & \iint_{\Omega} W_i k \left(\frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} \right) d\Omega + \iint_{\Omega} W_i k \left(\frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2} \right) d\Omega \\
 & = 2 \iint_{\Omega} W_i \frac{S_y \partial H}{\partial t} d\Omega \\
 & \quad + 2 \iint_{\Omega} W_i R d\Omega.
 \end{aligned} \tag{۵}$$

نهایتاً بعد از انتگرال‌گیری جزء به جزء، معادله ۶ پدیدار می‌شود:

$$\begin{aligned}
 & -k \left[\iint_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial x} \frac{\partial H^2}{\partial x} d\Omega + \iint_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial y} \frac{\partial H^2}{\partial y} d\Omega \right] \\
 & = 2 \iint_{\Omega} W_i \frac{S_y \partial H}{\partial t} d\Omega \\
 & \quad + 2 \iint_{\Omega} W_i R d\Omega
 \end{aligned} \tag{۶}$$

با استفاده از ساده‌سازی رابطه ۲، معادله ۶ به صورت رابطه ۷ نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned}
 & -2k \left[\iint_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial x} H \frac{\partial H}{\partial x} d\Omega + \iint_{\Omega} \frac{\partial W_i}{\partial y} H \frac{\partial H}{\partial y} d\Omega \right] \\
 & = 2 \iint_{\Omega} W_i \frac{S_y \partial H}{\partial t} d\Omega \\
 & \quad + 2 \iint_{\Omega} W_i R d\Omega
 \end{aligned} \tag{۷}$$

رابطه تقریبی اجزاء محدودی:

$$H = \sum_{i=1}^m H_i(t) \times \phi_i(x, y) \tag{۸}$$

با جایگذاری رابطه ۸ در رابطه ۷:

که در آن Q_G حجم جریان زیرزمینی ورودی به محدوده بیلان از طریق مرزها، Q_P حجم آب نفوذ یافته از ریزش‌های جوی، Q_I حجم آب نفوذ یافته از آبیاری زمین‌های مزروعی و باغات، Q_{SW} حجم آب نفوذ یافته دبی چاه تزریقی است. در مقابل پارامتر خروجی شامل موارد زیر می‌شود (Todd and Mays, 2004):

$$O = Q_{Gout} + E + Q_{ew} + T \quad (18)$$

Q_{Gout} آب زیرزمینی خروجی از سیستم، E مقدار تبخیر، دبی چاه‌های بهره‌برداری و T تعرق از سطح آب زیرزمینی است. بنابراین با جایگذاری روابط ۱۷ و ۱۸ در معادله ۱۶:

$$(Q_{Gin} + Q_P + Q_I + Q_{SW}) - (Q_{Gout} + Q_{ew} + E + T) = \Delta S \quad (19)$$

معادله ۱۹، رابطه بیلان آب زیرزمینی در آبخوان را نشان می‌دهد، در صورتی که مقدار ΔS ، برابر صفر شود، آبخوان در حالت تعادل بوده، یعنی مقادیر ورودی و خروجی با هم یکسان است. به منظور محاسبه ذخیره آبخوان (ΔS) از نتایج حاصل از ترسیم هیدروگراف واحد از رابطه ۲۰ استفاده می‌شود (Todd and Mays, 2004):

$$\bar{\Delta S} = A \times \Delta h \times S_y \quad (20)$$

که در آن A مساحت محدوده بیلان (آبخوان)، Δh تغییرات سطح آب در انتهای دوره نسبت به ابتدای دوره و S_y آبدهی ویژه است. در مطالعات پیشین به منظور محاسبه Δh ، مجموع حاصل ضرب افت سطح آب را در هر پیژومتر و مساحت تحت تاثیر همان پیژومتر را محاسبه می‌کنند و بر مجموع مساحت‌های نواحی تحت تاثیر این پیژومترها و یا به عبارتی مساحت آبخوان تقسیم می‌کنند. در این مطالعه از آنجایی که از روش بدون شبکه جهت مدل‌سازی استفاده شده است، افت سطح آب را در هر نقطه از ۱۱۷۵ نقطه پراکنده شده در آبخوان محاسبه می‌شود و مجموع آن‌ها به عنوان مقدار پارامتر، Δh در نظر گرفته می‌شود. مقادیر S_y که بر اساس مطالعات قبلی نویسندگان این مقاله کالیبره و واسنجی شده بدست آمده است طبق شکل ۳ به هر ۱۱۷۵ نقطه پراکنده شده آبخوان اختصاص می‌یابد.

محاسبه عوامل تغذیه کننده

ریزش‌های جوی

بر اساس آمار و اطلاعات دریافت شده از سازمان هواشناسی استان خراسان جنوبی و محاسبات انجام شده در سال آبی ۹۱-۹۰ میانگین بارش در استان ۸۰ میلی‌متر بوده است. با توجه به بافت خاک و الگوی کشت و مقدار تبخیر-تعرق صورت گرفته، ۱۷ درصد آن در زمین نفوذ می‌کند. با در نظرگیری وسعت محدوده بیلان که برابر ۲۶۹ کیلومتر مربع است، ۴/۰۸ میلیون متر مکعب ازین مقدار به آبخوان نفوذ می‌کند.

$$W_i(X) = \begin{cases} \frac{2}{3} - 4\bar{r}_i^2 + 4\bar{r}_i^3 & \bar{r}_i \leq 0.5 \\ \frac{4}{3} - 4\bar{r}_i + 4\bar{r}_i^2 - \frac{4}{3}\bar{r}_i^3 & 0.5 < \bar{r}_i \leq 1 \\ 0 & \bar{r}_i > 1 \end{cases} \quad (15)$$

در رابطه ۱۵، $\bar{r}_i = \frac{d_i}{r_w} = \frac{|x-x_i|}{r_w}$ شعاع تاثیر نقطه گرهی x_i می‌باشد. برای هر نقطه، r_w باید به گونه‌ای انتخاب شود که تعداد وزن‌های غیرصفر بزرگتر از تعداد تک تک جملات موجود در چند جمله‌ای (چند جمله‌ای خیام-پاسکال) باشند (Liu and Gu, 2005).

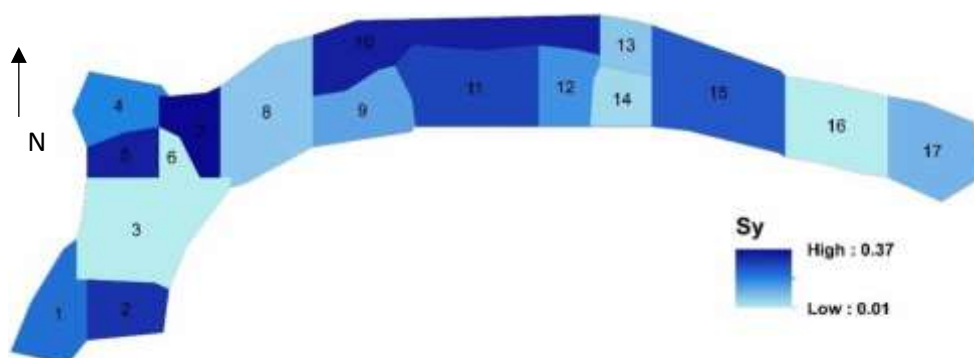
بیلان آب زیرزمینی

اولین گام در ارزیابی منابع آب یک محدوده تهیه بیلان آبی آن محدوده است. بیلان هیدرولوژیک یا بیلان آبی و یا موازنه آبی در واقع یک اندازه‌گیری پیوسته از مقدار جریان آب است که برای یک فاصله زمانی مشخص و در یک سطح معین قابل بررسی است. هدف از محاسبه بیلان، برآورد تغییر حجم آب در آبخوان می‌باشد. در بیلان آبخوان همه پارامترهای موجود در آبخوان قابل اندازه‌گیری می‌باشند. مقدار بارندگی، مقدار تبخیر، دبی برداشت از چاه‌ها، دبی چاه‌های تزریقی، ذخیره‌های ورودی و خروجی، رودخانه‌ها، زهکش‌ها، شرایط مرزی از جمله این موارد هستند. دو مفهوم دوره زمانی و محدوده بیلان از جمله مفاهیمی است که در این بخش به آن اشاره می‌گردد. دوره زمانی همان فاصله زمانی است که کلیه مولفه‌های بیلان مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. دوره زمانی بیلان برای آبخوان دشت بیرجند، سال آبی ۱۳۹۰-۱۳۹۱ در نظر گرفته شده است. همچنین به یک واحد هیدرولوژیکی که اطلاعات پایه برای آن جمع‌آوری و معادله بیلان برقرار می‌شود، محدوده بیلان می‌گویند. در دشت بیرجند، این محدوده که همان آبخوان است در شکل ۲ رسم شده است. در شکل ۲ مرزهای هدثابت و مرزهای ورودی-خروجی مشخص شده است. قابل ذکر است، چنانچه در محدوده یا آبخوانی مجموع عوامل خروجی از مجموع عوامل ورودی بیشتر باشد؛ بیلان این محدوده متعادل نبوده و به عبارتی بیلان منفی است. در موارد عکس این حالت نیز بیلان را مثبت می‌نامند. برخی از عوامل مربوط به بیلان را به صورت مستقیم اندازه‌گیری می‌کنند و برخی عوامل باتوجه به معلوم بودن دیگر عوامل محاسبه می‌گردد. بیلان آب زیرزمینی به وسیله رابطه ۱۶ محاسبه می‌شود (Todd and Mays, 2004):

$$I - O = \Delta S \quad (16)$$

I مقدار ورودی به آبخوان، O مقدار خروجی از آن و ΔS ذخیره در آبخوان را نشان می‌دهد. مقادیر ورودی و خروجی هر کدام شامل چند پارامتر می‌شوند (Todd and Mays, 2004):

$$I = Q_{Gin} + Q_P + Q_I + Q_{SW} \quad (17)$$



شکل ۳- مقادیر کالیبره شده آبدهی ویژه در آبخوان دشت بیرجند (صادقی طبس و همکاران، ۱۳۹۴-۱)

ضریب انتقال پذیری و دوره بیلان است. لازم به ذکر است که عرض جبهه‌ها، چه ورودی و چه خروجی بر اساس شرایط مرزی هد ثابت تعیین شده است. در این آبخوان تنها یک جبهه خروجی وجود دارد که در جنوب غربی این آبخوان واقع شده است. عرض این جبهه ۱۳۵۰۰ متر می‌باشد.

چاه‌ها

همان‌گونه که ذکر شد، در سال آبی ۹۰-۹۱، ۱۹۰ حلقه چاه در آبخوان بیرجند در حال بهره‌برداری بودند. که میزان تخلیه سالانه آن‌ها ۷۳/۵۶ میلیون متر مکعب می‌باشد (محتشمی و همکاران، ۱۳۹۶).

تبخیر-تعرق از بارش

تبخیر-تعرق حقیقی در بیلان کلیماتولوژی حجم آبی است که مستقیماً از بارش به تبخیر-تعرق تبدیل می‌شود. جهت محاسبه تبخیر-تعرق واقعی از روش تورنت وایت بهره گرفته و ارقام مربوط به صورت ماهانه استخراج گردیده است.

به علت پراکندگی زمان بارندگی در این منطقه و فاصله زیاد بین دوره‌های بارندگی، از آمار بارندگی روزانه جهت محاسبات استفاده شده است و همین امر دسترسی به نتیجه دقیق‌تر تبخیر-تعرق واقعی را میسر می‌سازد.

بدین ترتیب تعداد روزهای دارای تبخیر واقعی تعیین می‌شود. چنانچه میزان بارندگی دوره‌های هر ماه معادل یا کمتر از تبخیر پتانسیل این تعداد روز باشد، تمام بارندگی تبخیر واقعی محسوب شده و اگر بارندگی بیش از تبخیر باشد، تفاضل تبخیر واقعی از بارندگی، بارندگی مفید است که شامل رواناب و نفوذ می‌باشد. با استفاده از روش تورنت وایت و بارش روزانه ایستگاه‌های معرف دشت و ارتفاعات در دوره شاخص برای یک سال آبی که دارای نزدیک‌ترین مقدار به متوسط بارش دشت و یا ارتفاعات محدوده مطالعاتی است، میزان تبخیر-تعرق واقعی و باران مفید برآورد شده است.

جریان زیرزمینی ورودی

بیش‌ترین میزان آب ورودی به آبخوان دشت بیرجند مربوط به آب ورودی از جریان‌های زیرزمینی می‌باشد. جریان آب زیرزمینی ورودی از مرز با توجه به نقشه توپوگرافی منطقه از نواحی با ارتفاع بالاتر به مناطق پست جریان می‌یابد. با استفاده از نرم افزار ArcGis و تهیه نقشه پیژومتری و مشخص کردن مقادیر ضریب انتقال آبخوان در مقطع ورودی و خروجی، جبهه جریان تعیین و حجم این جریان‌ها با استفاده از قانون دارسی (رابطه ۲۱) محاسبه می‌شود:

$$Q = T i L t \quad (21)$$

در این معادله Q جریان ورودی و خروجی زیرزمینی بر حسب متر مکعب، T قابلیت انتقال در مقاطع مورد نظر (L^2/T) ، L طول مقطع جبهه جریان (L) ، i گرادیان هیدرولیکی و t دوره بیلان است. در معادله بالا i از رابطه ۲۲ محاسبه می‌شود:

$$i = \frac{\Delta h}{l} \quad (22)$$

که در آن Δh اختلاف ارتفاع بین دو نقطه است، و l طول مسیر بین این دو نقطه می‌باشد. همچنین برای محاسبه حجم آب خروجی زیرزمینی از آبخوان، معادله ۲۱ استفاده می‌شود.

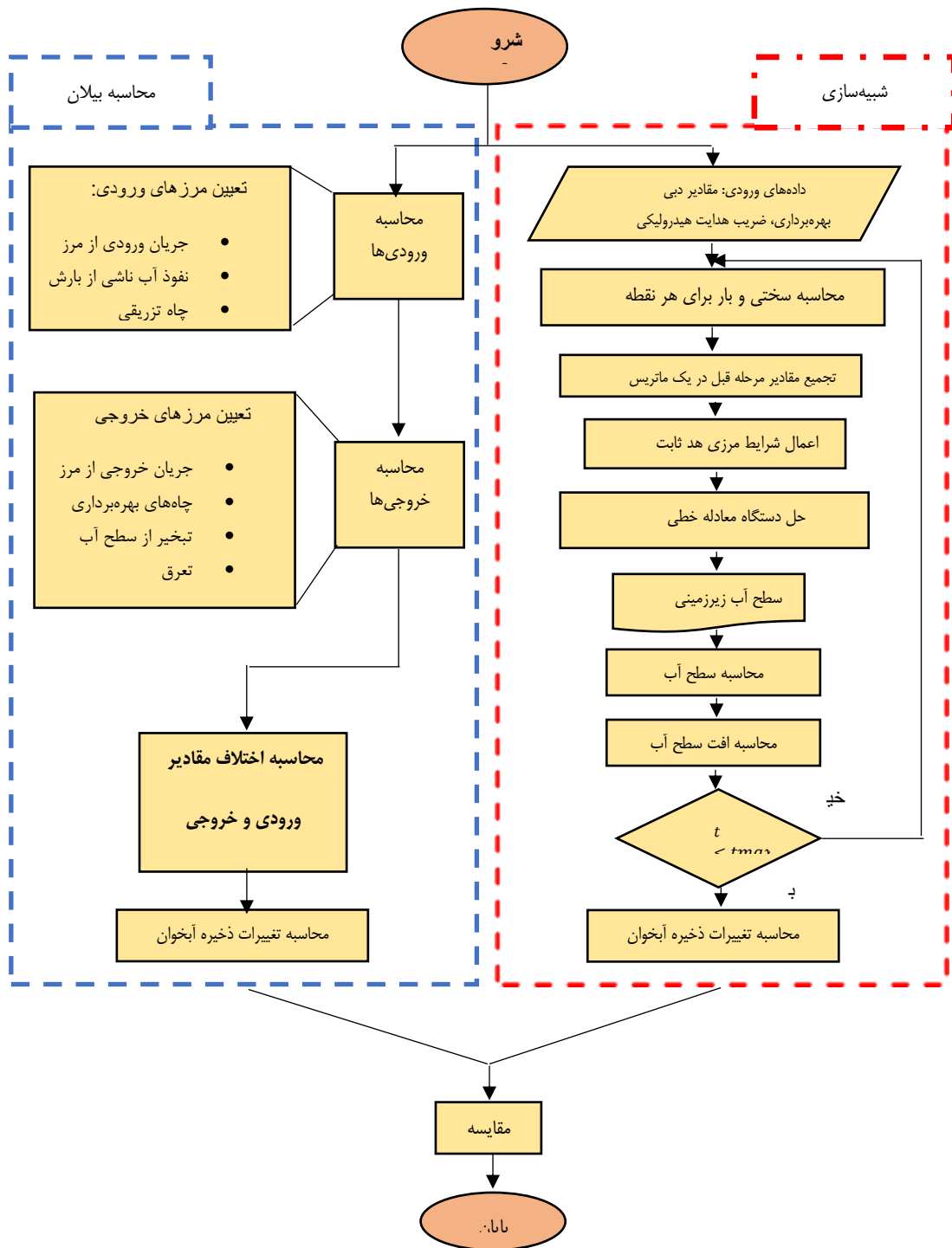
وجود چاه تزریق

از دیگر عوامل تغذیه در آبخوان‌ها، وجود چاه‌های تزریق هستند که آب را با یک حجم ثابت به درون آبخوان تزریق کرده و موجب افزایش سطح آب زیرزمینی می‌گردد. در آبخوان بیرجند چاه تزریق وجود ندارد و بنابراین مقدار تزریق از طریق این عامل، صفر می‌باشد.

محاسبه عوامل تخلیه کننده

جریان زیرزمینی خروجی

به منظور محاسبه جریان آب زیرزمینی خروجی از همان رابطه ۲۱ استفاده می‌شود که وابسته به عرض جبهه، گرادیان هیدرولیکی،



شکل ۴- ترسیم نحوه اجرای الگوریتم تخمین بیلان به کمک روش بدون شبکه MLPG

ارتفاعات در نظر گرفته شده است. در ادامه برای ایستگاه معرف درصد (نسبت) مجموع تبخیر و

لازم به ذکر است که در این محدوده مطالعاتی، ایستگاه بیرجند به عنوان ایستگاه معرف دشت و ایستگاه همنند به عنوان ایستگاه

این مقاله تهیه و واسنجی و صحت سنجی شد. آن‌ها در مطالعات قبلی خود مدل را هم در حالت ماندگار و هم در حالت غیرماندگار واسنجی کردند و نتایج خود را با نتایج روش تفاضل محدود (پکیج مادفلو) مقایسه کردند. نتایج بهتر و با دقت بیشتر روش بدون شبکه گواه برتری این مدل نسبت به روش تفاضل محدود بود. علت این امر عدم وابستگی این روش به شبکه‌بندی آبخوان بود که منجر به حذف خطاهای ناشی از شبکه‌بندی شد. نتایج برگرفته از این مطالعات در جداول ۱ و ۲ ذکر شده است. همچنین نحوه پخش نقاط در آبخوان در شکل ۵ به تصویر کشیده شده است. تعداد این نقاط ۱۱۷۵ عدد بوده که با فاصله یکنواخت ۵۰۰ متری از هم پخش شده‌اند.

تعرق حقیقی و بارندگی مفید از میزان کل بارندگی مشخص گردیده است که با کاربرد این نسبت‌ها در بارش ارتفاعات و دشت‌های محدوده مطالعاتی، میزان تبخیر-تعرق و بارش مفید به تفکیک برای دشت‌ها و ارتفاعات محدوده مطالعاتی محاسبه گردیده است. درصد تبخیر-تعرق واقعی از بارش در ایستگاه بیرجند برای سال آبی با بارشی نزدیک به بارش دشت، برابر ۸۳ درصد می‌باشد.

نتایج و بحث

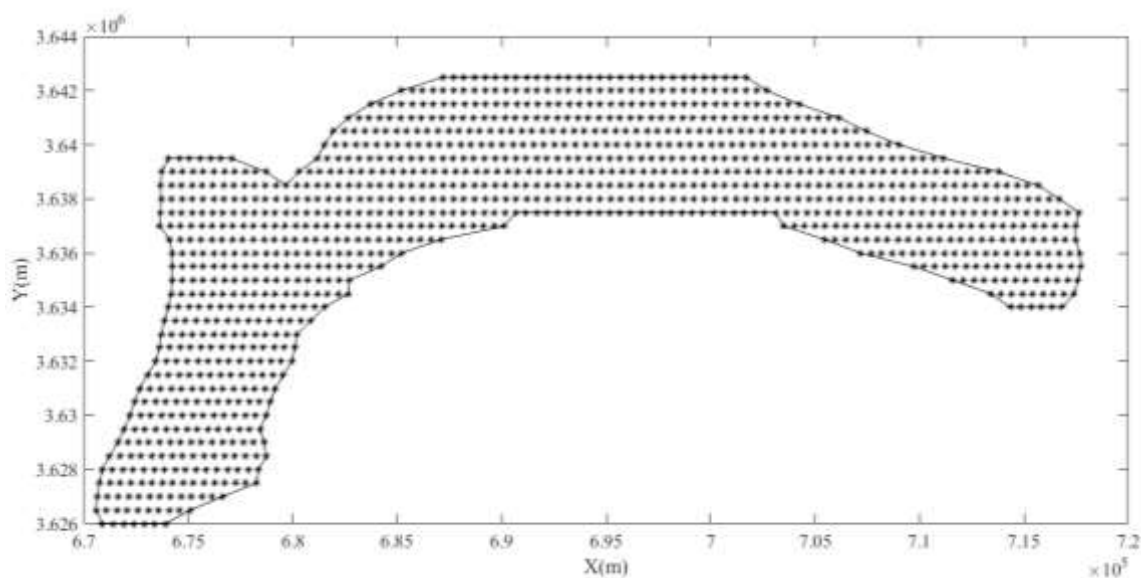
مدل جریان آب زیرزمینی آبخوان بیرجند به کمک روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین در پژوهش‌های قبلی توسط نویسندگان

جدول ۱- محاسبه خطای میانگین، مطلق میانگین و جذر میانگین مربعات در حالت ماندگار (محتشمی و همکاران، ۱۳۹۶)

روش تفاضل محدود	روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین	
۰/۳۲۱	۰/۳۳۴	خطای میانگین (متر)
۰/۴۰۴	۰/۳۸۱	خطای مطلق میانگین (متر)
۰/۵۶۶	۰/۴۸۳	خطای جذر میانگین مربعات (متر)

جدول ۲- محاسبه خطای میانگین، مطلق میانگین و جذر میانگین مربعات در حالت غیرماندگار (Mohtashami et al., 2017)

روش تفاضل محدود	روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین	
۰/۱۵۹	-۰/۰۸	خطای میانگین (متر)
۱/۴۳۴	۰/۵۷۳	خطای مطلق میانگین (متر)
۱/۱۹۷	۰/۷۵۷	خطای جذر میانگین مربعات (متر)



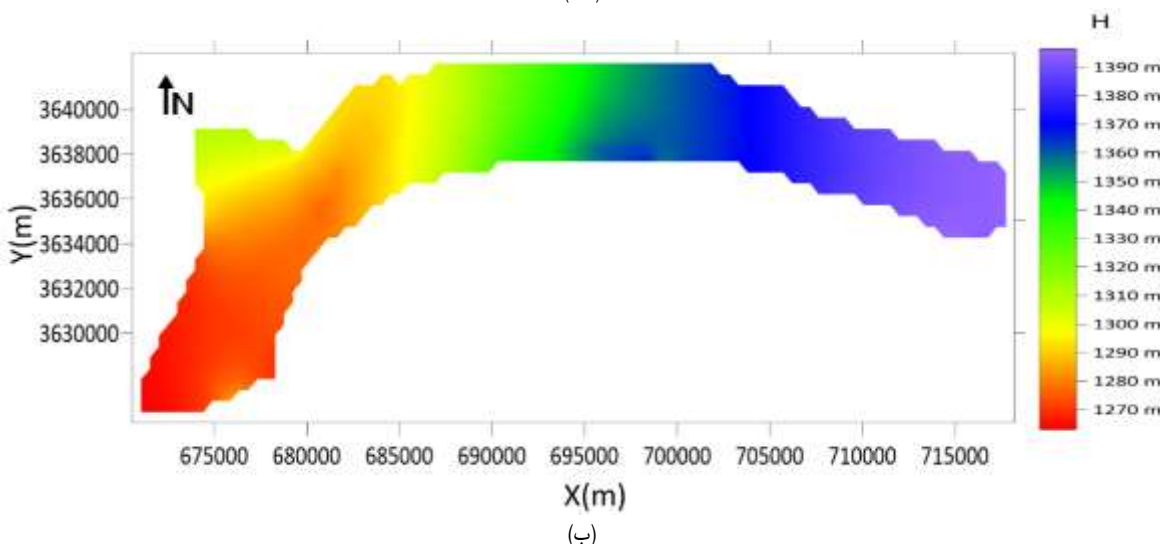
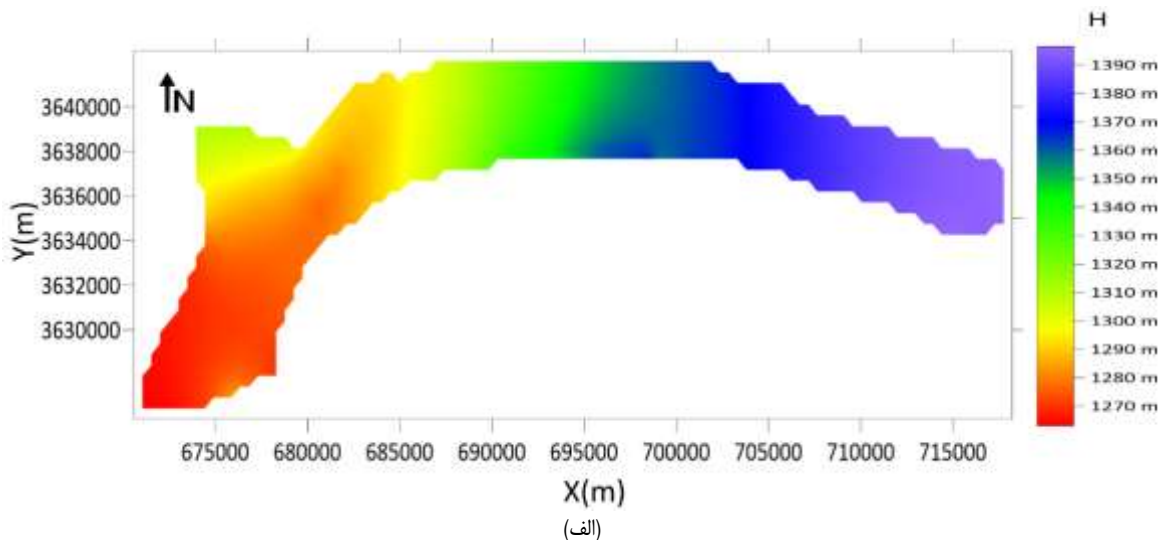
شکل ۵- نحوه پخش نقاط در آبخوان بیرجند

اصلی جهت بررسی دقت مدل در مطالعات آب زیرزمینی به شمار

بر اساس معیار خطای جذر میانگین مربعات که به عنوان معیار

ابتدا (ماه آبی اول در سال ۹۰) و انتهای دوره (ماه آبی آخر در سال ۹۱) در شکل ۶ به تصویر کشیده شده است.

می‌رود، مدل بدون شبکه آب زیرزمینی آبخوان بیرجند، نتایجی با دقت بالاتر نسبت به روش تفاضل محدود ارائه کرده است. در مورد جزئیات مدل‌سازی، می‌توان به پژوهش (Mohtashami et al., 2017) مراجعه کرد. همچنین سطح آب زیرزمینی در حالت غیرماندگار



شکل ۶- الف) نتایج گرفته شده از روش بدون شبکه در حالت غیرماندگار در اول دوره. ب) نتایج گرفته شده از مدل به روش بدون شبکه در انتهای دوره (Mohtashami et al. 2019)

می‌شود. و سپس مجموع این مقادیر به عنوان عدد Δh معرفی می‌گردد. یکی از محاسن استفاده از این روش، در نظرگیری افت سطح آب در همه نقاط آبخوان است و این در حالی است که در روش دیگر، افت سطح آب را تنها در چاه‌های پیژومتری محاسبه می‌کردند و آن را به مساحت تحت تاثیر آن چاه تعمیم می‌دادند.

مدل اجرا شده و مقدار Δh برابر $0/257$ سانتی‌متر بدست آمد. با در نظرگیری سطح آبخوان که برابر 269 کیلومتر مربع می‌باشد، حجم تغییرات ذخیره در آبخوان معادل $3991222/94$ میلیون متر مکعب

همانطور که از شکل‌ها پیداست، ارتفاع سطح آب زیرزمینی از شرق به غرب کاهش می‌یابد. روند افت سطح آب در انتهای دوره نسبت به ابتدای دوره در شکل ۶ مشخص شده است. نکته دیگر جهت جریان آب زیرزمینی در آبخوان است که از غرب به شرق می‌باشد.

به منظور محاسبه تغییرات ذخیره آبخوان (ΔS) به کمک روش بدون شبکه، اختلاف سطح آب زیرزمینی انتهای دوره نسبت به ابتدای دوره در هر یک از 1175 نقطه پراکنده شده در آبخوان محاسبه

محاسبه می‌گردد.

روی آن مشخص است (شکل ۳)، طول مقاطع ورودی و خروجی تعیین شده و باتوجه به نقشه قابلیت انتقال موجود مقدار آن تخمین زده شده است. همانطور که در قسمت مواد و روش‌ها ذکر شد، تغذیه آبخوان بیرجند از طریق ۹ مقطع در شرق و شمال دشت و تخلیه از آبخوان توسط جریان زیرزمینی از طریق یک مقطع در جنوب غرب آبخوان صورت می‌گیرد که در جدول شماره ۳ آمده است. همان‌طور که در این جدول ملاحظه می‌شود در این آبخوان، حجم جریان‌های ورودی به محدوده بیلان در حدود ۷۹ میلیون و حجم جریان خروجی معادل ۱۴ میلیون متر مکعب می‌باشد.

جریان زیرزمینی ورودی و خروجی به آبخوان

جریان‌های زیرزمینی ورودی جانبی یا خروجی از آبخوان با استفاده از معادله داری همان رابطه ۲۱ محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که میزان ورودی و خروجی زیرزمینی آبخوان باتوجه به بیلان هیدروکلیماتولوژی محاسبه شده است. براساس محاسبات انجام گرفته، طول جبهه‌های ورودی آب زیرزمینی، گرادیان هیدرولیکی، ضریب قابلیت انتقال و میزان حجم آب ورودی زیرزمینی ارائه شده است. با استفاده از نقشه‌ای که مقاطع ورودی و خروجی آب زیرزمینی

جدول ۳- محاسبه جریان ورودی و خروجی زیرزمینی به آبخوان

نوع جریان	شماره مقطع	عرض جریان (متر)	قابلیت انتقال (مترمربع بر روز)	شیب هیدرولیکی (متر بر متر)	دوره بیلان (روز)	دبی جریان داری (مترمکعب)
ورودی	۱	۴۰۰۰	۴۱۶/۸۲	۰/۰۰۹۲۶	۳۶۵	۵۶۳۵۲۳۹/۶۷۲
	۲	۴۵۰۰	۴۱۸/۲۴	۰/۰۱۱۴۸	۳۶۵	۷۸۸۶۲۹۱/۶۱۶
	۳	۵۰۰۰	۳۹۶/۰۷	۰/۰۱۶۶۷	۳۶۵	۱۲۰۴۹۵۳۸/۵۹۲
	۴	۳۵۰۰	۷۵۳/۷۵	۰/۰۱۴۲۹	۳۶۵	۱۳۷۶۰۰۶۴/۲۸۱
	۵	۴۰۰۰	۵۳۱/۰۵	۰/۰۱۶۶۷	۳۶۵	۱۲۹۲۴۸۰/۱/۱۱
	۶	۵۵۰۰	۱۳۲۰/۵۳	۰/۰۰۱۶۹۵	۳۶۵	۴۴۹۳۳۸۳/۹۳۷۶
	۷	۴۰۰۰	۷۷۴/۰۶	۰/۰۱۶۳۹	۳۶۵	۱۸۵۲۲۷۹۱/۳۶۴
	۸	۲۵۰۰	۲۶۹/۱۸	۰/۰۰۲۷۶	۳۶۵	۶۷۷۹۲۹/۸۳
	۹	۷۵۰۰	۵۱۳/۱۴	۰/۰۰۲۶۳	۳۶۵	۳۶۹۶۲۸۷/۴۷۵
			مجموع ورودی			۷۹۶۴۶۳۲۷/۸۷۷
خروجی	۱۰	۱۳۵۰۰	۱۸۶/۵۳	۰/۰۱۵۶۳	۳۶۵	۱۴۳۶۵۹۴۸/۳۶۷
			مجموع خروجی			۱۴۳۶۵۹۴۸/۳۶۷

جریان‌های سطحی و زیرسطحی

براساس مقدار جریان سطحی تولید شده در دشت و ارتفاعات و همچنین (در صورت وجود) با در نظر گرفتن ورود جریان سطحی از حوزه‌های مجاور، نسبت به برآورد تبادل آب بین آبخوان و رودخانه اقدام شده است.

در دشت بیرجند باتوجه به نقشه‌های تراز و جهت جریان آب زیرزمینی، نحوه تغذیه آبخوان توسط رودخانه و نیز زهکشی آبخوان توسط رودخانه بررسی شد. حجم رواناب تولیدی در ارتفاعات مشرف به دشت معادل با ۱۳/۰۱ میلیون مترمکعب در سال برآورد شده است، میزان ۱/۵۲ میلیون مترمکعب نیز در سطح دشت در اثر بارش تولید می‌گردد. از نواحی شرقی (زیرحوضه مرک) حجمی معادل با ۱۰/۸۱ وارد این زیرحوضه می‌گردد. باتوجه به وضعیت مسیر جریان عبوری آب‌های سطحی، حدود ۴/۴۷ میلیون مترمکعب در آبخوان نفوذ می‌کند (گزارش تمديد ممنوعیت دشت بیرجند، ۱۳۹۰).

تبخیر-تعرق از آب زیرزمینی

تبخیر-تعرق از آب زیرزمینی به عمق سطح آب، نوع بافت خاک، درجه حرارت محیط، پوشش گیاهی، رطوبت نسبی و غلظت املاح آب بستگی دارد و هر چه سطح آب زیرزمینی به سطح زمین نزدیک‌تر باشد مقدار تبخیر از آب زیرزمینی بیشتر می‌شود. نقشه هم عمق در سفره آبرفتی بیرجند نشان می‌دهد که سطح آب زیرزمینی در هیچ بخشی از آبخوان به کمتر از ۵ متر نمی‌رسد در نتیجه در محدوده مورد نظر، تبخیر از سطح آب زیرزمینی وجود ندارد.

تخلیه از طریق چاه‌های برداشت

همانطور که در قسمت مواد و روش‌ها ذکر شد، مهم‌ترین عامل خروجی از آبخوان وجود چاه‌های بهره‌برداري هستند. مجموع مصرف از منابع آب زیرزمینی (چاه و قنات) که در داخل محدوده آبخوان واقع شده‌اند، ۷۳/۵۶ میلیون متر مکعب در سال می‌باشد، که از این مقدار ۵۹/۵۶ میلیون متر مکعب مربوط به مصارف کشاورزی می‌باشد.

جمع‌بندی ورودی و خروجی

جدول بیلان آب زیرزمینی آبخوان بیرجند به طور کامل به همراه

کلیه عوامل تاثیرگذار آن در جدول ۴ خلاصه شده است.

جدول ۴- بیلان آب زیرزمینی بدست آمده آبخوان بیرجند با استفاده از روش بدون شبکه

ترم	جریان ورودی (متر مکعب)	جریان خروجی (متر مکعب)
جریان زیرزمینی	۷۹۶۴۳۲۷/۸۷۷	۱۴۳۶۵۹۴۸/۳۶۷
چاه‌ها	.	۷۳۵۶۲۳۶۵/۲۵۱
بارندگی نفوذ یافته	۴۰۸۰۳۵۲/۳۵	.
تبخیر-ترقرق	قربلا در مقدار بارندگی تاثیر داده شده است	
رودخانه (جریان‌های سطحی و زیرسطحی) و زهکش	۴۴۷۲۳۶۴/۲۳	۳۵۸۶۳۵۴/۶۵۲
مجموع	۸۸۱۹۹۰۴۴/۴۵۷	۹۱۵۱۴۶۶۸/۲۷
اختلاف ورودی و خروجی		-۳۳۱۵۶۲۳/۸۱۳

با توجه به اعداد ارائه شده در جدول ۴ و محاسبه اختلاف عوامل ورودی و خروجی دشت می‌توان به این نتیجه رسید که بیلان در آبخوان در سال آبی ۹۰-۹۱ منفی و به میزان ۳ میلیون متر مکعب و با علامت منفی است (خروجی‌های از ورودی‌ها بیشتر است). بین عدد بدست آمده مربوط به تغییرات ذخیره به کمک رابطه ۲۰ و بیلان بدست آمده از اختلاف ورودی‌ها و خروجی‌ها، ۶۷۵ هزار مترمکعب تفاوت است، که می‌تواند به علت در دسترس نبودن اطلاعات کافی از دشت و تقریبی بودن بسیاری از فاکتورها باشد.

نشان دهنده تخلیه بیشتر، نسبت به تغذیه است. این مقدار باید مورد توجه کارشناسان آب قرار گیرد به طوری که برنامه‌ریزی‌های مصرف آب را به نحوی انجام دهند که این مقدار به کمترین میزان خود برسد و یا مثبت گردد.

منابع

شیرافکن، م. و جعفری، ه. ۱۳۹۲. ارزیابی بیلان هیدروژئولوژیکی آبخوان بهاباد در استان یزد. دانشگاه فردوسی مشهد.

صادقی طبس، ص.، اکبرپور، ا.، پوررضا بیلندی، م.، صمدی، س.ز. ۱۳۹۴- کاربرد الگوریتم فاخته در واسنجی پارامترهای هیدروپدینامیکی آبخوان با استفاده از مدل ریاضی. نشریه آبیاری و زهکشی ایران. جلد ۹، شماره ۲، ص. ۳۴۵-۳۵۶.

صادقی طبس، ص.، پوررضا بیلندی، م.، اکبرپور، ا.، صمدی، س. ز. ۱۳۹۴- ب. ارائه مدل شبیه ساز- بهینه ساز چند هدفه کمی بهره‌برداری از آبخوان به منظور تعیین سیاست برداشت بهینه. نشریه آبیاری و زهکشی ایران. جلد ۹، شماره ۳، ص. ۴۷۰-۴۸۰.

فرپور، ا.، رضانی، ی.، و اکبرپور، ا. ۱۳۹۷. شبیه‌سازی عددی روند تغییرات کروم در آبخوان بیرجند. نشریه آبیاری و زهکشی ایران. دوره ۱۲، شماره ۵، ص. ۱۲۰۳-۱۲۱۶.

محتشمی، ع.، اکبرپور، ا.، و ملازاده، م. ۱۳۹۶. مدل‌سازی جریان آب زیرزمینی در آبخوان آزاد در حالت ماندگار به روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین. نشریه علمی پژوهشی مکانیک مدرس. دوره ۱۷، شماره ۲، ص. ۳۹۳-۴۰۳.

محتشمی، ع.، هاشمی منفرد، س.، آ.، عزیزیان، غ. ر.، و اکبرپور، ا. ۱۳۹۷. تعیین حریم کمی چاه‌ها به کمک مدل عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین در آبخوان محصور و آزاد در شرایط

نتیجه‌گیری

انتخاب یکی از روش‌های عددی به منظور مدل‌سازی جریان آب زیرزمینی که بتواند نتایجی با دقت بالا ارائه دهد همواره یکی از دغدغه‌های کارشناسان آب بوده و هست. امروزه، دسته‌ای جدید از روش‌های عددی به نام روش‌های بدون شبکه که گسترش زیادی در مکانیک سیالات محاسباتی یافته‌اند بدین منظور استفاده می‌شود. در این پژوهش نیز به کمک روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین جهت مدل‌سازی جریان آب زیرزمینی استفاده شد. هدف اصلی از این مطالعه محاسبه بیلان آب زیرزمینی بود که برای اولین بار در این مقاله به کمک این روش صورت گرفت. آبخوان مورد بررسی، از نوع آزاد و با هندسه غیر منظم بوده که شرایط مرزی هد ثابت و جریان ثابت داشت. بدین منظور عوامل ورودی و خروجی آب به آبخوان شناسایی و محاسبه شدند. عوامل ورودی شامل جریان آب زیرزمینی ورودی، بارش‌ها و رودخانه‌ها هستند که به ترتیب موجب ورود ۴، ۷۹، ۴ و ۳ میلیون متر مکعب آب به آبخوان بوده و عوامل خروجی شامل جریان آب زیرزمینی خروجی، چاه‌های بهره‌برداری و زهکش‌ها هستند که به ترتیب ۱۴، ۷۳ و ۳۵ میلیون متر مکعب حجم آب را خارج کرده‌اند. با محاسبه اختلاف مقادیر ورودی و خروجی بیلان آبخوان محاسبه شد. این مهم ۳/۳ میلیون متر مکعب با علامت منفی بود که

- natural groundwater recharge in upper Ganga canal command area. *Journal of Applied Hydrology*, Volume 15: 13-20.
- Liu, G. 2002. *Mesh Free Methods: Moving Beyond the Finite Element Method*. Boca Raton: CRC press.
- Liu, G.R. and Gu, Y.T. 2005. *An introduction to Meshfree Methods and Their Programming*. Singapore: Springer.
- Mategaonkar, M. and Eldho, T.I. 2011. MESHLESS POINT COLLOCATION METHOD FOR ID AND 2D GROUNDWATER FLOW SIMULATION. *ISH JOURNAL OF HYDRAULIC ENGINEERING*, 17(1): 71-87.
- Mategaonkar, M. and Eldho, T.I. 2011. Simulation of groundwater flow in unconfined aquifer using meshfree point collocation method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 35: 700-707.
- Mohammadi Ghaleni, M., Ebrahimi, K. and Araghinejad, S. 2013. Evaluation impact of drought, extraction and construction of dam on the groundwater drop-case study Saveh aquifer. *Journal of Water and Soil Conservation*, 19(4).
- Mohtashami, A., Akbarpour, A. and Mollazadeh, Mohtashami, A., Akbarpour, A., Mollazadeh, M. 2017. Development of two dimensional groundwater flow simulation model using meshless method based on MLS approximation function in unconfined aquifer in transient state. *Journal of Hydroinformatics*, 19(5): 640-652.
- Mohtashami, A., Hashemi Monfared, S.A., Azizyan, Gh., and Akbarpour, A. 2019. Prediction of Groundwater Fluctuations Using Meshless Local Petrov-Galerkin Numerical Method in a Field Aquifer (Birjand Aquifer). *International Journal of Numerical Methods in Civil Engineering*. 3(4): 33-41.
- Mohtashami, A., Hashemi Monfared, S.A., Azizyan, G. and Akbarpour, A. 2020. Determination of the optimal location of wells in aquifers with an accurate simulation-optimization model based on the meshless local Petrov-Galerkin. *Arabian Journal of Geosciences*, 13(2): 1-13.
- Naik, P.K. and Awasthi, A.K. 2003. Groundwater resources assessment of the Koyna River basin, India. *Hydrogeology Journal*, 11:582-594.
- Parsad, Y.S. and Rao, B.V. 2018. Groundwater depletion and groundwater balance studies of Kandivalasa River Sub Basin, Vizianagaram District, Andhra Pradesh, India. *Groundwater for Sustainable Development*, 6, pp. 71-78.
- PourMohammadi, S. et al. 2015. Investigation of groundwater balance in Toyserkan plain by using Modflow mathematical model. *Eco-hydrology*,. 317-382.
- غیرمماندگار (مطالعه موردی: دشت بیرجند). نشریه اکوهیدرولوژی ایران. دوره ۶ شماره ۱، ص. ۲۳۹-۲۵۵.
- نیکبخت، ج.، نجیب، ز. و پوراقدم، ح. ۱۳۹۱. تبدیل سیستم‌های آبیاری سنتی به تحت فشار بر افزایش ذخیره و سطح آب زیرزمینی مطالعه موردی: دشت عجب شیر. آذربایجان
- Abrishamchi, A., Khakbazan Fard, F., Taghavi, A. 2020. Planning for groundwater sustainable use: A case study in Nishapur Plain, Iran," *Agricultural Water Management*, 229:1-15.
- Akbari R.A., Bagri, A., Bordas, S.P.A. and Rabczuk, T. 2010. Analysis of Thermoelastic Waves in a Two-Dimensional Functionally Graded Materials Domain by the Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Method. *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 65(1): 27-74.
- Al-sheykh, A.A., Hamrah, M., Helali, H. and Fatehi, A. 2004. Application of GIS in groundwater balance in Talesh plain. *Journal of Applied researches in Geographical Sciences*, 3(3):99-119.
- Ansarifar, M.M., Salarijazi, M., Ghorbani K., Kaboli A. R. 2019. Simulation of groundwater level in a coastal aquifer. *Marine Georesources & Geotechnology*, 38(3): 257-264.
- Ansarifar, M.M., Salarijazi, M., Ghorbani K., Kaboli A. R. 2020. Spatial estimation of aquifer's hydraulic parameters by a combination of borehole data and inverse solution. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 79: 729-738.
- Athavale, R.N., Rangarajan, R. and Muralidharan, D. 1992. Measurement of natural recharge in India. *Journal of the Geological Society*, 39: 235-244.
- Atluri, S.N. and Zhu, T. 1998. A new Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) approach in computational mechanics. *Computational Mechanics*, 22(2): 117-127.
- Chandra, S. and Saksena, R.S. 1975. Water balance study for estimation of groundwater resources. *Journal of IRRIGATION AND WATER POWER ENGINEERING*, Volume 32, pp. 443-449.
- Dupouit, J., 1863. *Estudes Theoriques et Pratiques sur le Mouvement desEaux*. Paris: Dunod.
- Eftekhari, A.A., Rakhshandeh ru, G.R. and Mir Arabi, A. 2013. *Groundwater Flow Modeling and Sensitivity Analysis for Nayriz Plain Using GMS*. Tehran, s.n.
- Jalili, K., Moradi, H.R. and Bozorg Hadad, O. 2016. Analysis of groundwater balance based on sustainability of agricultural approach in Islamabad plain. *Irrigation & Water Engineering*, 6(25): 110-127.
- Kumar, C.P. and Seethapathi, P.V. 2002. Assessment of

- Techniques. University of New York (CUNY), s.n.
- Taheri Tiz ro, A., Zare, M. and Elyasi, M. 2011. Groundwater simulation in Kaboudarahang plain by using Modflow Mathematical model. Tehran, s.n.
- Todd, D.K. and Mays, L.W. 2004. Groundwater Hydrology. s.l.:John Wiley.
- Turker, U., Alsalabi, B.S. and Rizza, T. 2012. Water table fluctuation analyses and associated empirical approach to predict spatial distribution of water table at Yes,ilko'y/AgiosAndronikos aquifer. Environmental Earth Science.
- Voudouris, K.S. 2006. Groundwater Balance and Safe Yield of the coastal aquifer system in NEasternKorinthia, Greece. Applied Geography, 26: 291-311.
- Sadeghi Tabas, S., Samadi, S.Z., Akbarpour, A. and Pourreza Bilondi, M. 2016. Sustainable groundwater modeling using single-and multi-objective optimization algorithms. Journal of Hydroinformatics, 18(5): 1-18.
- Swathi, B. and Eldho, T.I. 2013. Groundwater flow simulation in confined aquifers using meshless Local Petrov-Galerkin. ISH Journal of Hydraulic engineering, 19: 335-348.
- Swathi, B. and Eldho, T.I. 2014. Groundwater flow simulation in unconfined aquifers using meshless local Petrov-Galerkin method. Engineering Analysis with Boundary Elements, 48: 43-52.
- Swathi, B. and Eldho, T.I. 2014. Inverse Modeling Of Groundwater System Using Coupled PSO-MLPG

Computation of Groundwater Balance Using Numerical MLPG Method (Case Study: Birjand Unconfined Aquifer)

A. Mohtashami¹, S.A. Hashemi Monfared^{2*}, Gh. Azizyan³, A. Akbarpour⁴

Received: May.08, 2020

Accepted: Jun.12, 2020

Abstract

Having a pervasive knowledge about the groundwater balance conducts the engineers and managers to have an optimal management about these resources. In the present study, with using meshless local Petrov-Galerkin, one of the meshless methods in the field of fluid dynamic, groundwater balance is computed for a real field aquifer. The independency of this method from meshing the domain, removes the drawbacks and errors come from meshing state and improves the accuracy of results. The case study is Birjand unconfined aquifer located in South Khorasan province, east of Iran. After groundwater flow simulation and model calibration in one year 2011-2012 with monthly time step, the groundwater head is computed for each month and compared with the results of finite difference method (FDM). RMSE, MAE and ME criterion are calculated for both methods. They are 0.757m, 0.573m, -0.08m for MLPG method and 1.197m, 1.434m, 0.159m for FDM, respectively. The higher results of MLPG shows more correspondence of this method to real condition of aquifer. Finally, the input and output volume of water are computed for the aquifer. They are almost 91 and 88 MCM respectively. Therefore, the value of groundwater balance is computed. It was 3 MCM with minus sign which indicated the higher amount of output regarding to inputs.

Keywords: Balance computation, Groundwater flow simulation, MLPG numerical method, Unconfined aquifer

1 -Ph.D. Student of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

2- Associate Professor of Civil Engineering Department, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

3- Associate Professor of Civil Engineering Department, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

4- Associate Professor of Civil Engineering Department, University of Birjand, Birjand, Iran

(*- Corresponding Author Email: hashemi@eng.usb.ac.ir)