

## بررسی و مقایسه کارایی شاخص‌های ارزیابی مدل‌های منحنی رطوبتی خاک

سلمان میرزائی<sup>1</sup> و شجاع قربانی دشتکی<sup>2\*</sup>

تاریخ دریافت: 1393/8/28 تاریخ پذیرش: 1394/2/9

### چکیده

هدف از این مطالعه تعیین کارایی شاخص‌های ارزیابی در مقایسه برخی مدل‌های منحنی رطوبتی است. بدین منظور، 70 نمونه خاک از دشت‌های کرج، ارومیه و شهرکرد جمع‌آوری و منحنی رطوبتی خاک‌ها با استفاده از نتایج به‌دست آمده از دستگاه صفحات فشاری رسم شد. سپس، میانگین آماره‌های ضریب تبیین ( $R^2$ )، ضریب تبیین تصحیح شده ( $R_{adj}^2$ ) و ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) برای هر مدل محاسبه و کارایی آن‌ها در ارزیابی مدل‌های یادشده با روش‌های آماری مورد آزمون قرار گرفت. سپس، آماره‌های معیار اطلاعات آکائیکه و مالو برای مقایسه مدل‌های مرجع با سایر مدل‌ها برای هر خاک استفاده شدند. اختلاف میانگین  $R^2$  و  $R_{adj}^2$  برای کل خاک‌ها و کلاس‌های بافتی و RMSE در شش کلاس از هشت کلاس بافتی موجود (رسی و رسی سیلتی) معنی‌دار نشدند ( $P \leq 0/05$ ). بنابراین، میانگین آماره‌های  $R^2$ ،  $R_{adj}^2$  و RMSE معیارهای مناسبی برای انتخاب مدل بهینه نیستند. بر اساس آماره معیار اطلاعات آکائیکه مدل‌های گاردنر، پریر و فردلانند، خلوصی و ونگنوختن - معلم به ترتیب در 10، 45/7 و 68/6 درصد خاک‌ها و بر اساس آماره مالو مدل‌های مذکور به ترتیب 34/3، 10، 48/6 و 71/4 درصد خاک‌ها نسبت به مدل ونگنوختن بهتر عمل کردند. افزون بر این، مدل‌های ونگنوختن، ونگنوختن - معلم و پریر و فردلانند تخمین دقیق‌تری را از رطوبت اشباع خاک داشتند اما مدل‌های گاردنر و خلوصی از خطای زیادی برخوردار بودند.

### واژه‌های کلیدی: شاخص‌های ارزیابی، معیار اطلاعات آکائیکه، مالو، مدل‌های منحنی رطوبتی خاک

### مقدمه

یکی از مهم‌ترین موضوعات در مدل‌سازی روابط آب و خاک، توصیف کمی روابط پیچیده بین مکش ماتریک و مقدار رطوبت موجود در ناحیه غیر اشباع خاک است. بدین منظور، در دهه‌های گذشته مدل‌های زیادی برای بیان منحنی رطوبتی خاک ارائه شده است (Khlosi et al.; Gardner, 1958; Brooks and Corey, 1964; Pereira and Fredlund, 2000; Mualem, 1986; al., 2006; Van Genuchten, 1980). به‌طور کلی، منحنی رطوبتی خاک کاربرد زیادی در درک فرایندهای جریان، توزیع و تبخیر آب، جذب آب به وسیله گیاه، انتقال املاح و فعالیت‌های میکروبی در خاک دارد. هم‌چنین، در بعضی از پروژه‌های مدیریتی، پژوهشگران نیازمند تخمین میزان رطوبت خاک و یا مکش خاک می‌باشند. از این‌رو، تعیین یک مدل منحنی رطوبتی با به‌کارگیری شاخص‌های آماری مناسب که بتواند توصیف دقیقی از روابط بین مکش ماتریک و میزان رطوبت

خاک داشته باشد حائز اهمیت است.

آماره‌های زیادی برای انتخاب یک مدل مناسب به کار گرفته می‌شود. یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای مقایسه عملکرد مدل‌ها، استفاده از ضریب تبیین ( $R^2$ ) می‌باشد. ماچیوال و همکاران تنها ضریب تعیین و نشاط و پاره‌کار ضریب تعیین و کمترین واریانس ( $S^2$ ) را برای مقایسه مدل‌های نفوذ آب به خاک به کار بردند (نشاط و پاره-کار، 1386; Machiwal et al., 2006). لیج و همکاران برای بررسی کیفیت برآزش 14 مدل منحنی رطوبتی خاک از ضریب همبستگی و کمترین میانگین مربعات خطا (MSE) استفاده کردند (Leij et al., 1997). قربانی دشتکی و همکاران و پرچمی عراقی و همکاران میانگین آماره‌های ضریب همبستگی، میانگین خطا (ME) و ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) را برای مقایسه مدل‌های نفوذ آب به خاک به کار گرفتند (Ghorbani Dashtaki et al., 2009). پرچمی عراقی و همکاران، (1389). نبی‌زاده و بیگی برای تعیین بهترین مدل منحنی رطوبتی در خاک‌های آهکی دشت لردگان (استان چهارمحال و بختیاری) از میانگین آماره‌های ضریب تعیین و ریشه دوم میانگین مربعات خطا مدل‌ها استفاده کردند (نبی‌زاده و بیگی، 1390). خلوصی و همکاران قابلیت برآزش مدل‌های منحنی رطوبتی خاک را با به‌کارگیری میانگین ضریب تعیین و ریشه دوم میانگین مربعات خطا

1- دانشجوی دکتری گروه علوم خاک، دانشگاه شهرکرد

2- دانشیار گروه علوم خاک، دانشگاه شهرکرد

- برگرفته از سمینار (1) دکتری - دانشگاه شهرکرد

\* - نویسنده مسئول: (Email: shoja2002@yahoo.com)

به هر حال، بررسی منابع نشان می‌دهد در بررسی کارایی مدل‌ها از شاخص‌های گوناگون و میانگین آن‌ها برای کل نمونه‌ها استفاده شده است (Cornelis et al, 2005; Leij et al, 1997; Machiwal et al, 2006; Lu et al, 2008; Khlosi et al, 2008; et al, 2006; Dashtaki et al, 2009; نشاط و پاره‌کار، 1386؛ نبی‌زاده و بیگی، 1390). با این وجود، تاکنون شاخص‌های مورد استفاده به صورت آماری مورد آزمون قرار نگرفته‌اند. لذا، هدف از این مطالعه، (1) ارزیابی مدل‌های منحنی رطوبتی گاردنر، ونگنوختن، ونگنوختن - معلم، پریر و فردلاندر (جدول 1) (2) آزمون آماری شاخص‌های ضریب تعیین ( $R^2$ )، ضریب تعیین تعدیل شده ( $R^2_{adj}$ ) و ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) برای هر مدل در کل نمونه‌ها و کلاس‌های مختلف بافت خاک (3) به کارگیری آماره‌های معیار اطلاعات آکائیکه و مالو (Cp) برای مقایسه مدل‌ها و انتخاب مدل بهینه بود.

### مواد و روش‌ها

این پژوهش بر روی 70 نمونه خاک شامل دو نوع کاربری کشاورزی و مرتع واقع در دشت‌های کرج، ارومیه و شهرکرد انجام شد. نمونه‌های خاک، هوا خشک و از الک 2 میلی‌متری عبور داده شدند. بافت خاک برای هر نمونه خاک به روش هیدرومتری تعیین گردید (Gee and Bauder, 1986).

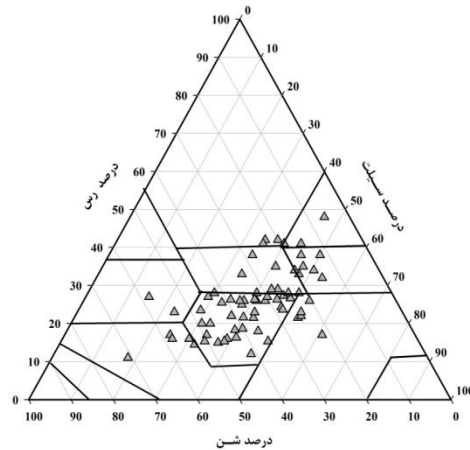
بررسی کردند (Khlosi et al, 2008). لیو و همکاران برای بررسی قابلیت برازش مدل خلوصی از رطوبت اشباع تا رطوبت آون خشک از میانگین خطا و ریشه دوم میانگین مربعات خطا استفاده کرده‌اند (Lu et al., 2008).

با افزایش تعداد پارامترهای مدل بر پیچیدگی آن افزوده، انعطاف مدل بیش‌تر و در نتیجه‌ی آن، مقدار آماره‌های  $R^2$ ،  $R^2_{adj}$  افزایش و RMSE کاهش می‌یابد (Cornelis et al, 2005). تکیه بر میانگین آماره‌های  $R^2$  و  $R^2_{adj}$  و RMSE برای مقایسه مدل‌ها به تنهایی کافی نیست. به‌طور کلی، در مدل‌سازی و برازش مدل‌های مختلف، بایستی بین به‌کارگیری پارامترهای اندک و نیکویی برازش (به‌کارگیری تعداد زیاد پارامتر) توازن برقرار نمود. از شیوه‌های متوازن ساختن و بهینه نمودن تصمیم‌گیری‌ها، معیار اطلاعات آکائیکه (AIC) و مالو (Cp) است (Mallows, 1973; Akaike, 1974). روسو کارایی مدل‌های هدایت هیدرولیکی خاک را بر اساس میانگین معیار اطلاعات آکائیکه در کل نمونه‌ها ارزیابی کرد (Russo, 1988). کورنلیس و همکاران با به‌کارگیری میانگین آماره‌های ضریب تعیین، ریشه میانگین مربعات خطا و معیار اطلاعات آکائیکه به بررسی کارایی هشت مدل منحنی رطوبتی خاک پرداختند (Cornelis et al, 2005). هوانگ و همکاران از آماره‌های ضریب تعیین، معیار اطلاعات آکائیکه و مالو برای بررسی کارایی مدل‌های توزیع اندازه ذرات خاک استفاده کردند (Hwang et al, 2002).

جدول 1- مدل‌های منحنی رطوبتی خاک مورد استفاده در این تحقیق

معادله	پارامترها	مدل
$\theta = \frac{\theta_s}{1 + a \psi^n}$	$n$ و $a, \theta_s$	گاردنر (1958)
$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + (\alpha \psi)^n]^m}$	$m$ و $n, \alpha, \theta_s, \theta_r$	ونگنوختن (1980)
$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + (\alpha \psi)^n]^{1/n}}$	$n$ و $\alpha, \theta_s, \theta_r$	ونگنوختن - معلم (1986)
$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[1 + \left(\frac{\psi}{\alpha}\right)^b\right]^a}$	$b$ و $a, \alpha, \theta_s, \theta_r$	پریر و فردلاندر (2000)
$\theta = \theta_b \left[1 - \frac{\ln(\psi)}{\ln(\psi_0)}\right] + \left\{ \theta_s - \theta_b \left[1 - \frac{\ln(\psi)}{\ln(\psi_0)}\right] \right\} \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \frac{\ln(\psi/\psi_m)}{\sqrt{2\sigma}} \right]$	$\sigma$ و $\psi_m, \psi_0, \theta_s, \theta_b$	خلوصی و همکاران (2006)

\* در همه مدل‌ها:  $\theta_s$  رطوبت اشباع ( $\text{gr}^1 \text{gr}^{-1}$ )،  $\theta_r$  رطوبت باقیمانده ( $\text{gr}^1 \text{gr}^{-1}$ )،  $\theta$  رطوبت ( $\text{gr}^1 \text{gr}^{-1}$ ) و  $\psi$  مکش ماتریک خاک (cm) است. \* در مدل گاردنر  $a$  و  $n$  ضرایب تجربی هستند. \* در مدل ونگنوختن  $\alpha, n$  و  $m$  پارامترهای ثابتی هستند که بر روی شکل منحنی تأثیر می‌گذارند  $\alpha$  با عکس مکش در نقطه ورود هوا مرتبط بوده و  $n$  شیب منحنی رطوبتی خاک می‌باشد. \* در مدل پریر و فردلاندر  $a, b$  پارامترهای ثابتی هستند که شکل سیگموئیدی منحنی رطوبتی را ایجاد می‌کنند. \* در مدل خلوصی  $\psi_0$  مکش آون خشک بوده و حدوداً برابر  $10^6$  کیلوپاسکال در نظر می‌گیرند و  $\theta_b$  مقدار رطوبت در مکش ماتریک برابر یک کیلوپاسکال و  $\psi_m$  مکش ماتریکی که در منافذی با شعاع میانه (متوسط) خاک‌ها وجود دارد.  $\sigma$  پارامتری بعد از پهنای توزیع اندازه منافذ را نشان می‌دهد و  $\operatorname{erfc}$  تابع خطای گوسی است که شکل سیگموئیدی منحنی رطوبتی را بوجود می‌آورد.



شکل 1- توزیع کلاس بافتی 70 نمونه از خاک‌های کرج، ارومیه و شهرکرد

نزدیک‌تر شده و نشان دهنده تأثیرپذیری بیش‌تر مدل از داده‌های اندازه‌گیری شده می‌باشد (Steel and Torrie, 1980). میانگین مربعات خطا (واریانس،  $S^2$ ) و RMSE از مجموع مربعات خطا (SSE) ناشی می‌شوند (Steel and Torrie, 1980) که به صورت معادله‌های 2 و 3 می‌باشد.

$$S^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [\theta_j^{obs} - \theta_j^{fit}]^2 \quad (2)$$

$$RMSE = \sqrt{S^2} \quad (3)$$

RMSE شاخصی است که خطای کل مدل ارزیابی شده را نشان می‌دهد و هر چقدر مقدار آن کم‌تر (نزدیک‌تر به صفر) باشد، بیان‌گر عملکرد بهتر مدل هست. برای درک وجود یا عدم وجود اختلاف آماری بین میانگین آماره‌های  $R^2$ ،  $R_{adj}^2$  و RMSE مدل‌ها بایستی آزمون آماری انجام گیرد. با توجه به ضریب تعیین ( $R^2$ ) و یا هم‌ارز آن ضریب همبستگی پیرسون ( $r$ )، فرض اولیه برای ضرایب همبستگی مدل‌ها به صورت معادله 4 می‌باشد (Steel and Torrie, 1980).

$$H_0: r_1 = r_2 = \dots = r_5 \quad (4)$$

در معادله 5 ضریب همبستگی در داخل متغیر جدید  $z$  جایگذاری می‌شود (Steel and Torrie, 1980):

$$z = \frac{1}{2} \log_e \left( \frac{1+r}{1-r} \right) \quad (5)$$

که  $\log_e$  لگاریتم طبیعی است. همین‌طور متغیر  $z$  برای پنج مدل حساب می‌شود. سپس با استفاده از معادله 6 توزیع کای‌اسکوئر ( $\chi^2$ ) محاسبه می‌گردد (Steel and Torrie, 1980):

$$\chi_{0bs}^2 = (N-3) \sum_{i=1}^p (z_i - \bar{z})^2 \quad (6)$$

که  $\bar{z}$  میانگین  $z_i$ ها می‌باشد. کای‌اسکوئر محاسبه شده برای هر مدل با کای‌اسکوئر جدول (تئوریک) در سطح اطمینان 95% با درجه آزادی ( $p-1$ ) مقایسه شد. هرگاه کای‌اسکوئر محاسبه شده هر مدل

خاک‌های مورد استفاده در این مطالعه دامنه وسیعی از کلاس‌های بافتی خاک را شامل می‌شد که توزیع آن‌ها در شکل 1 ارائه شده است. به طوری که در کلاس‌های بافتی رسی، رس سیلتی، لوم رس سیلتی، لوم رسی، لوم رسی شنی، لوم سیلتی، لوم و لوم شنی به ترتیب 3، 6، 6، 2، 5، 42 و 3 تعداد نمونه خاک بود.

برای اندازه‌گیری نقاط پتانسیلی جهت تعیین منحنی رطوبتی خاک، نمونه‌ها پس از اشباع شدن در حلقه‌های پلاستیکی به ارتفاع یک و قطر پنج سانتی‌متر در درون دستگاه صفحات فشاری قرار گرفتند (Dane and Hopmans, 2002). به نمونه‌ها فشارهای صفر، 0/5، 10، 33، 100، 300، 500 و 1500 کیلوپاسکال اعمال گردید. پس از اعمال فشار، نمونه‌ها آون خشک شده و میزان رطوبت آن‌ها اندازه‌گیری شد.

پارامترهای برازشی هر یک از مدل‌های منحنی رطوبتی مورد بررسی با استفاده از تخمین غیرخطی نرم افزار MatLab 7.7.0 (R2008b)، به روش حداقل مربعات خطا تعیین گردید. به‌منظور تعیین پارامترهای مدل‌های مورد نظر، تابع هدف به صورت معادله 1 تعیین گردید (Khlosi et al, 2008):

$$SSE = \sum_{j=1}^N [\theta_j^{obs} - \theta_j^{fit}]^2 \quad (1)$$

که در آن  $N$ : تعداد نقاط اندازه‌گیری شده،  $SSE$ : مجموع مربعات خطا،  $\theta_j^{obs}$ : مقدار رطوبت اندازه‌گیری شده و  $\theta_j^{fit}$ : مقدار رطوبت پیش‌بینی شده توسط مدل می‌باشد.

آماره‌های  $R^2$ ،  $R_{adj}^2$  و RMSE به صورت جداگانه برای هر مدل و هر نمونه خاک از طریق برازش مدل‌ها به داده‌های اندازه‌گیری شده به‌دست آمد. سپس میانگین این شاخص‌ها برای هر مدل در تمام نمونه‌های خاک و در هر کلاس بافتی محاسبه گردید. مقادیر  $R^2$  و  $R_{adj}^2$  درجه هم‌خطی بودن بین داده‌های اندازه‌گیری و برآورد شده را نشان می‌دهد. هر چقدر خطای مدل (SSE) کم‌تر،  $R^2$  به یک

مدل مرجع انتخاب گردید. به عبارتی، مدل با بالاترین  $R^2$ ،  $R^2_{adj}$  و کم‌ترین RMSE برای کل خاک‌ها، به‌عنوان مدل مرجع انتخاب شد. سپس، آماره‌های معیار اطلاعات آکائیکه و مالو به‌دست آمده برای بقیه مدل‌ها با آماره‌های معیار اطلاعات آکائیکه و مالو مدل مرجع در هر خاک به صورت جداگانه مقایسه شدند. حسن شیوه به‌کارگرفته شده برای مقایسه مدل‌ها در این مطالعه، بیان کارایی مدل‌ها به صورت درصد بود. مدلی که در تعداد بیش‌تری از خاک‌ها نسبت به مدل مرجع بهتر عمل کرده (درصد بیش‌تر) بود به‌عنوان مدل بهینه انتخاب گردید.

### نتایج و بحث

شکل 2 قابلیت برازش مدل‌ها به داده‌های اندازه‌گیری شده را در سه کلاس بافتی (رسی، لومی و لومی شنی) نشان می‌دهد. جدول 2 مقادیر متوسط آماره‌های  $R^2$ ،  $R^2_{adj}$  و RMSE کل نمونه‌ها و کلاس‌های بافتی را در مدل‌های انتخاب شده نشان می‌دهد. براساس جدول مذکور حداقل میانگین آماره RMSE در کل نمونه‌ها برای مدل ونگنوختن (0/0071) و مقدار بیشینه آن برای مدل گاردنر (0/0139) به‌دست آمد. همچنین حداقل میانگین  $R^2$  و  $R^2_{adj}$  برای مدل ونگنوختن (به ترتیب 0/997 و 0/992) و حداقل میانگین  $R^2$  برای مدل گاردنر (0/983) و حداقل میانگین  $R^2_{adj}$  برای مدل پریر و فردلانند (0/954) حاصل گردید. کورنلیس و همکاران و نبی‌زاده و بیگی که بر اساس شاخص‌های آماری  $R^2$ ،  $R^2_{adj}$  و RMSE به مدل‌های منحنی رطوبتی خاک را مقایسه کردند. که در مطالعات یاد شده نیز مدل ونگنوختن را به‌عنوان مدل برتر در بر آورد رطوبت خاک معرفی کردند (Cornelis et al., 2005؛ نبی‌زاده و بیگی، 1390).

بیش‌تر یا مساوی با کای اسکوتر جدول گردید یعنی اینکه ضریب همبستگی و متعاقب آن ضریب تعیین مدل‌های مختلف از لحاظ آماری اختلاف معنی‌داری با یکدیگر داشتند.

با توجه به معادله 3 که RMSE از واریانس ( $S^2$ ) محاسبه می‌شود، با فرض یکنواختی واریانس به لحاظ آماری می‌توان واریانس‌ها را آزمون آماری نمود (Hartley, 1950). به صورت:

$$H_0 = S_1^2 = S_2^2 = \dots = S_k^2 \quad (7)$$

که  $S^2$  واریانس و منظور از یک تا پنج به پنج مدل رجوع می‌شود. آزمون هارتلی ابتدا با در نظر گرفتن واریانس حداکثر و حداقل یک گروه به صورت معادله 8، H مشاهده شده را محاسبه می‌کند (Hartley, 1950):

$$H_{obs} = \frac{S_{max}^2}{S_{min}^2} \quad (8)$$

$H_{obs}$  محاسبه شده برای هر مدل با مقدار H جدول (تئوریک) هارتلی در سطح اطمینان 95% با تعداد پارامتر و درجه آزادی (N-1) مقایسه شد. هرگاه  $H_{obs}$  برای هر مدل بیش‌تر یا مساوی با مقدار H جدول هارتلی گردید واریانس و متعاقب آن RMSE مدل‌های مختلف از لحاظ آماری اختلاف معنی‌داری با یکدیگر داشتند.

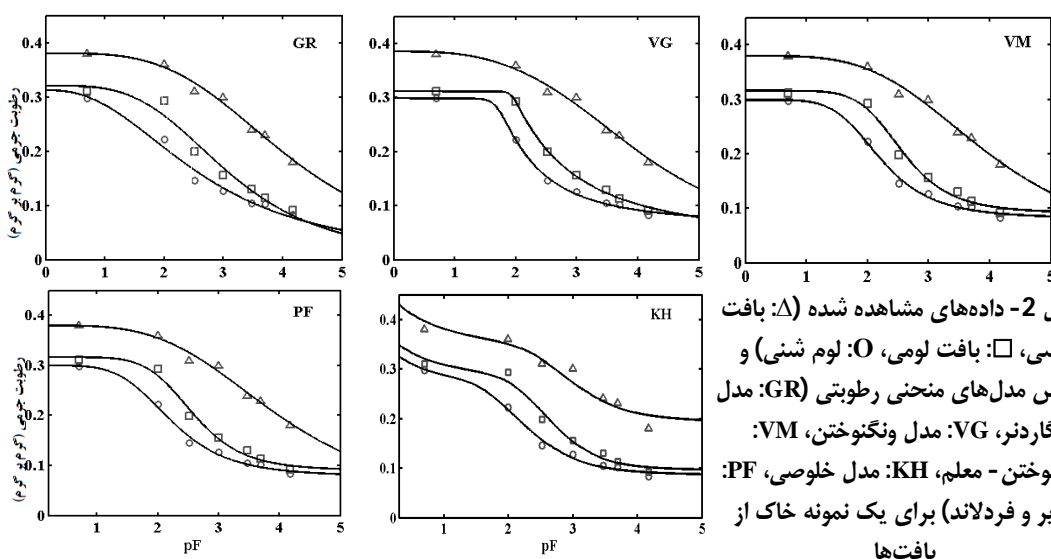
به‌منظور تعیین مدل بهینه از آماره‌های معیار اطلاعات آکائیکه (AIC) و مالو (Cp) استفاده شد (Akaike, 1974؛ Mallows, 1973):

$$AIC = N \left\{ \ln(2\pi) + \ln \left[ \frac{SSE}{(N - P)} \right] + 1 \right\} + P \quad (9)$$

$$Cp = \frac{SSE}{SSE_r / (N - P_r)} - (N - 2P) \quad (10)$$

که در آن  $SSE_r$  مجموع مربعات خطای مدل مرجع،  $P_r$  تعداد پارامترهای مدل مرجع و N تعداد نقاط اندازه‌گیری شده می‌باشد.

در این پژوهش ابتدا با استفاده از آماره‌های  $R^2$ ،  $R^2_{adj}$  و RMSE



شکل 2- داده‌های مشاهده شده (Δ): بافت رسی، □: بافت لومی، O: لوم شنی) و برازش مدل‌های منحنی رطوبتی GR: مدل گاردنر، VG: مدل ونگنوختن، VM: ونگنوختن - معلم، KH: مدل خلوصی، PF: پریر و فردلانند) برای یک نمونه خاک از بافت‌ها

رابطه بین مکش ماتریک و مقدار رطوبت خاک داشته است. هم‌چنین تجزیه و تحلیل آماری (جدول 3) نشان می‌دهد که اختلاف بین مقادیر متوسط آماره‌های  $R^2$  و  $R^2_{adj}$  در بین مدل‌های مختلف در هیچ‌کدام از کلاس‌های بافتی معنی‌دار نبود. در صورتی که بر اساس آماره RMSE اختلاف معنی‌داری بین مدل‌های استفاده شده در بافت‌های رسی (RMSE از 0/0056 تا 0/0251) بر اساس آزمون هارتلی وجود داشت ( $P \leq 0/05$ ). این نتایج در واقع نشان می‌دهد که نمی‌توان اختلاف موجود در نیکویی برازش بین مدل‌های انتخاب شده به داده‌های منحنی رطوبتی را تنها با این آماره‌ها بیان کرد به علت اینکه اختلاف میانگین آماره‌های  $R^2$  و  $R^2_{adj}$  مدل‌ها در هیچ‌کدام از کلاس‌های بافتی و RMSE در شش کلاس بافتی معنی‌دار نگردد.

تجزیه و تحلیل آماری که برای آزمون شاخص‌های آماری  $R^2$ ،  $R^2_{adj}$  و RMSE (به ترتیب آزمون کای اسکوتر، آزمون کای اسکوتر و آزمون هارتلی) انجام گردید در جدول 3 ارائه شده است. اختلاف بین میانگین آماره‌های مذکور برای کل نمونه‌ها در مدل‌ها با هم‌دیگر معنی‌دار نشدند ( $P \leq 0/05$ ). در واقع، تجزیه و تحلیل آماری بیان‌گر این واقعیت است که نتایج همه مدل‌ها در پیش‌بینی رابطه بین مکش و میزان رطوبت خاک می‌تواند به‌طور قابل قبولی معتبر باشد. در این مطالعه هشت نوع از کلاس‌های بافتی خاک مورد مطالعه قرار گرفت. همان‌طور که جدول 2 نشان می‌دهد مدل ونگنختن در بافت‌های رس سیلتی، لوم رسی، لوم سیلتی، لوم، لوم شنی با کسب بیش‌ترین مقدار  $R^2$  و  $R^2_{adj}$  و پایین‌ترین مقدار RMSE به‌عنوان بهترین مدل انتخاب گردید. در کلاس‌های بافتی رسی، رس سیلتی و لوم رسی مدل ونگنختن - معلم توانایی بیش‌تری در پیش‌بینی

جدول 2- میانگین مقادیر آماره‌های  $R^2$ ،  $R^2_{adj}$  و RMSE برای مدل‌ها در کل نمونه‌ها و کلاس‌های بافتی

مدل	آماره‌ها	رسی	رس سیلتی	لوم رسی سیلتی	لوم رسی	لوم رسی شنی	لوم سیلتی	لوم شنی	لوم شنی کل نمونه‌ها
گاردنر	$R^2$	0/977	0/977	0/982	0/982	0/991	0/982	0/981	0/983
	$R^2_{adj}$	0/965	0/966	0/973	0/974	0/987	0/972	0/971	0/974
	RMSE	0/0146	0/0140	0/0158	0/0115	0/0069	0/0150	0/0115	0/0139
ونگنختن	$R^2$	0/995	0/997	0/999	0/998	0/998	0/998	0/993	0/997
	$R^2_{adj}$	0/984	0/991	0/996	0/994	0/995	0/994	0/978	0/992
	RMSE	0/0095	0/0064	0/0053	0/0059	0/0048	0/0069	0/0071	0/0070
ونگنختن - معلم	$R^2$	0/995	0/997	0/995	0/997	0/998	0/993	0/988	0/995
	$R^2_{adj}$	0/989	0/993	0/990	0/993	0/997	0/985	0/977	0/990
	RMSE	0/0080	0/0056	0/0090	0/0063	0/0038	0/0098	0/0077	0/0079
پریر و فردلاند	$R^2$	0/946	0/912	0/995	0/946	0/997	0/992	0/987	0/984
	$R^2_{adj}$	0/843	0/737	0/984	0/838	0/991	0/977	0/962	0/954
	RMSE	0/0244	0/0251	0/0118	0/0178	0/0062	0/0124	0/0100	0/0125
خلوصی	$R^2$	0/992	0/993	0/993	0/992	0/998	0/990	0/977	0/993
	$R^2_{adj}$	0/983	0/987	0/986	0/986	0/997	0/981	0/956	0/987
	RMSE	0/0102	0/0085	0/0111	0/0091	0/0041	0/0111	0/0087	0/0092

جدول 3- تجزیه و تحلیل آماری میانگین آماره‌های  $R^2$ ،  $R^2_{adj}$  و RMSE برای مدل‌ها در کل نمونه‌ها و کلاس‌های بافتی

آماره‌ها	رسی	رس سیلتی	لوم رسی سیلتی	لوم رسی	لوم رسی شنی	لوم سیلتی	لوم شنی	لوم شنی کل نمونه‌ها
$R^2$	خیر	خیر	خیر	خیر	خیر	خیر	خیر	خیر
$R^2_{adj}$	خیر	خیر	خیر	خیر	خیر	خیر	خیر	خیر
RMSE	بلی	بلی	خیر	خیر	خیر	خیر	خیر	خیر

بلی نشان دهنده وجود اختلاف آماری ( $P < 0/05$ ) در بین مدل‌ها و خیر نشان دهنده معنی‌دار نبودن مدل‌ها در هر ستون می‌باشد.

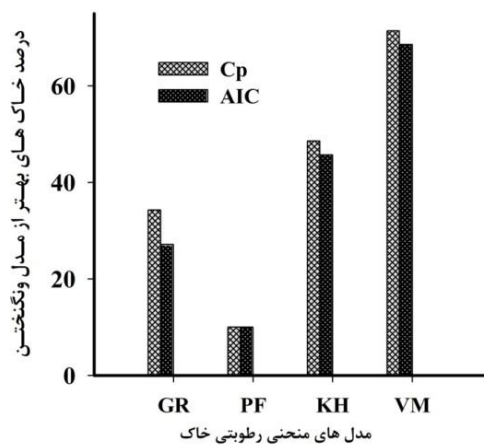
مقایسه آماره‌های معیار اطلاعات آکائیکه و مالو مدل مرجع با بقیه مدل‌ها برای کلاس‌های مختلف بافتی در شکل 4 ارائه شده است. استفاده از آماره معیار اطلاعات آکائیکه نشان داد که مدل ونگنوختن - معلم در کلاس‌های بافتی رسی، رس سیلتی، لوم رسی شنی و لوم شنی و مدل خلوصی در لوم رسی شنی در همه خاک‌ها نسبت به مدل ونگنوختن از مقدار معیار اطلاعات آکائیکه پایین‌تری برخوردار بود. در کلاس‌های بافتی لوم رسی، لوم سیلتی و لوم به ترتیب مدل ونگنوختن - معلم در 83/3، 60 و 70 درصد و مدل خلوصی در 33/3، 60 و 47/5 درصد خاک‌ها نسبت به مدل ونگنوختن بهتر عمل کردند. در کلاس بافتی لوم رسی سیلتی مدل ونگنوختن در همه خاک‌ها (100 درصد) نسبت به مدل‌های ونگنوختن - معلم و پریر و فردلانند و در 83/3 درصد خاک‌ها نسبت به مدل‌های گاردنر و خلوصی دارای معیار اطلاعات آکائیکه پایین‌تری گردید. آماره مالو نیز نتایج مشابه نتایج آماره معیار اطلاعات آکائیکه ایجاد کرد.

به‌طور کلی، بر اساس آماره‌های معیار اطلاعات آکائیکه و مالو مدل ونگنوختن - معلم در کلاس‌های بافتی رسی، رس سیلتی، لوم رسی، لوم رسی شنی، لوم سیلتی، لوم شنی و لوم پایین‌ترین مقدار معیار اطلاعات آکائیکه و مالو را در بیش‌تر خاک‌ها کسب کرد. همان‌طور که جدول 2 نشان می‌دهد در کلاس‌های بافتی لوم رسی، لوم سیلتی، لوم شنی و لوم بالاترین میانگین آماره‌های  $R^2$  و  $R^2_{adj}$  مربوط به مدل ونگنوختن هست. ولی به علت اختلاف کم میانگین آماره‌های  $R^2$  و  $R^2_{adj}$  مدل‌های ونگنوختن و ونگنوختن - معلم و تأثیر تعداد پارامترها، مدل ونگنوختن - معلم معیار اطلاعات آکائیکه پایین‌تری را در این کلاس‌های بافتی به‌دست آورد. در کلاس بافتی لوم رسی سیلتی مدل ونگنوختن به علت داشتن بالاترین  $R^2$  و  $R^2_{adj}$  به ترتیب 0/999 و 0/996 در بین کلیه کلاس‌های بافتی و مدل‌ها کم‌ترین مقدار معیار اطلاعات آکائیکه را نیز در همه خاک‌های این بافت به‌دست آورد.

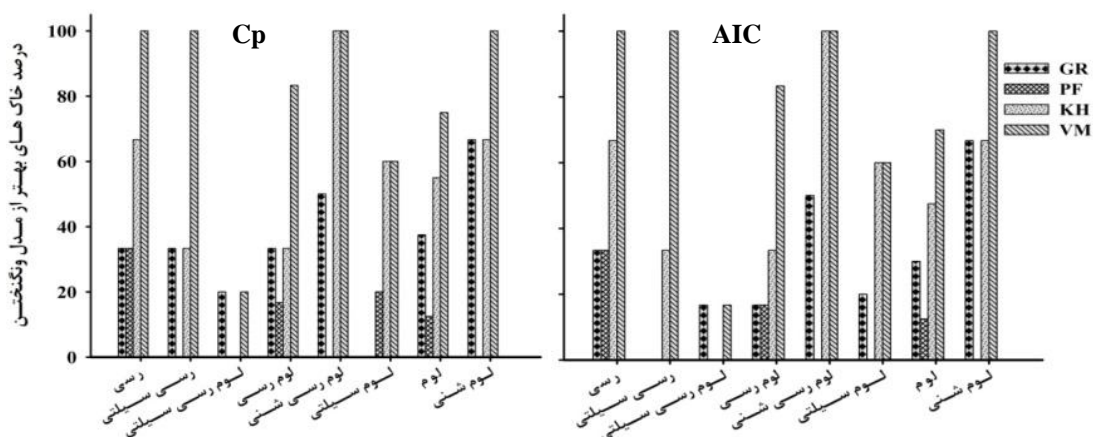
در این مطالعه مقادیر آماره‌های معیار اطلاعات آکائیکه و مالو مدل مرجع با بقیه مدل‌ها در هر خاک به صورت جداگانه مقایسه گردید (شکل 3). مدل‌های گاردنر، پریر و فردلانند، خلوصی و ونگنوختن - معلم به ترتیب در 27/1، 10، 45/7 و 68/6 درصد خاک‌ها دارای آکائیکه پایین‌تری نسبت به مدل ونگنوختن (مدل مرجع) بودند. براساس آماره معیار اطلاعات آکائیکه مدل ونگنوختن - معلم بهترین عملکرد را در اکثر خاک‌ها (68/6 درصد) و مدل پریر و فردلانند ضعیف‌ترین عملکرد را در اکثر خاک‌ها (90 درصد) داشتند.

آماره مالو مدل‌های گاردنر، پریر و فردلانند، خلوصی و ونگنوختن - معلم به ترتیب در 34/3، 10، 48/6 و 71/4 درصد خاک‌ها نسبت به مدل ونگنوختن (مدل مرجع) کم‌تر بودند (شکل 3). مدل ونگنوختن - معلم در اکثر خاک‌ها (71/4 درصد) پایین‌ترین و مدل پریر و فردلانند در اکثر خاک‌ها (90 درصد) بالاترین مقدار آماره مالو را کسب کردند. بدین ترتیب، بر اساس آماره مالو مدل ونگنوختن - معلم بهترین و مدل پریر و فردلانند ضعیف‌ترین عملکرد را داشتند.

در واقع، مدل ونگنوختن - معلم به علت دارا بودن تعداد پارامترهای اندک در مقایسه با مدل ونگنوختن و نیکویی برازش ( $R^2$  و  $R^2_{adj}$  بالاتر و RMSE پایین‌تر) نسبت به مدل‌های خلوصی، پریر و فردلانند و گاردنر مقدار معیار اطلاعات آکائیکه و مالو پایین‌تری را برای اکثر خاک‌ها به‌دست آورد. مدل پریر و فردلانند،  $R^2$  بالا و RMSE پایین نسبت به مدل گاردنر (جدول 2) کسب کرد. اما، به علت فزونی تعداد پارامتر، در تعداد خاک‌های کم‌تری در مقایسه با مدل گاردنر نسبت به مدل مرجع بهتر عمل کرده است. مدل ونگنوختن - معلم به عنوان مدل بهینه بر اساس شاخص‌های آماری نظیر معیار اطلاعات آکائیکه و مالو انتخاب شد. این مدل در پروژه‌های مدیریتی و تعیین پارامترهای مدل منحنی رطوبتی از طریق توابع انتقالی به علت تعداد کم پارامتر نسبت به مدل ونگنوختن می‌تواند بسیار مفید باشد.



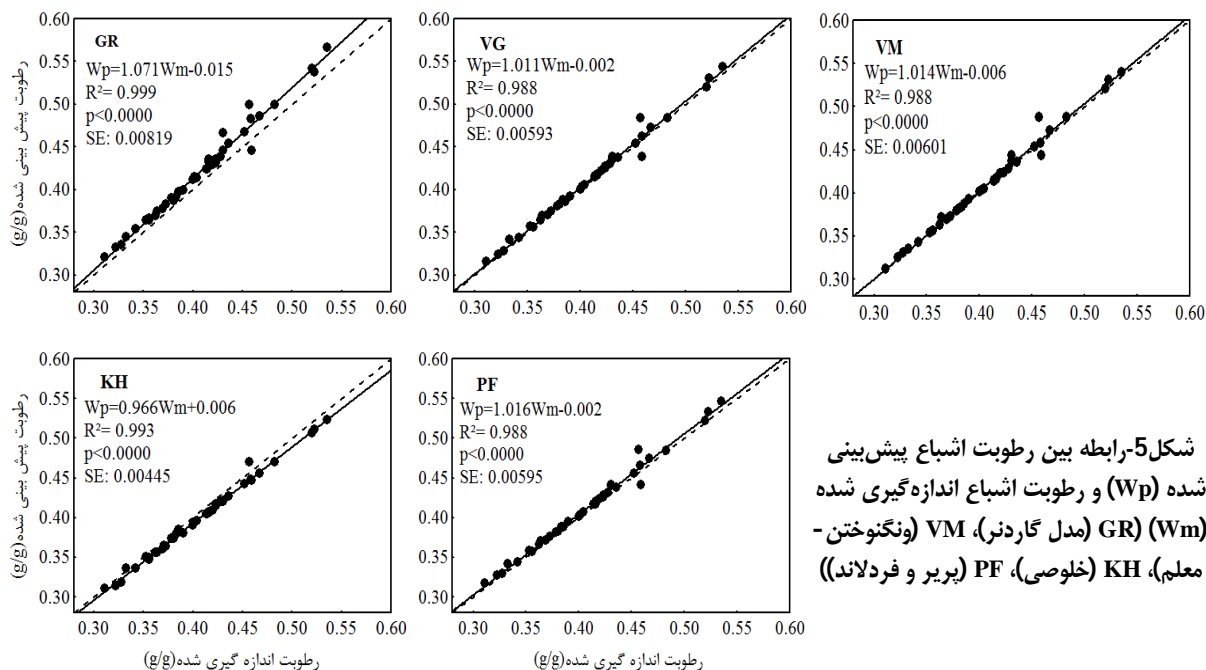
شکل 3- معیار اطلاعات آکائیکه (AIC) و مالو (Cp) برای کل خاک‌ها



شکل 4- معیار اطلاعات آکائیکه (AIC) و مالو (Cp) برای کلاس‌های مختلف بافت خاک

رگرسیون به ترتیب با عدد یک و صفر مورد آزمون قرار گرفت. نتایج تجزیه و تحلیل آماری نشان داد که اختلاف بین رطوبت اشباع اندازه‌گیری شده با رطوبت اشباع پیش‌بینی شده به وسیله مدل‌های ونگنختن، ونگنختن - معلم و پریر و فردلاند معنی‌دار نبود. ولی در مدل‌های گاردنر و خلوصی این اختلاف معنی‌دار شد ( $P \leq 0/05$ ). نتایج به‌دست آمده از بررسی دقت برازش مدل‌ها در شرایط اشباع با نتایج مطالعات (Lu et al, 2008) که بیان کرده بودند مدل خلوصی در شرایط اشباع از خطای بالایی برخوردار است مطابقت دارد.

همان‌طور که شکل 2 نشان می‌دهد بعضی از مدل‌های منحنی رطوبتی مانند مدل خلوصی برازش خوبی در شرایط اشباع ندارند. برای بررسی دقت برازش مدل‌ها در شرایط اشباع از خط 1:1 که در واقع رابطه بین رطوبت‌های پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده استفاده گردید. با توجه به اینکه 60 درصد نمونه‌های ما دارای بافت لومی بودند بنابراین این موضوع تنها در بافت لومی مورد بررسی قرار گرفت. در شکل 5 ضریب تعیین ( $R^2$ )، ضریب (شیب) و عرض از مبدا خط رگرسیون و خطای استاندارد بین رطوبت اشباع اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده ارائه شده است. ضرایب شیب و عرض از مبدا خط



شکل 5- رابطه بین رطوبت اشباع پیش‌بینی شده ( $W_p$ ) و رطوبت اشباع اندازه‌گیری شده (GR) (مدل گاردنر)، VM (ونگنختن - معلم)، KH (خلوصی)، PF (پریر و فردلاند)

228-232.

- Gee, G.H and Bauder, J.W. 1986. Particle size analysis. In: A. Klute, (editor), Methods of soil Analysis. Physical Properties. SSSA, Madison, WI.
- Ghorbani Dashtaki, S., Homaei, M., Mahdian, M and Kouchakzadeh, M. 2009. Site-dependence performance of infiltration models. Water Resource Management. 23: 2777-2790.
- Hartley, H. 1950. The maximum F-ratio as a short-cut test for heterogeneity of variance. Biometrika. 37: 308-312.
- Hwang, S., Lee, K.P., Lee, D.S and Powers, S.E. 2002. Models for estimating soil particle-size distributions. Soil Science Society of America Journal. 66: 1143-1150.
- Khlosi, M., Cornelis, W.M., Gabriels, D and Sin, G. 2006. Simple modification to describe the soil water retention curve between saturation and oven dryness. Water Resource Research. 42: W11501.
- Khlosi, M., Cornelis, W.M., Douaik, A., van Genuchten, M.T and Gabriels, D. 2008. Performance evaluation of models that describe the soil water retention curve between saturation and oven dryness. Vadose Zone Journal. 7: 87-96.
- Mualem, Y. 1986. Hydraulic conductivity of unsaturated soils: Prediction and formulas. p. 799-823. In A. Klute (editor.) Methods of soil analysis. Part 1. 2nd ed. Agron. Monogr. 9. ASA and SSSA, Madison, WI.
- Leij, F.J., Russel, W.B and Lesch, S.M. 1997. Closed-form expressions for water retention and conductivity data. Ground Water. 35: 848-858.
- Lu, S., Ren, T., Gong, Y and Horton, R. 2008. Evaluation of three models that describe soil Water retention curves from saturation to oven dryness. Soil Science Society of America Journal. 72: 1542-1546.
- Machiwal, D., Madan kumar, J.H.A and Mal, B.C. 2006. Modeling infiltration and quantifying spatial soil variability in a watershed of Kharagpur, India. Biosystem Engineering. 95: 569-582.
- Mallows, C.L. 1973. Some comments on Cp. Technometrics. 15: 661-675.
- Pereira, J.H.F and Fredlund, D.G. 2000. Volume change behavior of collapsible compacted gneiss soil. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 126: 907-916.
- Russo, D. 1988. Determining soil hydraulic properties by parameter estimation: On the selection of a model for the hydraulic properties. Water Resource Research. 24: 453-459.
- Steel, R and Torrie, J. 1980. Principles and procedures of statistics: A biometrical approach. 2nd ed. McGraw-Hill, New York.
- Van Genuchten, M.T. 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Science Society of America Journal. 44: 892-898.

## نتیجه‌گیری

نتایج این پژوهش نشان داد که میانگین شاخص‌های آماری  $R^2$ ،  $R_{adj}^2$  و RMSE در کل خاک‌ها و کلاس‌های مختلف بافتی معیار خوبی برای مقایسه مدل‌های منحنی رطوبتی خاک نیستند. برای تعیین مدل بهینه، اقدام به مقایسه مقادیر آماره‌های معیار اطلاعات آکائیکه و مالو مدل مرجع (بالاترین  $R^2$ ،  $R_{adj}^2$  و کم‌ترین RMSE برای کل خاک‌ها) با بقیه مدل‌ها در هر خاک به صورت جداگانه گردید. بر اساس آماره معیار اطلاعات آکائیکه مدل‌های گاردنر، پریر و فردلاند، خلوصی و ونگنوختن - معلم به ترتیب در 27/1، 10، 45/7 و 68/6 درصد خاک‌ها و بر اساس آماره مالو مدل‌های مذکور به ترتیب 34/3، 10، 48/6 و 71/4 درصد خاک‌ها نسبت به مدل ونگنوختن بهتر عمل کردند. افزون بر این، مدل‌های ونگنوختن، ونگنوختن - معلم و پریر و فردلاند تخمین دقیق‌تری را از رطوبت اشباع خاک داشتند اما مدل‌های گاردنر و خلوصی از خطای زیادی برخوردار بودند.

## منابع

- پرجمی عراقی، ف.، میرلطفی، م.، قربانی دشتکی، ش.، مهدیان، م.ح. 1389. ارزیابی برخی مدل‌های نفوذ آب به خاک در برخی کلاس‌های بافتی خاک و کاربری اراضی. نشریه آبیاری و زهکشی ایران. 24: 193-205.
- نبی‌زاده، آ. بیگی هرچگانی، ح. 1390. کیفیت برازش چند مدل تجربی منحنی رطوبتی به خاک‌های شهرستان لردگان از استان چهارمحال و بختیاری. نشریه آب و خاک. 3: 634-645.
- نشاط، ع.، پاره‌کار، م. 1386. مقایسه روش‌های تعیین سرعت نفوذ عمودی آب در خاک. مجله علوم کشاورزی و منابع طبیعی. 3: 14-10.
- Akaike, H. 1974. New look at the statistical-model identification. IEEE Trans. Automatic Control AC. 19: 667-673.
- Brooks, R.H and Corey, A.T. 1964. Hydraulic properties of porous media. Hydrol. Pap. 3. Colorado State University, Fort Collins.
- Cornelis, W.M., Khlosi, M., Hartmann, R., Van Meirvenne, M and De Vos, B. 2005. Comparison of unimodal analytical expressions for the soil water retention curve. Soil Science Society of America Journal. 69: 1902-1911.
- Dane, J.H and Hopmans, J.W. 2002. Water retention and storage. p. 671-796. In Dane, J.H. and Topp, G.C. (editor.) Methods of soil analysis. Part. 4. SSSA Book. 5. Madison, WI.
- Gardner, W.R. 1958. Some steady state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. Soil Science. 85:



## Investigation and Comparison of the Evaluation Indicators Efficiency of Soil Water Retention Curve Models

S. Mirzaee<sup>1</sup> and Sh. Ghorbani Dashtaki<sup>2\*</sup>

Received: Nov.19, 2014

Accepted: Apr.29, 2015

### Abstract

The objective of this study was to determine the efficiency of the evaluation criteria for comparison some of soil water retention curve models. For this purpose, 70 soil samples were taken from Karaj, Urmia and Shahrekord plains. The soil Water retention curves were obtained using the result of the pressure plate device. Then, the mean of coefficient of determination ( $R^2$ ), the adjusted coefficient of determination ( $R_{adj}^2$ ) and root mean square error (RMSE) were calculated for each model and the efficiency of these criteria at the evaluation of mentioned models tested with statistical methods. Then, Akaike's information criterion and Mallows criteria were used for comparison of reference model with other models for each soil. Difference the mean of  $R^2$ ,  $R_{adj}^2$  weren't significant for all soils and textural classes and for RMSE weren't significant in six classes from eight textural classes (clay and silty clay) at among of the five models. So,  $R^2$ ,  $R_{adj}^2$  and RMSE were not suitable criteria for the selection of optimum model ( $P \leq 0.05$ ). According to Akaike's information criterion tests Gardner, Pereira and Fredlund, Khlosi and Van Genuchten- Mualem models for 27.1, 10, 45.7 and 68.6% soils and on the basis of Mallows statistic mention models for 34.3, 10, 48.6 and 71.4% soils were better than the Van Genuchten model, respectively. Additionally, Van Genuchten, Van Genuchten- Mualem and Pereira and Fredlund models had the exact prediction from saturation moisture, but Gardner and Khlosi models had larger errors.

**Key words:** Evaluation indicators, Akaike Information Criterion, Mallows, Soil water retention curve models.

1-Ph.D student of Soil Science Deptment, Shahrekord University

2- Associate. Prof of Soil Science Deptment, Shahrekord University

(\*- Corresponding Author Email: shoja2002@yahoo.com)