

## ارزیابی مدل‌های تک متغیره و چندمتغیره سری‌های زمانی در پیش‌بینی تراز سطح آب دریاچه ارومیه

کیوان خلیلی<sup>1</sup>، محمد ناظری تهرودی<sup>2\*</sup>

تاریخ دریافت: 1394/11/3 تاریخ پذیرش: 1395/3/5

### چکیده

بیش از سه دهه است که هیدرولوژیست‌ها، استفاده از مدل‌های چندمتغیره را جهت توصیف و مدل‌سازی داده‌های پیچیده هیدرولوژی توصیه می‌کنند. درحالی‌که به تازگی اهمیت مدل‌های چندمتغیره در مهندسی آب مطرح شده است. در واقع در مدل‌های چندمتغیره با دخالت دادن عوامل مؤثر دیگر، می‌توان نتایج توصیف، مدل‌سازی و پیش‌بینی پارامترهای مختلف را بهبود بخشید. در این مطالعه، مدل‌های تک متغیره آرما و چندمتغیره همزمان آرما (کارما) جهت مدل‌سازی تراز سطح آب دریاچه ارومیه مورد ارزیابی قرار گرفتند. جهت استفاده از مدل‌های آرما، از سری زمانی تراز سطح آب دریاچه ارومیه در مقیاس سالانه در طی دوره آماری (1361-1390) و جهت مدل‌سازی با استفاده از مدل‌های کارما، از سری زمانی دبی رودخانه‌های شهرچای، نازلوچای و باراندوزچای و تراز سطح آب دریاچه ارومیه در دوره آماری ذکر شده استفاده شد. نتایج بررسی و صحت‌سنجی مدل‌ها نشان داد که با دخالت دادن دبی رودخانه‌های ذکر شده، دقت مدل‌سازی و صحت‌سنجی مدل‌ها افزایش پیدا خواهد کرد. همچنین نتایج نشان داد که به ازای ضریب تبیین 0/75 بین داده‌های صحت‌سنجی مدل‌ها و معیار جذر میانگین مربعات خطا (0/62)، مدل کارما نتایج بهتری از مدل آرما ارایه می‌نماید. به‌طوریکه استفاده از مدل چندمتغیره در مدل‌سازی و پیش‌بینی تراز سطح آب دریاچه، دقت مدل‌سازی داده‌های مورد استفاده را در دوره آماری 1361-1390 و در مقیاس سالانه در دو مرحله آموزش و صحت‌سنجی حدود 20 درصد افزایش داد.

واژه‌های کلیدی: پیش‌بینی، دریاچه ارومیه، سری زمانی، مدل ARMA، مدل چند متغیره CARMA

### مقدمه

(Fiering, et al., 1985). مدل‌های مختلف چندمتغیره اغلب توسط (Matalas and Wallis, 1971, Matalas., 1967), (O'Connell., 1974) مطرح شد. ماتالاس مدل مارکف با پارامترهای ثابت چندمتغیره با تاخیر 1 را مطرح کرد (Matalas., 1967). متعاقباً یانگ و پیسانو یک روش ساده با استفاده از مدل ماتالاس توصیه کرد (Young and Pisono., 1968). اکانل مدل‌های چندمتغیره ARMA (1,1) با پارامترهای ثابت را مطرح کرد (O'Connell., 1974). والنشیا و اسچاک با استفاده از مدل‌های چندمتغیره مشخصات کواریانس سالانه و فصلی را تولید کردند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که مدل چندمتغیره ماتالاس، مدل ویژه‌ای از مدل‌های توده‌ای است (Valencia and Schaake., 1973). ماتالاس و ویلز پارامترهای آماری مدل چند متغیره تئوری فراکتال گوسین<sup>3</sup> را تعیین و آن را به

از سال 1960 تلاش‌ها و پژوهش‌های گسترده‌ای در راستای تجزیه و تحلیل سری‌های استوکاستیک هیدرولوژی و مدل‌های تک متغیره تولید داده شروع شد. از آن طراحی و عملیاتی کردن سیستم‌های منابع آب اغلب با استفاده از چندین سری زمانی متعدد هیدرولوژیکی و منابع آبی صورت گرفتند و تجزیه و تحلیل و مدل‌سازی چند متغیره‌ها شتاب گرفتند. مدل‌های چندمتغیره خودهمبسته با میانگین متحرک (CARMA) به عنوان یک مدل زیر مجموعه خاص از مدل‌های ARMA، مدل‌های مناسبی جهت مدل‌سازی پارامترهای هیدرولوژی هستند (Camacho et al., Salas et al., 1980).

1- استادیار گروه مهندسی آب دانشگاه ارومیه

2- دانشجوی دکتری منابع آب دانشگاه بیرجند

\*- نویسنده مسئول: (Email: m\_nazeri2007@yahoo.com)

### مدل‌های تک متغیره آرما

سری زمانی اولین بار در هیدرولوژی از اوایل دهه 1960 توسط توماس، فیرینگ و یوجویچ آغاز گردید و در دهه 1970 توسط باکس و جنکین توسعه یافت. ساده‌ترین نوع مدل‌های سری زمانی از نوع خود همبسته 2 (AR) می‌باشند که بر اساس زنجیره مارکوف بنا نهاده شده اند. یک سری زمانی وقتی از زنجیره مارکوف تبعیت می‌کند که هر رخدادی در زمان  $t$  با زمان‌های قبل و بعد از خود مرتبط باشد. از دیگر مدل‌های سری زمانی می‌توان به مدل‌های خود همبسته با میانگین متحرک 3 (ARMA) و آرما 4 (ARIMA) اشاره نمود (Salas et al., 1980). با در نظر گرفتن سری زمانی نرمال و استاندارد  $Z_t$  مدل میانگین متحرک خودهمبسته  $ARMA(p,q)$  به شرح زیر در نظر گرفته شد. لازم به ذکر است که جهت بررسی نرمال بودن داده‌ها از ضریب چولگی و جهت نرمال کردن داده‌ها از توابعی نظیر جذر، معکوس، توان، مثلثاتی و غیره استفاده می‌شود.

$$Z_t = \sum_{i=1}^p (\varphi_i \cdot Z_{t-i}) - \sum_{j=1}^q (\theta_j \cdot \varepsilon_{t-j}) + \varepsilon_t \quad (1)$$

که در آن  $p$  مرتبه مدل AR،  $q$  مرتبه مدل MA،  $\varphi_i$  و  $\theta_j$  ضرایب مدل و  $\varepsilon_t$  سری تصادفی و نرمال مدل با میانگین صفر و واریانس  $\sigma_\varepsilon^2$  می‌باشد (Salas et al., 1980).

الف) ضرایب تابع خود همبستگی با تاخیر  $k$

$$p_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})^2} \quad (2)$$

که در آن  $X_t$  داده‌های مشاهداتی،  $\bar{X}$  میانگین داده‌های مشاهداتی،  $X_{t+k}$  داده مشاهداتی با تاخیر  $t+k$  و  $\bar{X}_{t+k}$  نیز میانگین داده‌های با تاخیر  $t+k$  است.

ب) ضرایب یا رسته مدل

$$A_k(K) = \frac{P_k - \sum_{j=1}^{k-1} A_j(K-1) \cdot P_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} A_j(K-1) \cdot P_j} \quad (3)$$

$j=1, 2, 3, 4, 5, \frac{1}{4}, K$

که در آن  $p_k$  ضریب خودهمبستگی با تاخیر  $k$  است.

ج) تعیین مرتبه مدل و انتخاب مدل مناسب به ازای معیار AICC (معیار آکاییکه اصلاح شده)

$$AICC(p, q) = n \ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + \frac{2(p+q+1)n}{(n-p-q-2)} \quad (4)$$

عنوان مدل‌های چندمتغیره سری‌های هیدرولوژی مطرح کردند (Matalas and Wallis., 1971). مژیا مدل‌های چندمتغیره شکننده خطی را مطرح کرد. به نظر می‌رسد استفاده از سری‌های چند متغیره در مدل‌سازی‌ها و پیش‌بینی‌های هیدرولوژی بتواند نتایج بهتری از مدل‌های تک متغیره ارائه کند (Mejia., 1971). کاماچو و همکاران استفاده از مدل‌های چندمتغیره را در منابع آب مورد استفاده قرار دادند و نتایج ایشان نشان داد که مدل‌های چندمتغیره از دقت بالاتری نسبت به مدل‌های تک متغیره برخوردارند (Camacho et al., 1985). هم‌چنین نتایج تحقیق ایشان نشان داد که مدل‌های چندمتغیره خصوصیات آماری سری‌های زمانی را به خوبی حفظ می‌کنند. انتظار می‌رود که مدل‌های چند متغیره همزمان آرما (CARMA<sup>1</sup>) با بهره‌گیری پارامترهای مؤثر بر مدل‌سازی پارامترهای هیدرولوژی، دقت مدل‌ها را افزایش داده و در زمینه منابع آب مفید باشند (Camacho and Mcleod., 1987). هدف از این تحقیق بررسی مدل چندمتغیره CARMA در پیش‌بینی و مدل‌سازی تراز سطح آب دریاچه ارومیه با استفاده از داده‌های ثبت شده متوسط سالانه تراز آب دریاچه و دبی جریان رودخانه‌های شهرچای، نازلوچای و باراندوزچای و مقایسه مدل مذکور با روش‌های تک متغیره مرسوم است.

### مواد و روش‌ها

#### منطقه مورد مطالعه

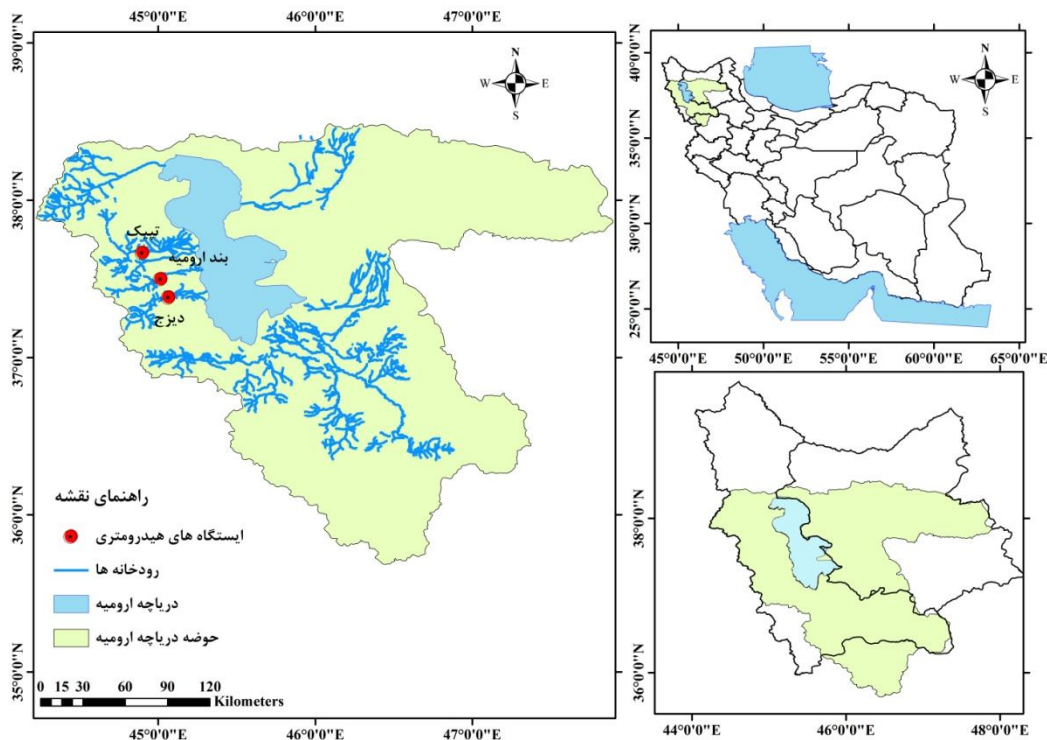
دریاچه ارومیه با مساحتی برابر با 51876 کیلومتر مربع در شمال ایران و در منطقه آذربایجان قرار دارد. این دریاچه طبق آخرین تقسیمات کشوری، بین دواستان آذربایجان شرقی و آذربایجان غربی تقسیم شده است. دریاچه ارومیه بزرگ‌ترین دریاچه داخلی ایران و دومین دریاچه آب شور دنیا است. سطح آب این دریاچه به دلیل تغییر اقلیم و افزایش مصارف آب حوزه در سال‌های اخیر به شدت کاهش یافته است. به‌طوریکه بیشینه تراز دریاچه در سال 1374 و کمینه آن در طی دوره آماری مورد بررسی در سال 1390 و به ترتیب برابر با 1277/67 و 1270/01 متر بوده و همچنان روند کاهشی خود را حفظ کرده است. در این تحقیق داده‌های متوسط دبی سالانه جریان رودخانه‌های شهرچای، نازلوچای و باراندوزچای واقع در غرب دریاچه ارومیه و داده‌های متوسط سالانه تراز آب این دریاچه در دوره آماری 1361-1390 استفاده شد. شکل 1 منطقه مورد مطالعه و موقعیت رودخانه‌های این حوضه را نشان می‌دهد. مشخصات ایستگاه‌های هیدرومتری و مشخصات آماری سری‌های زمانی مورد مطالعه نیز به شرح جدول 1 ارائه گردید.

2 - Auto Regressive

3- Auto Regressive Moving Average

4 -Auto Regressive Integrated Moving Average

1- Contemporaneous Autoregressive Moving Average



شکل 1- موقعیت رودخانه‌ها و ایستگاه‌های هیدرومتری مورد مطالعه در حوضه دریاچه ارومیه

جدول 1- مشخصات آماری سری زمانی جریان رودخانه‌های شهرچای، نازلوچای و باراندوزچای واقع در غرب دریاچه ارومیه

رودخانه	ایستگاه	دوره آماری	متوسط دبی (m <sup>3</sup> /s)	طول	عرض
شهرچای	بند	1361-1390	5/15	37 30 45 01	
نازلوچای	تیبیک	1361-1390	11/5	37 40 44 54	
باراندوزچای	دیزج	1361-1390	7/88	37 23 45 04	

که در آن‌ها  $O_i$ : داده‌های واقعی یا مشاهده‌ای و  $P_i$  و  $\hat{Q}_i$ : داده‌های پیش‌بینی و  $\bar{Q}_i$  میانگین داده‌ها هستند (Salas et al., 1980).

### مدل‌های چند متغیره آرما (همزمان آرما)

روش‌های متعددی در تجزیه و تحلیل و مدل‌سازی سری‌های زمانی چند متغیره هیدرولوژیکی موجود است. در مدل‌های چندمتغیره سری زمانی یکی از این روش‌ها استفاده از مدل‌های همزمان ARMA می‌باشد. ویژگی نوعی از مدل‌های هم‌زمان، ماتریس پارامترهای قطری است که برآورد پارامترهای آن مستقل از مدل‌های تک متغیره است. در کل از بین مدل‌های خطی چند متغیره سری زمانی، می‌توان به مدل اتورگرسیون چند متغیره  $MAR(p)$ ، مدل همزمان  $ARMA(p,q)$  که به عنوان مدل  $CARMA(p,q)$  تعریف می‌شود، مدل ترکیبی همزمان و میانگین متحرک  $CARMA(p,q)$  که به عنوان  $CSM-CARMA(p,q)$  تعریف می‌شود و مدل پریودیک اتورگرسیو چند متغیره فصلی  $MPAR(p)$  اشاره کرد (Salas et al., 1980). اغلب مدل‌سازی فرآیندهای هیدرولوژیکی چند

که در آن  $p$  و  $q$  رسته مدل و  $\hat{\sigma}_e^2$  واریانس سری زمانی باقی‌مانده مدل می‌باشند. آزمون نکویی برازش مدل نشان می‌دهد مدل انتخابی با چه سطح معنی‌داری قابل قبول است و به روش‌های مختلفی نظیر آزمون پورت مانتو، آزمون کای مربع، روش ضرائب فراوانی، روش گرافیک و روش حداقل مربعات قابل برازش است (Salas et al., 1980).

الف) مجذور متوسط مربعات خطا:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{n - 1}} \quad (5)$$

ب) آزمون همبستگی

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2}} \quad (6)$$

مدل CARMA قادر به حفظ تاخیر صفر و همبستگی متقابل در فضای بین مجموعه‌های مختلف است، علاوه بر آن وابستگی ساختار زمان برای هر مجموعه توسط پارامترها  $p$  و  $q$  تعریف شده است (Salas et al., 1980).

### برآورد پارامترهای مدل

با در نظر گرفتن  $n$  سال داده در هر مجموعه  $i$  با داده‌های مشاهداتی  $Y_t^{(i)}$  و  $i=1,2,3,\dots,n$  ماتریس مدل عمومی  $Y_t$  به صورت رابطه 9 توصیف می‌گردد:

$$Y_t = \mu + \sigma Z_t \quad (9)$$

که در آن  $\mu$  و  $\sigma$  به ترتیب میانگین و واریانس داده‌های  $Y_t$  است و استاندارددسازی متغیرها به منظور ایستایی سری داده‌ها با استفاده از رابطه 10 محاسبه می‌شود:

$$Z_t^{(i)} = \frac{(y_t^{(i)} - \mu_t^{(i)})}{\sigma^{(i)}}, i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

پارامترهای مدل  $CARMA(p(i), q(i))$  همانند پارامترهای مدل  $ARMA$  تعیین می‌گردد. سری زمانی باقی‌مانده مدل مستقل از زمان است، اما در میان خود وابسته است (در فضا وابسته است). این وابستگی متقابل با استفاده از رابطه 11 و 12 می‌تواند مدل شود:

$$\varepsilon_t^{(i)} = \frac{\varepsilon_t^{(i)}}{\sigma_t^{(i)}} \quad (11)$$

$$\varepsilon_t^{(i)} = B \xi_t \quad (12)$$

که در آن  $B$  با استفاده از رابطه 13 برآورد می‌گردد:

$$\widehat{B} \widehat{B}^T = \widehat{M}_0 \quad (13)$$

که در آن  $\widehat{M}_0$  برابر با ماتریس تابع خود همبستگی با تاخیر صفر است که از رابطه 14 محاسبه می‌گردد:

$$\widehat{M}_k = \begin{bmatrix} r_{k,11} & r_{k,12} & \dots & r_{k,1n} \\ r_{k,21} & r_{k,22} & \dots & r_{k,2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ r_{k,n1} & r_{k,n2} & \dots & r_{k,nn} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$r_{k,ij} = \frac{\sum_{t=1}^{N-K} (\varepsilon_t^{(i)} - \bar{\varepsilon}_t^{(i)}) (\varepsilon_{t+k}^{(j)} - \bar{\varepsilon}_{t+k}^{(j)})}{\sqrt{\sum_{t=1}^{N-K} (\varepsilon_t^{(i)} - \bar{\varepsilon}_t^{(i)})^2 \cdot \sum_{t=1}^{N-K} (\varepsilon_{t+k}^{(j)} - \bar{\varepsilon}_{t+k}^{(j)})^2}} \quad (15)$$

که در آن  $\bar{\varepsilon}_t^{(i)}$  میانگین  $N-K$  داده نو  $\bar{\varepsilon}_{t+k}^{(i)}$  میانگین  $N-K$  داده زاست.

در نهایت ماتریس پارامترهای مدل  $CARMA(p,q)$  به صورت

متغیره، بر اساس مدل کامل چند متغیره  $ARMA$ ، مشکلاتی در برآورد پارامترهای آن بوجود می‌آید. جهت رفع این مشکل مدل  $CARMA$  (مدل همزمان اتورگرسیو با میانگین متحرک) به عنوان یک جایگزین ساده‌تر برای مدل کامل چند متغیره  $ARMA$  پیشنهاد شد (Salas et al., 1980). در مدل  $CARMA(p,q)$  ماتریس پارامترهای هر دو مدل اتورگرسیو و میانگین متحرک به صورت قطری در نظر گرفته شده به طوری که یک مدل چند متغیره را می‌توان مستقل از مدل تک متغیره  $ARMA$  فرض کرد. بنابراین، به جای برآورد پارامترهای مدل به طور مشترک، می‌توان آن‌ها را به طور مستقل برای هر مجموعه تک متغیره  $ARMA$  برآورد کرد. که این امر سبب شناسایی بهترین مدل  $ARMA$  تک متغیره از بین مدل‌های موجود می‌گردد. بنابراین اگر یک مدل کامل چند متغیره  $ARMA$  مورد استفاده قرار گیرد، ساختار وابستگی متفاوت در زمان را می‌توان با در نظر گرفتن یک ساختار وابسته مشابه در زمان برای تمام مجموعه‌ها به جای مدل‌سازی برای هر مجموعه اعمال نمود (Salas et al., 1980).

مدل  $CARMA(p,q)$  را برای  $n$  مجموعه می‌توان به صورت رابطه 7 نشان داد:

$$Y_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i Y_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (7)$$

که در آن  $Y_t$  یک ماتریس ستونی  $n \times 1$  از سری مشاهداتی  $Y_t^k$  با توزیع نرمال و میانگین صفر به نمایندگی از مجموعه‌های مختلف  $k=1,2,\dots,n$   $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$  ماتریس قطری  $n \times n$  پارامترهای مدل اتورگرسیو (خودهمبسته) و  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  ماتریس قطری  $n \times n$  پارامترهای مدل میانگین متحرک است.  $\varepsilon_t$  نیز یک ماتریس  $n \times 1$  داده‌های تصادفی نرمال با میانگین صفر و واریانس -کواریانس  $g$  است.

$$\begin{bmatrix} Y_t^{(1)} \\ Y_t^{(2)} \\ \vdots \\ Y_t^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi^{11} \varphi^{12} & \dots & \varphi^{1n} \\ \varphi^{21} \varphi^{22} & \dots & \varphi^{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \varphi^{n1} \varphi^{n2} & \dots & \varphi^{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1}^{(1)} \\ Y_{t-1}^{(2)} \\ \vdots \\ Y_{t-1}^{(n)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{(1)} \\ \varepsilon_t^{(2)} \\ \vdots \\ \varepsilon_t^{(n)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

قبل از مدل‌سازی و انتخاب مدل برتر، داده‌های متوسط تراز سطح آب دریاچه مورد بررسی اولیه قرار گرفت. بررسی اولیه سری زمانی مورد نظر نشان داد که سری زمانی دارای روند کاهشی است و داده‌های سری زمانی از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کند. تغییرات سطح آب دریاچه ارومیه از سال 1360 تا 1390 در شکل 1 و نتایج بررسی تصادفی، روند و همگنی این داده‌ها در جدول 2 ارائه گردید.

از آنجا که شرط اساسی مدل‌سازی با استفاده از مدل‌های خطی سری زمانی، نرمال و ایستا بودن داده‌ها است، لذا قبل از مدل‌سازی و پیش‌بینی لازم است روند داده‌های سری زمانی را از بین برده و داده‌ها به توزیع نرمال نزدیک شوند. جهت از بین بردن روند از روش تفاضل‌گیری، به این صورت که داده‌ها به ترتیب صعودی مرتب شده و هر داده از داده ماقبل خود کسر می‌شود، استفاده شد. سری زمانی بدون روند به صورت شکل 3 و نتایج بررسی داده‌ها به صورت جدول 3 ارائه شد. همان‌طور که از شکل 3 قابل مشاهده است، تغییرات داده‌های سری زمانی یکنواخت و بین 0 و 1 محدود شده است.



شکل 2- نمودار داده‌های تاریخی متوسط سالانه تراز سطح آب دریاچه ارومیه در دوره آماری 30 ساله

جدول 2- نتایج آزمون‌های اولیه سری زمانی تراز سطح آب دریاچه ارومیه و دبی سه رودخانه مورد استفاده

آزمون	تراز سطح آب دریاچه (متر)	دبی جریان شهرچای (مترمکعب بر ثانیه)	دبی جریان نازلوچای (مترمکعب بر ثانیه)	دبی جریان باراندوزچای (مترمکعب بر ثانیه)
تصادفی بودن داده‌ها	5/622 p-Value	1/402 0/160	2/132 0/032	0/937 0/348
روند داده‌ها	3/903 p-Value	0/177 0/859	0/962 0/354	2/408 0/682
همگنی داده‌ها	4/832 p-Value	0/625 0/531	0/063 0/949	0/047 0/962

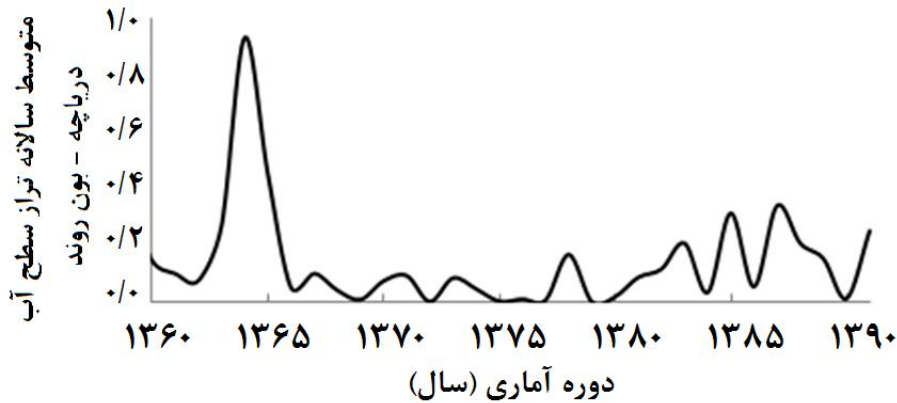
رابطه 16 قابل محاسبه است (Matalas., 1967):

$$\hat{A}_1 = \hat{M}_1 \hat{M}_0^{-1} \quad (16)$$

جهت مدل‌سازی می‌بایست آزمون استقلال و همگنی داده‌ها مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور از روش والد-ولفوویتس (ران-تست) برای بررسی استقلال و از روش ویلکاکسون برای بررسی همگنی داده‌های مورد مطالعه استفاده شد. جهت اطلاع بیشتر در مورد آزمون‌های ویلکاکسون، ران تست و روند به ویلکاکسون (wilcoxon., 1945)، مندلهال و رینمود (Mendenhall and Reinmuth., 1982)، کندال (Kendall., 1938) و همچنین خلیلی و همکاران (Khalili et al., 2015) مراجعه شود.

### نتایج و بحث

با استفاده از داده‌های متوسط سالانه تراز سطح آب دریاچه ارومیه و مدل‌های تک متغیره خانواده آرما در دوره آماری 30 ساله، اقدام به مدل‌سازی و پیش‌بینی تراز سطح آب دریاچه در مقیاس سالانه شد.



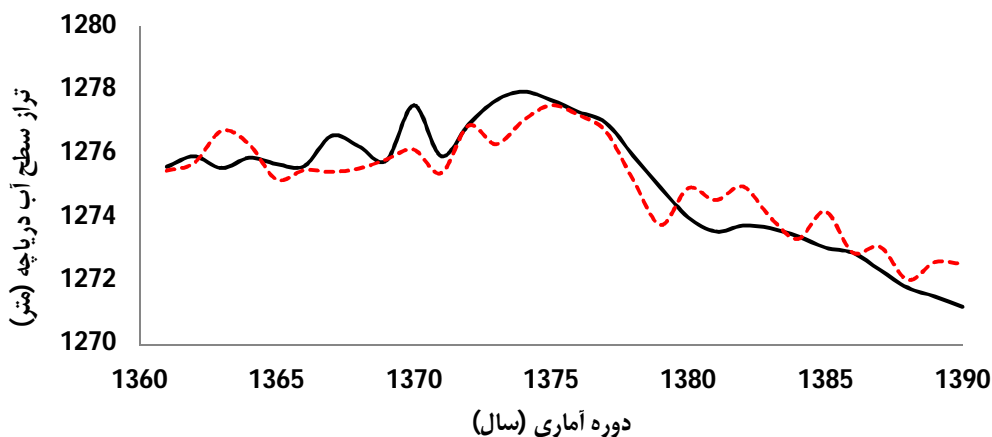
شکل 3- نمودار داده‌های سری زمانی بدون روند تراز سطح آب دریاچه ارومیه

جدول 3- نتایج آزمون‌های اولیه بررسی سری زمانی بدون روند داده‌های تراز سطح آب دریاچه ارومیه

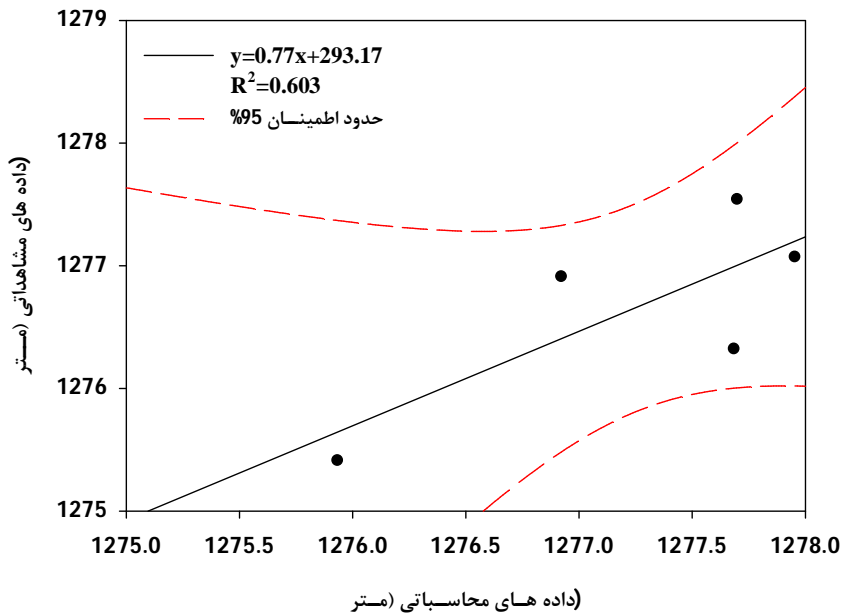
آزمون	آماره آزمون	احتمال آزمون	نتیجه آزمون
تصادفی بودن داده‌ها	1/927	0/003	تصادفی بودن داده‌ها
روند داده‌ها	1/502	0/132	بدون روند
همگنی داده‌ها	0/042	0/966	همگن بودن داده‌ها

نتایج جدول 3 نشان داد که داده‌های فاقد روند از نظر همگنی، روند و تصادفی بودن مورد قبول می‌باشند. این آزمون‌ها در واقع پیش‌نیاز و شرط اساسی مدل‌سازی سری‌های زمانی می‌باشند. بعد از تأیید بررسی اولیه داده‌های تراز آب دریاچه ارومیه، نتایج نشان داد که داده‌های بدون روند تراز سطح آب با استفاده از تابع تبدیل گاما و به ازای ضریب چولگی  $-0/132$  و داده‌های سری زمانی دبی متوسط سالانه رودخانه‌های شهرچای، نازلوچای و باراندوزچای به ترتیب با توابع تبدیل لگاریتمی، لگاریتمی و گاما و با ضرایب چولگی  $-0/112$ ،  $0/116$  و  $-0/019$  به ترتیب به شکل مناسبی نرمال می‌شوند. سپس داده‌های نرمال شده تراز آب دریاچه ارومیه با استفاده از مدل‌های سری زمانی خانواده آرما برازش داده شد و به ازای معیار آکاییکه کم‌تر معادل  $1/462$ ، مدل  $ARMA(4,1)$  به عنوان مدل برتر شناخته شد. نتایج مدل‌سازی، صحت‌سنجی و پیش‌بینی تراز سطح آب با استفاده از مدل  $ARMA(4,1)$  در شکل‌های 4 تا 6 نشان داده شده است.

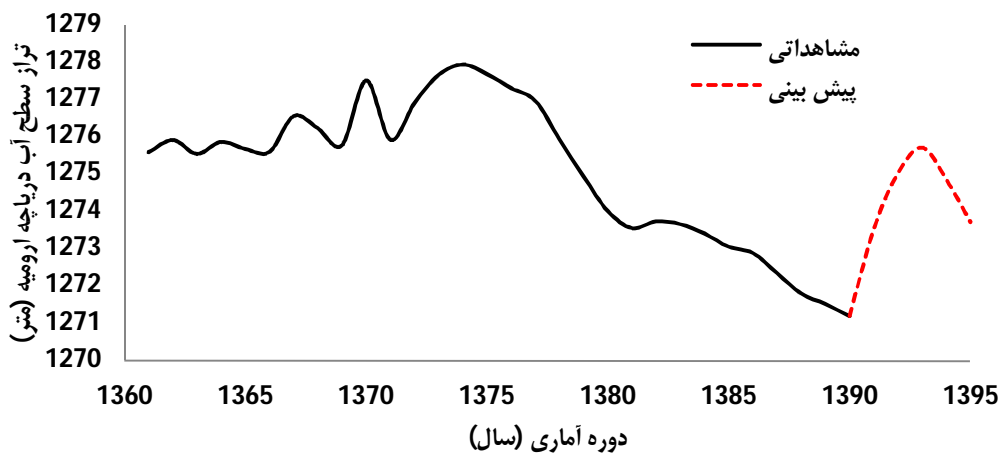
نتایج جدول 3 نشان داد که داده‌های فاقد روند از نظر همگنی، روند و تصادفی بودن مورد قبول می‌باشند. این آزمون‌ها در واقع پیش‌نیاز و شرط اساسی مدل‌سازی سری‌های زمانی می‌باشند. بعد از تأیید بررسی اولیه داده‌های تراز آب دریاچه ارومیه، نتایج نشان داد که داده‌های بدون روند تراز سطح آب با استفاده از تابع تبدیل گاما و به ازای ضریب چولگی  $-0/132$  و داده‌های سری زمانی دبی متوسط سالانه رودخانه‌های شهرچای، نازلوچای و باراندوزچای به ترتیب با



شکل 4- نتایج مدل‌سازی تراز سطح آب دریاچه ارومیه با استفاده از مدل‌های خانواده آرما



شکل 5- نتایج صحت سنجی مدل آرما جهت پیش بینی تراز سطح آب دریاچه



شکل 6- نتایج پیش بینی تراز سطح آب دریاچه ارومیه با استفاده از مدل ARMA(4,1)

استفاده از مدل های چند متغیره و با در نظر گرفتن داده های متوسط دبی سالانه رودخانه های شهرچای، نازلوچای و باراندوزچای به عنوان ورودی مدل، مدل سازی و پیش بینی گردید. با استفاده از داده های نرمال متوسط دبی سالانه رودخانه های مذکور و داده های تراز سالانه سطح آب دریاچه ارومیه، مدل CARMA(1,0) با کمترین مقدار واریانس در بین سایر مدل ها، به عنوان مدل برتر در نظر گرفته شد. پارامترها و ضرایب باقی مانده مدل در روابط 17 و 18 و شکل مدل- های CARMA(1,0) نیز در رابطه 19 ارائه گردید.

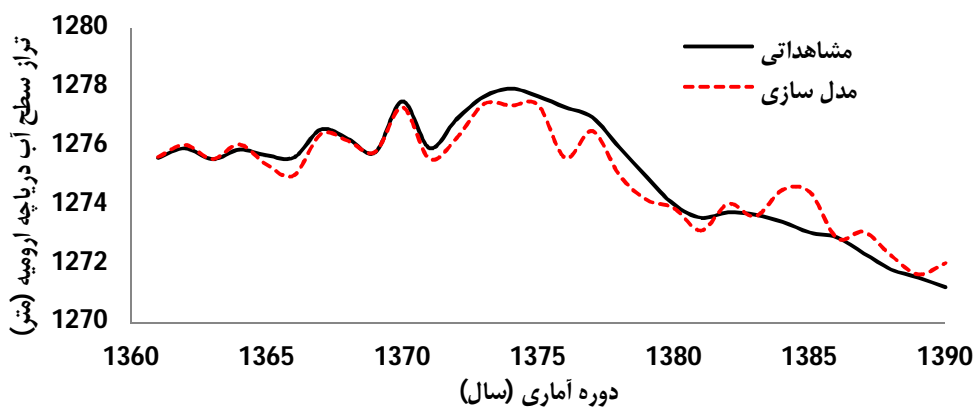
همانطور که در شکل 5 نشان داده شد، جهت بررسی دقت پیش بینی مدل ARMA(4,1)، از 5 سال انتهای دوره آماری استفاده شده است. به طوری که داده های تراز سطح آب 5 سال انتهای دوره آماری (1386-1390) جهت ارزیابی مدل در نظر گرفته شده و مدل با 25 سال داده مشاهده ای اجرا و توسط مدل، داده های 5 سال بدست آمد. در این شکل همبستگی بین داده های مشاهده ای و پیش بینی شده 5 سال انتهای دوره آماری محاسبه گردیده است. نتایج پیش بینی دبی جریان توسط مدل آرما نیز به صورت شکل 6 ارائه گردیده که نشان از افزایش تراز سطح آب دریاچه ارومیه دارد. بعد از مدل سازی با استفاده از مدل های تک متغیره خانواده آرما، تراز سطح آب دریاچه ارومیه با

که در آن،  $i = 1, 2, 3, 4$ ،  $Z_{t-1}^{(i)}$  به ترتیب داده‌های مشاهداتی یک دوره قبل تراز آب دریاچه، دبی جریان رودخانه شهرچای، نازلوچای و باراندوزچای می‌باشند. نتایج مدل‌سازی، صحت‌سنجی و پیش‌بینی تراز آب دریاچه ارومیه در شکل‌های 7 و 9 ارائه شده است. همانند مدل‌های تک متغیره آرما، جهت بررسی صحت‌سنجی مدل چند متغیره نیز از 5 سال داده مشاهداتی انتهای دوره آماری استفاده شد و نتایج به صورت شکل 8 ارائه گردید.

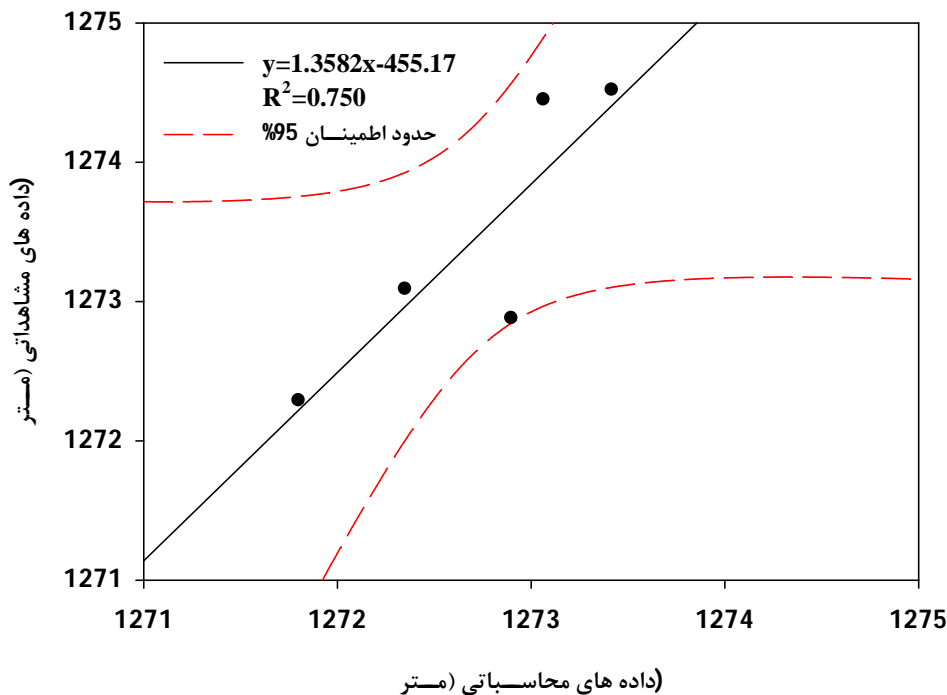
$$\hat{A}_1 = \begin{bmatrix} 6.5 * 10^{-40} & 0.073 & 0.087 & 0.256 \\ 0.073 & 0.177 & 0.157 & 0.167 \\ 0.087 & 0.157 & 0.170 & 0.149 \\ 0.256 & 0.168 & 0.149 & 0.795 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 2.54 * 10^{-20} & 0 & 0 & 0 \\ 0.345 & 0.240 & 0 & 0 \\ 0.337 & 0.106 & 0.210 & 0 \\ 0.731 & -0.347 & -0.291 & 0.234 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$Z_t^{(1)} = 6.5 * 10^{-40} (Z_{t-1}^{(1)}) + 0.073(Z_{t-1}^{(2)}) + 0.087(Z_{t-1}^{(3)}) + 0.256(Z_{t-1}^{(4)}) + 2.54 * 10^{-20} (\varepsilon_t^{(1)}) \quad (19)$$

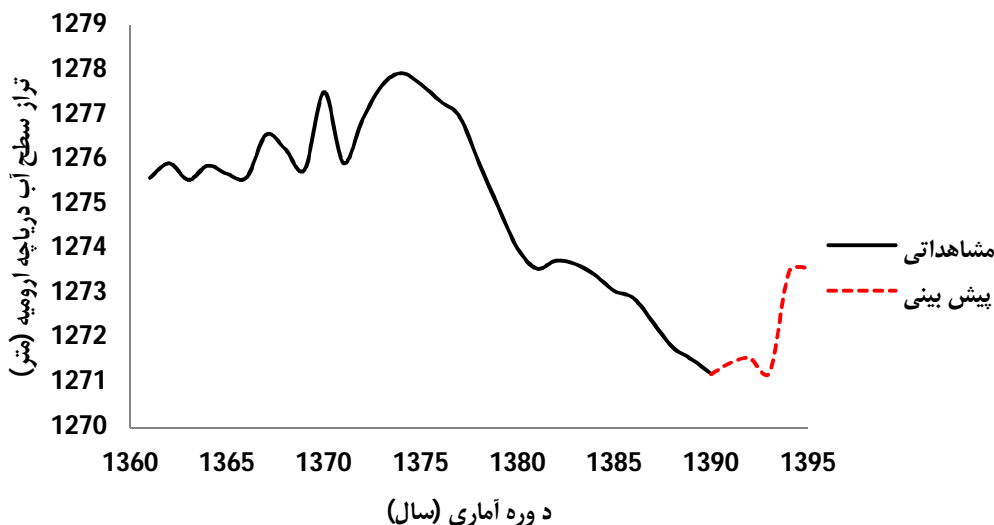


شکل 7- نتایج مدل‌سازی تراز سطح آب دریاچه ارومیه با استفاده از مدل‌های چند متغیره خانواده آرما



شکل 8- نتایج صحت‌سنجی مدل چندمتغیره آرما جهت پیش‌بینی تراز سطح آب دریاچه





شکل 9- نتایج پیش‌بینی تراز سطح آب دریاچه ارومیه با استفاده از مدل چند متغیره آرما

(1985) به دست آمد.

### نتیجه‌گیری

مدل‌سازی فرآیندهای هیدرولوژیکی متأثر از پارامترهای مختلف موجود در منطقه مورد مطالعه است. به همین دلیل با دخالت پارامترهای مرتبط با داده‌های مورد استفاده در مدل‌سازی، تا حد زیادی می‌توان دقت مدل‌سازی و تحلیل را افزایش داد. در این مطالعه با استفاده از داده‌های متوسط سالانه رودخانه‌های شهرچای، نازلوچای و باراندوزچای و همچنین داده‌های سالانه تراز آب دریاچه ارومیه، اقدام به مدل‌سازی و پیش‌بینی تراز آب دریاچه در مقیاس سالانه شد. در این راستا، از دو مدل تک متغیره آرما (تراز سطح آب دریاچه ارومیه به عنوان ورودی) و چند متغیره کارما (دبی متوسط سالانه سه رودخانه مذکور و تراز سطح آب دریاچه در مقیاس سالانه، به عنوان ورودی) استفاده شد. بعد از نرمال‌سازی و حذف روند داده‌های مورد استفاده، تراز سطح آب دریاچه ارومیه در دو مرحله مدل‌سازی شد. در نوبت اول، تراز سطح آب دریاچه در مقیاس سالانه با استفاده از مدل‌های تک متغیره خانواده آرما مورد بررسی قرار گرفت و به ازای معیار آکاییکه کم‌تر، مدل  $ARMA(4,1)$  با معیار آکاییکه (رابطه 4) برابر با  $1/462$  به عنوان مدل برتر انتخاب شد. با استفاده از 5 سال انتهایی دوره آماری، دقت مدل‌سازی مدل منتخب مورد ارزیابی قرار گرفت. داده‌های 5 سال انتهایی دوره آماری حذف گردید و سپس با استفاده از مدل  $ARMA(4,1)$  داده‌های 5 سال حذف شده، پیش‌بینی شد. با استفاده از نتایج برآزش داده‌های محاسباتی و مشاهداتی، ضریب همبستگی  $0/602$  برای مدل  $ARMA(4,2)$  حاصل شد. در نوبت دوم، با استفاده از داده‌های سه رودخانه مذکور و تراز سطح آب دریاچه

نتایج همبستگی داده‌های مشاهداتی و مدل شده توسط مدل چندمتغیره خانواده آرما نشان از دقت بهتر مدل نسبت به مدل تک متغیره دارد. نتایج پیش‌بینی تراز سطح آب دریاچه ارومیه با استفاده از مدل  $CARMA(1,0)$  به شرح شکل 9 ارائه گردید.

پیش‌بینی تراز سطح آب دریاچه ارومیه با استفاده از مدل چند متغیره آرما نیز نشان از افزایش سطح آب دریاچه ارومیه دارد. البته افزایش تراز سطح آب در این روش با شیب ملایم‌تری نسبت به پیش‌بینی مدل تک متغیره آرما اتفاق افتاده است. جهت بررسی دقیق‌تر نتایج دو مدل، از معیار ریشه دوم میانگین مربع خطا (RMSE) استفاده شد و نتایج به شرح جدول 4 ارائه گردید.

جدول 4- نتایج حاصل از بررسی معیار خطا (RMSE) دو مدل استفاده شده در پیش‌بینی تراز سطح آب دریاچه ارومیه

RMSE (m)	
مدل $ARMA(4,1)$	مدل $CARMA(0,1)$
0/807	0/620

نتایج حاصل از بررسی و محاسبه معیار خطا نیز همانند شکل‌های 5 و 8 (بررسی همبستگی)، نشان از دقت بالای مدل  $CARMA(1,0)$  نسبت به مدل  $ARMA(4,1)$  دارد. نتایج صحت-سنجی هر دو مدل نشان داد که مدل  $CARMA(0,1)$  به عنوان مدل برتر جهت بررسی و مدل‌سازی تراز سطح آب دریاچه ارومیه است. علاوه بر در نظر گرفتن ضریب همبستگی، معیار جذر میانگین مربعات خطا برای نتایج مدل‌سازی هر دو روش محاسبه گردید. این معیار خطا نیز بیان‌گر بهتر بودن مدل  $CARMA(0,1)$  نسبت به مدل  $ARMA(4,1)$  بود که نتایجی مشابه با تحقیق (Camacho et al., )

- Kendall, M.G. 1938. A new measure of rank correlation. *Biometrika*. 36: 81-93.
- Khalili, K., Nazeri Tahrudi, M., Abbaszadeh Afshar, M and Nazeri Tahrudi, Z. 2014. Modeling Monthly Mean Air Temperature Using SAMS2007 (Case Study: Urmia synoptic station). *Journal of Middle East Applied Science and Technology*. 15: 578-583.
- Khalili, K., Tahoudi, M., Mirabbasi, R and Ahmadi, F. 2015. Investigation of spatial and temporal variability of precipitation in Iran over last half century. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*. 4: 1-17.
- Matalas, N.C. 1967. Mathematical assessment of synthetic hydrology. *Journal of Water Resource*. 3. 4: 937-945.
- Matalas, N.C and Wallis, J.R. 1971. Statistical properties of multivariate fractional noise processes. *Journal of water resource*. 3.4: 1460-1468.
- Mejia, J.M. 1971. On the generation of multivariate sequences exhibiting the Hurst phenomenon and some state university, Fort Collins, Colorado.
- Mendenhall, W and Reinmuth, J. 1982. *Statistics for Management and Economics*, Fourth Edition, Duxbury Press.
- O'Connell, P.E. 1974. Stochastic modeling of long-term persistence in stream flow sequences. Ph.D, Thesis. Imperial College, University of London.
- Salas, J.D., Delleur, J.W., Yevjevich, V and Lane, W.L. 1980. *Applied Modeling of hydrologic Time Series*. Water resource Publications, P. O. Box 2841. Littleton, Colorado. 80161, U.S.A. 484 Papers.
- Valencia, D and Schaake, J.C. 1973. Disaggregation processes in stochastic hydrology. *Journal of water resource*. 9. 3: 580-585.
- Wilcoxon, F. 1945. Individual comparison by ranking methods, *Biometrics*. 1.6 :80-83
- Young, G.D and Pisano, W.C. 1968. Operational hydrology using residuals. *Journal of hydrology*. 944: 909-923.
- ارومیه، تراز سطح آب دریاچه ارومیه، مدل سازی شد و مدل CARMA(0,1) به عنوان مدل منتخب ارائه گردید. نتایج بررسی صحت سنجی این مدل، ضریب همبستگی 0/750 را برای داده های مشاهداتی و محاسباتی در بر داشت. این مقدار ضریب همبستگی با توجه به شکل 8 در محدوده اطمینان 95 درصد واقع شده است. با مقایسه دو مدل مورد بررسی نتایج نشان داد که مدل چندمتغیره آرما (CARMA) دقتی حدود 20 درصد بیش تر و مقدار خطای حدود 23 درصد کم تر از مدل تک متغیره آرما در مدل سازی داده های تراز سطح آب دریاچه ارومیه ارائه می کند. نتایج مدل سازی تراز سطح آب دریاچه با استفاده از مدل همزمان آرما نشان داد که مدل مذکور به دلیل دخالت دادن دبی جریان ورودی و در نظر گرفتن وزن نسبی برای آن ها، نتایج بهتری را ارائه کرده است. همچنین با توجه به رابطه ارائه شده توسط مدل همزمان آرما، مشاهده می شود که مدل مذکور وزن نسبی کمتری برای داده های تراز سطح آب و وزن بیشتری به داده های دبی جریان سه رودخانه در در نظر گرفته است. که این موضوع نشان دهنده تأثیر بیش تر دبی جریان در مدل سازی و پیش بینی تراز سطح آب دریاچه ارومیه دارد.

#### منابع

- Box, G.E and Jenkins, G.M. 1976. *Time series analysis. Forecasting and Control*, San Francisco: Holden-Day.
- Camacho, F and Mcleod, I.A. 1987. Multivariate contemporaneous ARMA model with hydrological applications. *Journal of Stochastic Hydrology and Hydraulics*. 1: 141-154.
- Camacho, F., Mcleod, I.A and Hipet, K.W. 1985. Contemporaneous autoregressive moving average (CARMA) modeling in water resources. *American water resources association*. 21(4): 709-720.
- Fiering, M.B. 1964. Multivariate techniques for synthetic hydrology. *Journal of hydrology*. 90.5: 43-60.

## Univariate and Multivariate Time Series Assessment in Forecasting Urmia Lake Water Level

K. Khalili<sup>1</sup>, M. Nazeri Tahrudi<sup>2\*</sup>

Received: Jan.23, 2016

Accepted: May.25, 2016

### Abstract

For over three decades, hydrologists were recommended multivariate models to describe and modeling complex hydrological processes. While recently the multivariate models in hydrology is discussed. In multivariate models, the modeling and predicting various parameters can be improved by involving other factors. In this study, univariate and contemporaneous multivariate ARMA models (CARMA) were evaluated for modeling of Urmia lake water level. The time series of Urmia Lake water level in annual scale in the period of 1982-2011 were used for ARMA models and the time series of Shahrchai, Nazloochoi and Barandoozchai flow rates and Urmia Lake water level in mentioned data period were used for CARMA models. The results of evaluation and verification of models showed that by adding river flow data, the accuracy of modeling and verification of models will increase. Also the results showed that according to R-square coefficient equal to 0.75 between validation data of models and the root mean square error criterion equal to 0.62, the CARMA models can provide better results than ARMA models. Using multivariate models in the modeling and forecasting of Urmia lake water level increased the accuracy of modeling about 20 percent.

**Keywords:** ARMA model, CARMA model, Forecasting, Time series, Urmia lake

1- Assistant Professor, Water Resource Department, College of Agricultural, Urmia University

2- Ph.D. Student of Water Resources Management, Birjand University

(\*- Corresponding Author Email: m\_nazeri2007@yahoo.com)