

تأثیر طول آب‌بند قائم بر گرادیان خروجی پایین‌دست بندهای انحرافی با استفاده از نگاشت همدیس

سید حسین مجتهدی^۱، محمود فغفور مغربی^{۲*}

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۶/۲ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۷/۲۷

چکیده

گرادیان هیدرولیکی در انتهای پایین‌دست و دبی نشت عبوری از زیر بند انحرافی می‌تواند توسط آب‌بند کنترل شود. در این مقاله، با استفاده از تئوری نگاشت همدیس و در حالت عمق نامحدود لایه نفوذناپذیر، معادلات گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از پایین‌دست سازه و همچنین دبی نشت بدست آمده است. همچنین با توجه به معادلات بدست آمده، نمودارهایی در خصوص تغییرات دبی عبوری نسبت به فاصله از پایین‌دست سازه و همچنین طول لازم آب‌بند تولید شد. مسئله برای سه حالت مختلف آب‌بند قائم در انتهای پایین‌دست، آب‌بند قائم در انتهای بالادست و دو آب‌بند قائم در بالادست و پایین‌دست حل گردید. نتایج نشان داد تأثیر وجود دو آب‌بند در بالادست و پایین‌دست در کاهش دبی نشت بیش‌تر از وجود یک آب‌بند در بالادست و یا همان آب‌بند در پایین‌دست است. همچنین در یک نسبت ثابت طول سازه b به طول آب‌بند S ، وجود آب‌بند در پایین‌دست تأثیر بیش‌تری در کاهش دبی نشت نسبت به آب‌بند بالادست دارد به طوری که اگر $b/S = 1.5$ باشد، در فاصله $0.5b$ از انتهای پایین‌دست سازه، تأثیر آب‌بند پایین‌دست در کاهش دبی نشت، ۶ درصد بیش‌تر از آب‌بند بالادست می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: آب‌بند، بند انحرافی، گرادیان هیدرولیکی، نشت، نگاشت همدیس

مقدمه

محدود نرم افزار Ansys انجام گردید. حجتی و همکاران (۱۳۹۳) موقعیت بهینه مکانی و زاویه پرده آب‌بند در زیر سدهای خاکی را توسط مدل آزمایشگاهی و عددی بررسی نمودند. مدل‌سازی عددی با استفاده از مدل المان محدود نرم‌افزار Seep/W انجام گرفت. محمود و همکاران (۱۳۹۵) توسط یک مدل عددی به بررسی اثر طول زهکش افقی بر دبی نشت، نیروی زیر فشار و گرادیان هیدرولیکی در سد خاکی همگن پرداختند. نوروزی و همکاران (۱۳۹۵) تأثیر دیوار آب‌بند بر گرادیان خروجی و نشت در سد سنگریزه‌ای سیلان را با شبیه‌سازی عددی مطالعه کردند و یوسفی و همکاران (۱۳۹۵) نیز با استفاده از یک مدل آزمایشگاهی، تأثیر پرده آب‌بند بر کنترل نشت و پدیده جوشش در پی آب‌رقتی سازه‌های هیدرولیکی را بررسی کردند. احمدیان و همکاران (۱۳۹۶) با استفاده از تئوری نگاشت همدیس، موقعیت و زاویه قرارگیری بهینه دیواره‌های آب‌بند در سدهای انحرافی را بدست آوردند. اما می‌توان گفت قدیمی‌ترین روش‌های تجربی طراحی بر اساس تئوری بلیق و تئوری خزش وزنی لین می‌باشند (Lane., 1935 و Bligh., 1910). خوسلا و همکاران روش تحلیلی را برای سازه‌ها با آب‌بند میانی یا انتهایی در حالت عمق نامحدود محیط نفوذپذیر زیرین سازه ارائه کردند. آن‌ها همچنین روش متغیرهای مستقل را برای در نظر گرفتن آب‌بندهای متعدد پیشنهاد

کف‌های نفوذناپذیر سازه‌های آبی باید طوری طراحی شوند که در برابر شکستگی کف به دلیل فشار بالا برنده و زیرشویی در انتهای پایین‌دست به‌خاطر گرادیان خروجی بیش از حد، مقاوم باشند. بررسی جریان نشت از زیر سازه‌های هیدرولیکی در حالت وجود آب‌بند با استفاده از روش‌های تحلیلی و عددی توسط محققین مختلفی انجام شده است. عفیفی (۱۳۸۵) اثر دیوار آب‌بند بر نشت از زیر سدهای خاکی در محیط‌های ناهمگن را با استفاده از مدل نرم‌افزاری Seep/W که بر پایه المان محدود می‌باشد بررسی کرد. قبادیان و خدایی (۱۳۸۸) تأثیرات دیواره آب‌بند و زهکش بر نیروی زیرفشار و گرادیان خروجی زیر سازه‌های آبی را به‌روش عددی احجام محدود بررسی کردند. صیادزاده و زمردیان (۱۳۹۲) به بررسی تأثیر پرده سپر مایل بر خصوصیات جریان و فشار بالا برنده در پی سدهای نفوذناپذیر پرداختند. در این تحقیق، مدل‌سازی عددی با استفاده از مدل المان

۱- کارشناس ارشد سازه‌های هیدرولیکی و عضو هیأت علمی گروه مهندسی عمران مؤسسه آموزش عالی اسرار، مشهد
۲- استاد گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد،
* - نویسنده مسئول: (Email: Maghrebi@um.ac.ir)

نیامده و همچنین در حالت نشت به محیط با عمق نامحدود، به معادله دبی نشت پرداخته نشده است.

در این مقاله، روابط تحلیلی به‌صورت فرم بسته برای گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از پایین‌دست سازه برای جریان نشت در زیر یک بند انحرافی که محیط متخلخل زیرین آن با عمق نامحدود است ارائه شد. همچنین با استفاده از یک روش ساده، معادله دبی نشت نسبت به فاصله از پایین‌دست نیز مورد محاسبه قرار گرفته است. همچنین از نتایج معادلات بدست آمده برای تهیه گراف‌هایی جهت طراحی و تعیین طول لازم آب‌بند و طول حفاظت پایین‌دست سازه استفاده شد. تهیه این گراف‌ها می‌تواند کمک شایانی در طراحی بندهای انحرافی و همچنین جایگزین مناسبی به‌جای حل معادلات شامل انتگرال‌های بیضوی باشند. لازم به ذکر است در حل تحلیلی به روش نگاشت همدیس بسته به مسئله مورد بررسی، حل معادلات حاصل شده منجر به تولید توابعی خاص (Special Functions) می‌شود که یک دسته از آن‌ها توابع ژاکوبی و انتگرال‌های بیضوی می‌باشند. با توجه به اینکه حل این توابع خاص گاهی اوقات زمان‌بر است بنابراین می‌توان به عنوان یک راه‌حل کاربردی، معادلات حاصل شده را به نمودار تبدیل کرد تا استفاده و نتیجه‌گیری از آن‌ها راحت‌تر باشد. در این پژوهش، گراف‌هایی جهت برآورد دبی نشت بر حسب طول آب‌بند و فاصله از انتهای پایین‌دست سازه بدست آمده است.

مواد و روش‌ها

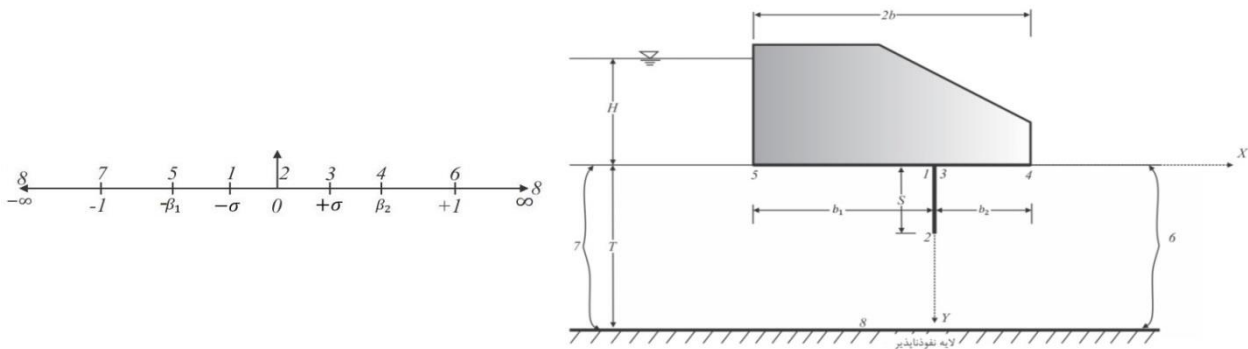
روش تحلیلی مورد استفاده در این مقاله بر اساس روشی است که توسط پاولوفسکی پیشنهاد گردید. این روش، بکار بردن تبدیل شوارتز- کریستوفل در دو مرحله است. در مرحله اول، محیط صفحه فیزیکی مسئله (صفحه z) به نیم صفحه کمکی t نگاشت می‌شود و رابطه $z = F_1(t)$ بدست می‌آید. در تبدیل مرحله دوم، ناحیه مستطیل شکل پتانسیل مختلط (صفحه w) به شکل همدیس بر صفحه کمکی t نگاشت شده و تابع $w = F_2(t)$ بدست می‌آید. با استفاده از دو رابطه گفته شده، رابطه تابعی بصورت $z = F(w)$ بین صفحات z و w حاصل خواهد شد. رابطه تبدیل شوارتز- کریستوفل به‌صورت ۱ است.

$$z = M_1 \int \frac{dt}{(t-t_1)^{\lambda_1} (t-t_2)^{\lambda_2} \dots} + N \quad (1)$$

در این رابطه t_1 ، t_2 و ... نقاط مختلف نقاط مختلف از صفحه z بر روی نیم صفحه کمکی t ، λ_1 ، λ_2 و ... زاویه نقاط متناظر در صفحه z بر حسب رادیان و M_1 و N نیز ثابت‌های رابطه هستند. مسئله برای سه حالت مختلف آب‌بند قائم در انتهای پایین‌دست، آب بند قائم در انتهای بالادست و دو آب‌بند قائم با طول‌های مساوی در

کردند (Khosla et al., 1936). مالهوترا تحلیل کف‌بندهای مسطح با آب‌بندهای مساوی را در دو انتها که در یک محیط نامحدود قرار دارند، ارائه نمود (Malhotra., 1936). پاولوفسکی روش‌های تحلیلی را برای دو حالت نشت با عمق محدود زیرین سازه ارائه کرد: یکی کف‌بند مسطح با یک آب‌بند و دیگری کف‌های مدفون بدون آب بند. فیلیچاکوف راه‌حل تحلیلی نشت را از یک محیط محدود با الگوهای مختلف بند انحرافی و آب‌بند ارائه کرد (Polubarinova-Kochina., 1962). هار نیز راه‌حل‌های تحلیلی را برای بندهای انحرافی در حالت وجود یک آب‌بند و نیز دو آب‌بند در دو انتها و مدفون شدگی سازه در یک محیط با عمق نامحدود ارائه کرد (Harr., 1962). بانرجی و مولشکوف راه‌حل تحلیلی برای نشت در عمق محدود در فرازبند دو جداره را ارائه داد (Banerjee and Muleshkov., 1992). ایجام راه‌حل تحلیلی نشت را از زیر یک بند انحرافی در یک محیط نامحدود با وجود یک آب‌بند شیب‌دار در انتهای پایین دست ارائه نمود. در این تحقیق وی معادله گرادیان هیدرولیکی را نسبت به فاصله از انتهای پایین دست بدست آورد (Ijam., 1994). فاروق و اسمیت طراحی سازه‌های هیدرولیکی با دو فیلتر میانی را مطالعه کردند. سازه مورد بررسی شامل دو آب‌بند در دو انتها بر روی محیط نفوذپذیر با عمق محدود و روش مورد استفاده، نگاشت همدیس می‌باشد. با استفاده از نتایج روش تحلیلی مذکور، نمودارهای طراحی برای استفاده آسان تولید شدند (Farouk and Smith., 2000). گول و پیلائی اثر حفاظت سنگ چین پایین دست یک کف‌بند مسطح با یک آب‌بند در انتهای پایین دست را بر گرادیان خروجی در حالت نشت در عمق نامحدود مطالعه کردند (Goel and Pillai., 2010). جین و ردی مسئله نشت در عمق محدود در زیر یک کف‌بند مسطح با دو آب‌بند مساوی در انتهای بالادست و پایین‌دست را بررسی نمودند (Jain and Reddi., 2011). احمد جریان نشت از زیر سازه‌های هیدرولیکی را با استفاده از یک برنامه رایانه‌ای بر پایه المان محدود در موقعیت‌های مختلف سپری بررسی کرد (Ahmed., 2011). مک لافلین و احمد نشت از زیر سازه‌های هیدرولیکی با یک فیلتر میانی را مطالعه کردند. در این تحقیق، جریان نشت از زیر سازه‌های هیدرولیکی با فیلترهای میانی و با در نظر گرفتن جریان از سواحل کانال توسط یک برنامه رایانه‌ای بر پایه المان محدود مورد بررسی قرار گرفت (McLoughlin and Ahmed., 2012). احمد و همکاران تحلیل سه بعدی جریان نشت از زیر سازه‌های هیدرولیکی با فیلترهای میانی را انجام دادند. در این تحقیق، ترکیبات مختلف فیلترهای میانی، طول-های سازه، هد و عمق سپری در جریان نشت بر اساس یک مدل المان محدود مطالعه گردید (Ahmed et al., 2014). در اکثر مطالعات انجام شده، بیش‌تر به روش‌های عددی و یا آزمایشگاهی پرداخته شده است و در روش‌های تحلیلی ذکر شده نیز معادله گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از انتهای پایین دست سازه بدست

بالادست و پایین دست حل شده است. در بخشی از حالت‌های مورد بررسی از نتایج روش حل پاولوفسکی استفاده شد.



شکل ۱- صفحات نگاشت هم‌دیس در حالت وجود آب‌بند و محیط محدود زیرین سازه (باز ترسیم شده از (Harr., 1962))

با این شرایط پارامتر $\sigma = 0$ و مقادیر β_1 و β_2 نیز به یک پارامتر مجهول β تبدیل می‌شوند که در نتیجه روابط ۴ بدست خواهد آمد.

$$m = \sqrt{\frac{2\beta}{1+\beta}}; \beta = \text{Tanh} \frac{\pi b}{T} \quad (۴)$$

شکل ۲ نشان‌دهنده تغییرات q/kH به صورت تابعی از b/T است.

مطابق شکل ۲ با کاهش عمق لایه نفوذناپذیر یعنی افزایش نسبت b/T ، دبی نشت کاهش یافت تا جایی که q/kH به مقدار حدی صفر رسید. با فرض $b/T = 0.01$ به عنوان لایه نفوذناپذیر در عمق بی‌نهایت، مقدار $q/kH = 1.86522$ حاصل خواهد شد و این مقدار ملاک سایر حالت‌های تحلیل خواهد بود.

آب‌بند قائم در انتهای پایین دست

در این بخش، از مطالعات انجام شده توسط ایچام که حل تحلیلی مسئله نشت را در حالت قرارگیری آب‌بند شیب‌دار در انتهای پایین دست انجام داد استفاده شده است (Ijama., 1994). وی معادله گرادیان هیدرولیکی را نسبت به فاصله از انتهای پایین دست سازه بدست آورد. سپس حالت خاص آن، یعنی حالت آب‌بند قائم از آن استخراج گردید. شکل صفحه فیزیکی مسئله و صفحه کمکی در نگاشت انجام شده مذکور به صورت اشکال (۳-الف) و (۳-ب) خواهد بود. ایچام (۱۹۹۴) نقطه P را یک نقطه دلخواه در پایین دست انتهای سازه انتخاب کرد که این نقطه در صفحه کمکی بر روی نقطه t_P نگاشت شد. پس از بدست آوردن رابطه بین صفحه فیزیکی مسئله و صفحه کمکی، با جای‌گذاری مختصات نقاط B و P در آن، مقدار پارامترهای مجهول t_B و t_P از روابط ۵ و ۶ بدست آمد.

$$-\frac{b}{S} = \sqrt{t_B^2 - 1} \quad (۵)$$

حالت‌های مختلف قرارگیری آب‌بند قائم و حل تحلیلی معادله گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از پایین دست سازه

در این قسمت ابتدا راه‌حل تحلیلی انجام شده توسط پاولوفسکی در مورد مسئله شکل (۱-الف) برای یافتن میزان دبی نشت از زیر یک بند انحرافی بدون آب‌بند که یک لایه نفوذناپذیر با عمق نا محدود در زیر آن قرار گرفته، ساده‌سازی می‌شود (Harr., 1962). در شکل (۱-الف) محیط صفحه فیزیکی مسئله و در شکل (۱-ب) نگاشت نقاط مختلف صفحه مذکور بر روی صفحه کمکی t جهت استفاده در تبدیل شوارتز- کریستوفل نشان داده شد.

مطابق شکل (۱-الف)، پاولوفسکی پس از حل مسئله گفته شده، به روابطی جهت محاسبه دبی نشت و همچنین پارامترهای مجهول مسئله که مربوط به نگاشت نقاط مختلف صفحه فیزیکی بر روی صفحه کمکی t هستند، دست یافت.

$$q = \frac{kH \times K'(m)}{K(m)} \quad (۲)$$

در این رابطه، q دبی نشت در واحد عرض سازه، k ضریب نفوذپذیری بر حسب m/s ، $K(m)$ تابع انتگرال بیضوی کامل نوع اول با مدول m و $K'(m)$ تابع انتگرال بیضوی کامل نوع اول با مدول m' می‌باشند. مدول m مطابق رابطه ۲ بدست آمد.

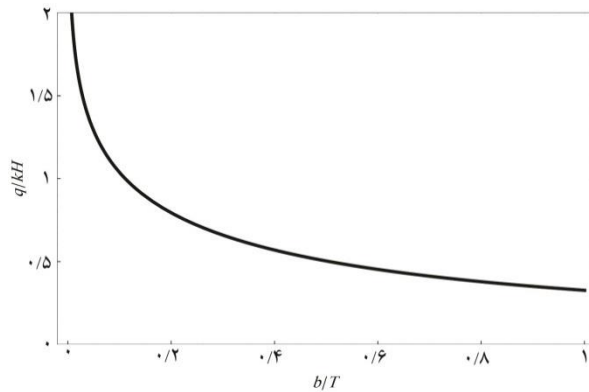
$$m = \sqrt{\frac{2(\beta_1 + \beta_2)}{(1 + \beta_1)(1 + \beta_2)}} \quad (۳)$$

که در آن $m' = \sqrt{1 - m^2}$ و β_1 و β_2 پارامترهای مجهول هستند. جهت ساده‌سازی مسئله فوق و محاسبه دبی نشت از زیر سازه‌ای که بدون آب‌بند و لایه نفوذناپذیر آن در عمق بی‌نهایت می‌باشد، طول آب‌بند یعنی S برابر صفر فرض و برای اعمال شرایط عمق بی‌نهایت لایه نفوذناپذیر، نسبت $b/T = 0.01$ فرض می‌شود.

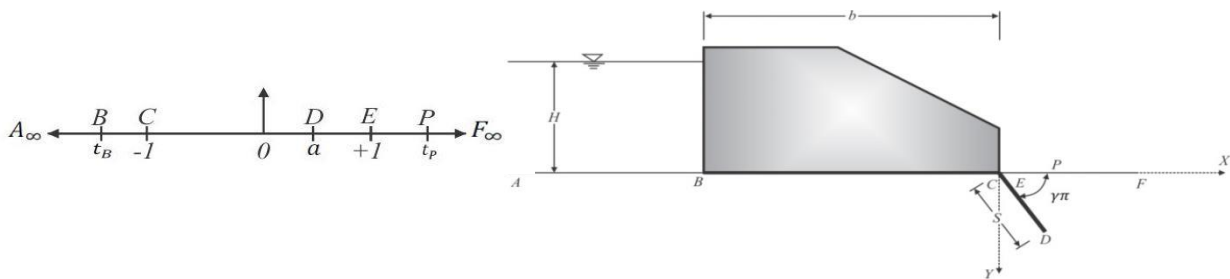
فرض اینکه آببند بصورت قائم، یعنی در شکل (۳-الف) $\gamma = \pi/2$ باشد.

$$\frac{x_P}{S} = \sqrt{t_P^2 - 1} \quad (۶)$$

در رابطه فوق، x_P فاصله از انتهای پایین دست سازه می باشد. با



شکل ۲- تغییرات q/kH به صورت تابعی از b/T



الف- صفحه فیزیکی مسئله (صفحه z)

ب- صفحه کمکی t

شکل ۳- صفحات نگاشت همدیس در حالت وجود آببند در پایین دست (باز ترسیم شده از (Harr., 1962))

آببند در انتهای بالادست

در این بخش راه حل تحلیلی محاسبه معادله گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از پایین دست سازه با استفاده از نگاشت همدیس بدست آورده شد. معادله گرادیان هیدرولیکی قبلا در راه حل های محققین پیشین مشاهده نشده است و فقط به محاسبه مقدار گرادیان هیدرولیکی در انتهای پایین دست سازه اشاره شده بود. در این حالت آببند قائم در انتهای بالادست قرار گرفته است. صفحه فیزیکی مورد بررسی در شکل (۴-الف) نشان داده شده است. در شکل (۴-الف) نقطه P ، نقطه ای دلخواه در پایین دست سازه که با ابتدای سازه فاصله ای برابر $b+x$ دارد. در این شکل، $BCDEF$ شکل کنتور سطح زیرین سازه را نشان می دهد که شامل آببند CDE نیز می باشد. با نگاشت این صفحه بر روی نیم صفحه پایینی صفحه کمکی t ، شکل (۴-ب) بدست خواهد آمد. نقاط F و P به ترتیب بر روی نقاط L_1 و t_P نگاشت می شوند. این پارامترها، پارامترهای مجهول هستند که مقادیر آن ها باید تعیین گردند. با اعمال تبدیل شوارتز- کریستوفل بین

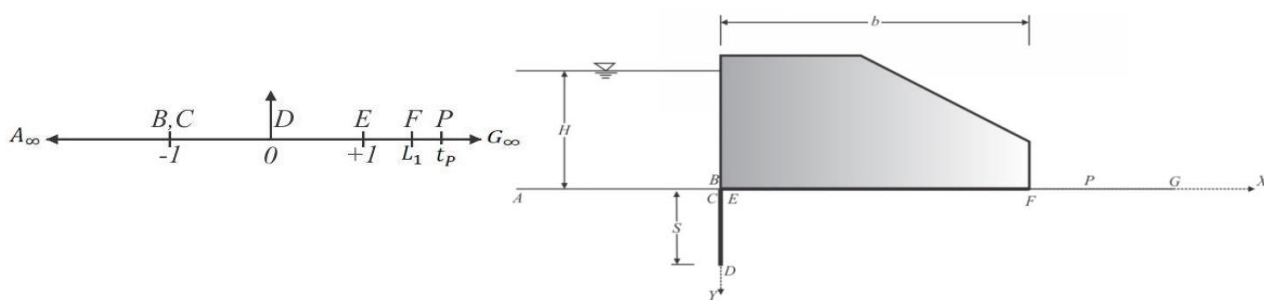
ایجاد رابطه گرادیان هیدرولیکی خروجی بدست آمده در انتهای پایین دست سازه را بصورت رابطه ۷ بدست آورد (Ijam., 1994).

$$I_e = \frac{H}{\pi.S} \frac{\sqrt{t_P + 1}}{t_P \sqrt{t_P - t_B}} \quad (۷)$$

معادله ۷ بر اساس روابط ۵ و ۶، بر حسب b/S و x_P/S خواهد بود. در این بخش برای محاسبه دبی نشت خروجی از انتهای سازه می توان از قانون دارسی استفاده کرد. به این صورت که با داشتن معادله گرادیان هیدرولیکی بر حسب x از انتهای سازه و انتگرال گیری از رابطه $dq = k.I_e(x).dx$ می توان دبی نشت را با توجه به فاصله از انتهای پایین دست طبق رابطه ۸ محاسبه کرد.

$$\frac{q}{kH} = \frac{1}{\pi.S} \int_0^x \frac{\sqrt{t_P + 1}}{t_P \sqrt{t_P - t_B}} dx \quad (۸)$$

در رابطه فوق، مقادیر پارامترهای t_P و t_B باید از روابط ۵ و ۶ در رابطه ۸ جایگزین شوند. با بی بعد کردن رابطه ۸ روند تغییرات q/kH نسبت به b/S با فرض x/b های مشخص قابل رسم خواهد بود.



الف- صفحه فیزیکی مسئله (صفحه z)
 ب- صفحه کمکی t
 شکل ۴- صفحات نگاشت همدیس در حالت وجود آببند در بالا دست (باز ترسیم شده از (Harr., 1962))

اعمال شرایط نقاط B و F در معادله ۱۱ بدست خواهند آمد و در نهایت معادله بین نگاشت صفحه کمکی و پتانسیل مختلط بصورت رابطه ۱۲ است.

$$t = \frac{1+L_1}{2} \cos \frac{\omega\pi}{kH} - \frac{1-L_1}{2} \quad (12)$$

طبق تعریف، رابطه گرادیان هیدرولیکی بصورت رابطه ۱۳ است.

$$I_e = \frac{i}{k} \frac{d\omega}{dt} \frac{dt}{dZ} \quad (13)$$

با محاسبه و جای گذاری $\frac{d\omega}{dt} \frac{dt}{dZ}$ و مقادیر رابطه ۱۰ در رابطه ۱۳، رابطه ۱۴ برای گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از انتهای پایین دست سازه بدست خواهد آمد.

$$I_e = \frac{-iH}{\pi A} \frac{\sqrt{t^2-1}}{St} \quad (14)$$

با جایگذاری مختصات نقطه P در معادله ۹ به عنوان یک نقطه دلخواه در پایین دست سازه، می توان t_P را محاسبه کرد و در رابطه ۱۴ به جای پارامتر t قرار داد. بنابراین معادله گرادیان هیدرولیکی بر حسب فاصله از انتهای پایین دست سازه بدست خواهد آمد.

با جای گذاری رابطه ۱۴ در رابطه $dq = k.I_e(x).dx$ رابطه دبی را با توجه به فاصله از انتهای پایین دست مطابق رابطه ۱۵ بدست آمد.

$$\frac{q}{kH} = \frac{-i}{\pi S} \int_0^x \frac{\sqrt{t^2-1}}{tA} dx \quad (15)$$

مشابه روند رابطه ۸، با بی بعد کردن رابطه ۱۵ روند تغییرات q/kH نسبت به b/S با فرض x/b های مشخص قابل رسم خواهد بود.

صفحه فیزیکی مسئله و صفحه کمکی، معادله زیر برای صفحه z مطابق رابطه ۹ حاصل خواهد شد.

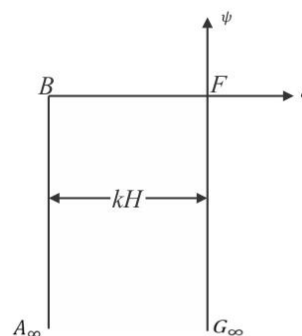
$$z = S\sqrt{t^2-1} \quad (9)$$

با اعمال شرایط نقاط B و F در معادله ۹ رابطه ۱۰ برای محاسبه پارامتر مجهول L_1 بدست آمد.

$$\frac{1+L_1}{2} = 0.5 \left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{b}{S}\right)^2} \right] \quad (10)$$

$$\frac{1-L_1}{2} = 0.5 \left[1 - \sqrt{1 + \left(\frac{b}{S}\right)^2} \right]$$

برای بدست آوردن معادله گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از پایین دست سازه، نیاز به نگاشت صفحه پتانسیل مختلط ω است. صفحه پتانسیل مختلط در شکل ۵ آمده است.



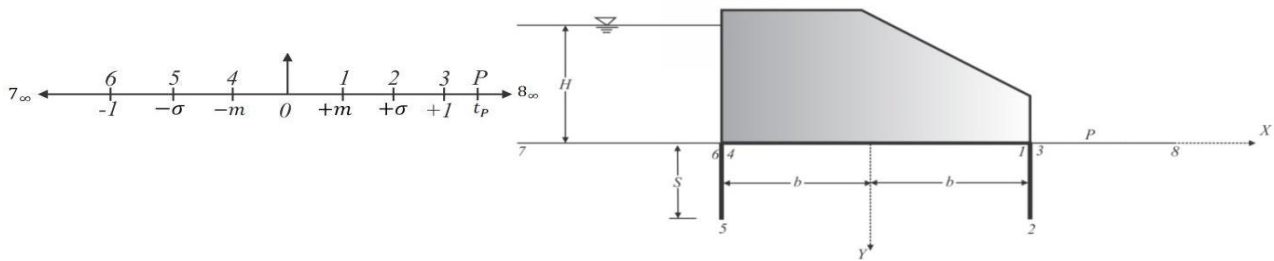
شکل ۵- صفحه ω برای آببند قائم در انتهای بالا دست

با استفاده مجدد از تبدیل شوارتز- کریستوفل، رابطه ۱۱ برای نگاشت صفحه پتانسیل مختلط بدست آمد.

$$\omega = M_1 \int \frac{dt}{(t+1)^{0.5}(t-L_1)^{0.5}} + N_1 \quad (11)$$

$$= iM_1 \sin^{-1} \frac{2t+1-L_1}{1+L_1} + N_1$$

در این معادله، مقادیر M_1 و N_1 ثابت های معادله هستند که با



الف- صفحه فیزیکی مسئله (صفحه Z)

ب- صفحه کمکی t

شکل ۶- صفحات نگاشت همدیس در حالت وجود دو آب‌بند در بالا دست و پایین دست (باز ترسیم شده از (Harr., 1962))

در شکل (۶-ب) پارامترهای m و σ مجهول است. پس از نگاشت صفحه فیزیکی مسئله بر روی صفحه کمکی، معادله صفحه فیزیکی مسئله بصورت رابطه ۱۶ بدست آمد.

$$Z = \frac{2b}{\pi} [(E' - K')F(\phi, m) + K'.E(\phi, m)] \quad (16)$$

در این رابطه E' ، انتگرال بیضوی کامل نوع دوم با مدول m' ، K' انتگرال بیضوی کامل نوع اول با مدول m' ، $E(\phi, m)$ انتگرال بیضوی نوع دوم با مدول m و دامنه ϕ و $F(\phi, m)$ انتگرال بیضوی نوع اول با مدول m و دامنه ϕ می‌باشند. همچنین $m' = \sqrt{1 - m^2}$ است. هار (Harr., 1962) نموداری را برای بدست آوردن پارامتر m بصورت شکل ۸ ارایه و برای پارامتر مجهول σ نیز رابطه $\sigma^2 = E'/K'$ را ارایه کرد.

در این شکل $d/b = 0$ است. با انجام روندی مشابه آنچه که در مورد آب‌بند در انتهای پایین و آب‌بند در انتهای بالادست انجام شد، با انجام نگاشت صفحه پتانسیل مختلط، معادله آن بصورت رابطه ۱۷ بدست آمد.

$$t = \cos \frac{\omega\pi}{kH} \quad (17)$$

بنابراین برای معادله گرادیان هیدرولیکی بر اساس رابطه ۱۳ رابطه ۱۸ حاصل خواهد شد.

$$I_e = \frac{iH}{2b} \frac{\sqrt{m^2 - t_p^2}}{K'(t_p^2 - \sigma^2)} \quad (18)$$

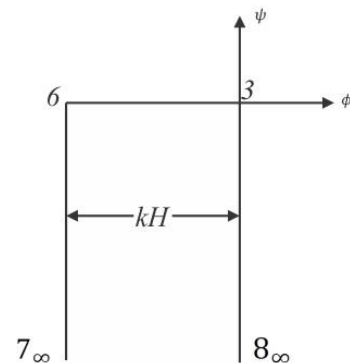
رابطه ۱۸ یک رابطه ضمنی است. با قرار دادن مختصات نقطه $P(x = b + x_p; t = t_p)$ در معادله ۱۶ می‌توان مقدار t_p را محاسبه کرد. با انجام این کار و در نظر گرفتن اینکه در رابطه ۱۶ مقدار $\phi = \sin^{-1}(t_p/m)$ آرگومان توابع انتگرال بیضوی نوع یک و دو می‌باشد و مقدار $t_p > 1$ است بنابراین مقدار آرگومان یک عدد مختلط خواهد شد که پس از حل معادله برای یک آرگومان مختلط، رابطه ۱۹ بدست خواهد آمد.

دو آب‌بند با طول‌های برابر در انتهای بالادست و پایین دست سازه

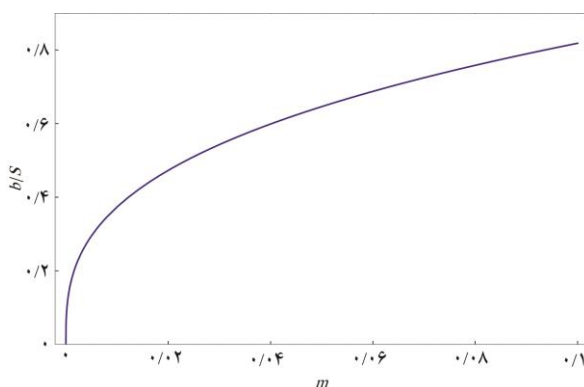
در این بخش محاسبه معادله گرادیان هیدرولیکی از پیچیدگی محاسبات مربوط به توابع خاص مانند انتگرال‌های بیضوی برخوردار و دلیل آن هم ضمنی بودن معادله است و مانند روابط ۷، ۸، ۱۴ و ۱۵ جهت محاسبه دبی نشت نمی‌توان رابطه صریحی را بدست آورد. صفحه فیزیکی مسئله در شکل

(۶-الف) و در شکل (۶-ب) و ۷ صفحه کمکی و صفحه پتانسیل مختلط نشان داده شده است.

هار این مسئله را در حالت سازه با دو آب‌بند به همراه عمق مدفون‌شدگی به مقدار d حل کرد که البته فقط به مقدار گرادیان هیدرولیکی در انتهای پایین دست اشاره کرده است در این مقاله مقدار d برابر صفر است و هدف بدست آوردن معادله گرادیان هیدرولیکی در انتهای پایین دست سازه با استفاده از روش نگاشت همدیس است. مطابق حالت‌های قبلی، صفحه فیزیکی مسئله بر روی نیم‌صفحه کمکی نگاشته و سپس از تبدیل شوارتز- کریستوفل استفاده خواهد شد (Harr., 1962).



شکل ۷- صفحه ω - برای دو آب‌بند قائم در انتهای بالا دست و پایین دست



شکل ۸- تغییرات پارامتر m بر حسب b/S (باز ترسیم شده از (Harr., 1962))

منحنی‌های شکل (۹-الف)، شیب در ابتدا زیاد است به این معنی که تغییرات دبی نشت به تغییرات طول آب‌بند حساس است و از مقداری در حدود $b/S = 1$ شیب منحنی‌ها به تدریج کاهش یافته و به حالت افقی نزدیک خواهد شد به طوری که با کاهش طول آب‌بند افزایش قابل توجهی در دبی نشت رخ نداد. همچنین با افزایش فاصله از انتهای پایین دست سازه، فاصله منحنی‌ها نسبت به هم کم‌تر شدند.

در شکل (۹-ب) نیز نسبت x/b پارامتر منحنی است. همان روند کلی که در شکل (۹-الف) مشاهده شد در این شکل نیز وجود دارد. همچنین واضح است که با فرض دبی نشت یافته یکسان q/kH و در یک فاصله مشخص x/b ، به طول آب‌بند بزرگ‌تری در بالادست نسبت به پایین دست مورد نیاز است. این موضوع در شکل ۱۰ برای $b/S = 1.5$ نشان داده شده است. در شکل ۱۰ برای یک حالت خاص، وجود آب‌بند برای دو حالت بالادست و پایین دست با هم مقایسه شدند. این روند بین دو شکل (۹-الف) و (۹-ب) نیز وجود دارد. در شکل ۱۰ برای یک فاصله مشخص از انتهای پایین دست سازه، دبی بیش‌تری در حالت وجود آب‌بند در بالادست از زیر سازه عبور کرد.

به عنوان مثال برای $b/S = 1.5$ و در فاصله $0.5b$ از انتهای پایین دست سازه، دبی نشت عبوری از زیر سازه در حالت وجود آب‌بند در پایین دست ۱۰ درصد و در حالت وجود آب‌بند در بالادست ۱۶ درصد دبی نشت عبوری در حالت بدون آب‌بند هستند. در شکل ۱۰ مشاهده شد که با حرکت به پایین دست سازه، به تدریج تفاوت اثر آب‌بند در پایین دست و بالادست بر دبی نشت کاهش یافت به طوری - که دو منحنی در $x/b = 10$ تقریباً به هم نزدیک شده و شیب آن‌ها به طور یکسان افزایش یافت. در واقع در فاصله بیش‌تر از مقدار مذکور، اثر آب‌بند در پایین دست و بالادست بر میزان دبی نشت، یکسان است.

$$x_p / b = \frac{2}{\pi} [(E' - K')F(\phi, m) + K'E(\phi, m)] - 1 \quad (19)$$

مقادیر توابع $F(\phi, m)$ و $E(\phi, m)$ در رابطه ۱۹ با مقادیر آن‌ها در رابطه ۱۶ متفاوت است و دلیل آن هم مختلط بودن آرگومان توابع است. مقادیر این توابع از روابط ۲۰ و ۲۱ بدست آمد.

$$F(\phi, m) = F(\beta, m) + i.K' \quad (20)$$

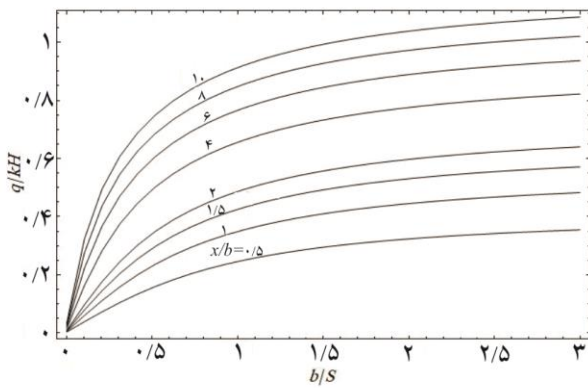
$$E(\phi, m) = E(\beta, m) + \cot \beta \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \beta} + i(K' - E') \quad (21)$$

در روابط فوق، $\beta = \sin^{-1}(1/t)$ می‌باشد. در این حالت با توجه به ضمنی بودن معادلات و برای محاسبه دبی نشت، نمی‌توان بطور مستقیم مقدار t را از رابطه ۱۹ بر حسب x_p/b محاسبه کرد و سپس در رابطه $dq = k.I_e(x).dx$ قرار داد و انتگرال گیری نمود. برای محاسبه مقدار دبی نشت از انتهای پایین دست سازه باید با قراردادن مقادیر مختلف برای x_p/b در رابطه ۱۹، مقدار t_m را بدست آورد و سپس با جای‌گذاری آن در رابطه ۱۸ مقدار گرادیان هیدرولیکی را محاسبه و سپس مقدار دبی را بصورت تجمعی از انتهای پایین دست سازه محاسبه کرد. در روابط فوق پارامتر منحنی b/S مدول m مستتر بوده و از شکل ۸ قابل استخراج است.

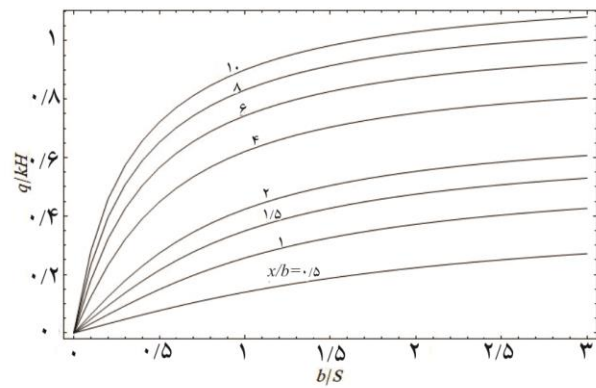
نتایج و بحث

با توجه به معادلات حاصل شده برای q/kH بر حسب b/S و x/b در سه حالت مختلف قرارگیری آب‌بند، تغییرات این پارامترها در اشکال ۹ تا ۱۱ مشاهده شد.

در شکل (۹-الف) نسبت x/b پارامتر منحنی است که در مقدار ثابت b/S ، با افزایش فاصله از انتهای پایین دست سازه دبی نشت نیز افزایش یافت و در یک فاصله ثابت از انتهای پایین دست سازه، با افزایش طول آب‌بند دبی نشت نیز کاهش خواهد یافت. در تمام

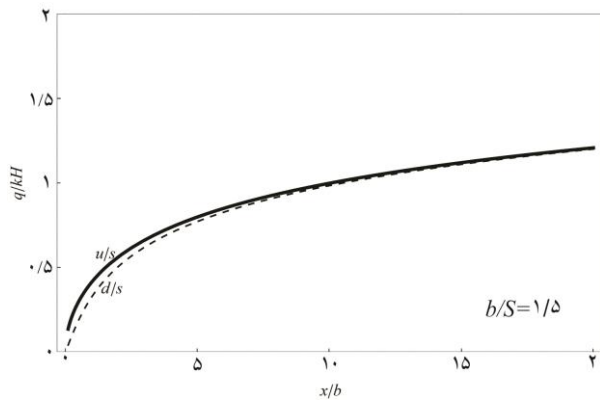


ب- آببند قائم در بالا دست (x/b پارامتر منحنی است)

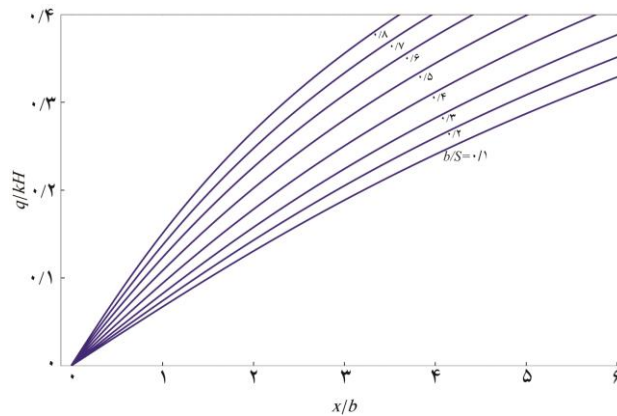


الف- آببند قائم در پایین دست (x/b پارامتر منحنی است)

شکل ۹- تغییرات q/kH نسبت به b/S



شکل ۱۰- تغییرات q/kH نسبت به x/b در دو حالت آببند قائم در بالا دست و پایین دست در حالت $b/S = 1.5$



شکل ۱۱- تغییرات q/kH نسبت به x/b در حالت آببند قائم در بالا دست و پایین دست (b/S پارامتر منحنی است)

با توجه به ضمنی بودن رابطه ۱۸، در شکل ۱۱ نسبت b/S به عنوان پارامتر منحنی انتخاب شده است. همان روند کلی شکل‌های (۹-الف) و (۹-ب) در شکل ۱۱ نیز مشاهده شد. با توجه به مقادیر شکل ۱۱ و مقایسه آن با شکل‌های قبلی می‌توان پی برد که در حالت وجود دو آببند و با مقادیر x/b و b/S ثابت، دبی نشت کم‌تری نسبت به دو حالت قبلی اتفاق می‌افتد. به عنوان مثال، اگر نسبت‌های

با توجه به ضمنی بودن رابطه ۱۸، در شکل ۱۱ نسبت b/S به عنوان پارامتر منحنی انتخاب شده است. همان روند کلی شکل‌های (۹-الف) و (۹-ب) در شکل ۱۱ نیز مشاهده شد. با توجه به مقادیر شکل ۱۱ و مقایسه آن با شکل‌های قبلی می‌توان پی برد که در حالت وجود دو آببند و با مقادیر x/b و b/S ثابت، دبی نشت کم‌تری نسبت به دو حالت قبلی اتفاق می‌افتد. به عنوان مثال، اگر نسبت‌های

برابر $0/32$ ، $0/45$ و $0/5$ خواهد بود.

نتیجه گیری

منابع

در این مقاله، رابطه‌ای تحلیلی به شکل فرم بسته برای گرادیان هیدرولیکی نسبت به فاصله از انتهای پایین دست و استفاده از آن در محاسبه دبی نشت در حالت محیط نامحدود زیرین سازه ارایه گردید. مسئله برای سه حالت قرارگیری دیوار آب بند حل شد و خلاصه نتایج حاصل به شرح ذیل ارایه است.

با هدف محدود نمودن نشت به مقداری مشخص که از طول معینی در انتهای پایین دست خارج می‌شود، طول آب بند به ترتیب در حالت وجود دو آب بند با طول‌های مساوی در بالادست و پایین دست کمتر از طول آن در حالت وجود آب بند به تنهایی در پایین دست و در بالادست است. مثلاً در یک نسبت ثابت $x/b = 2$ و نشت $q/kH = 0.2$ ، نسبت b/S به ترتیب دارای مقادیر 0.65 ، 0.35 و 0.24 خواهند بود.

با فرض عبور دبی یکسان نشت از سه حالت دو آب بند در بالادست و پایین دست، یک آب بند در پایین دست و یک آب بند در بالادست، به ترتیب به طول‌های بزرگ‌تری در انتهای پایین دست جهت عبور دبی مذکور مورد نیاز است. همچنین در یک نسبت ثابت $b/S = 0.5$ و نشت $q/kH = 0.2$ ، نسبت x/b به ترتیب دارای مقادیر $2/3$ ، $1/4$ و $0/8$ خواهند بود.

با فرض اینکه طول آب بند صفر و عمق محیط نامحدود باشد دبی نشت عبوری از زیر سازه $q/kH = 1.86522$ خواهد بود. اگر ۵ درصد مقدار مذکور برابر $q/kH = 0.093$ باشد و $x/b = 1$ ، برای کنترل ۹۵ درصد دبی نشت، مقدار b/S به ترتیب در حالت وجود دو آب بند، آب بند در پایین دست و در بالادست در حدود $0/5$ ، $0/3$ و $0/18$ است.

معادلات و نمودارهای بدست آمده را می‌توان به همراه نتایج فوق جهت تعیین طول‌های حفاظت از سازه در انتهای پایین دست بندهای انحرافی استفاده کرد.

پیشنهادها

به عنوان پیشنهاد جهت ادامه تحقیقات، می‌توان با محدود نمودن محیط متخلخل زیرین سازه و استفاده از همین روش تحلیلی، معادله گرادیان خروجی از پایین دست سازه را بر حسب فاصله از انتهای پایین دست بدست آورد. همچنین تغییر شرایط مرزی حاکم بر مسئله نظیر نامساوی بودن طول آب بند در بالادست و پایین دست و یا مدفون بودن بخشی از سازه به مقدار مشخص و استفاده از روش نگاشت همدیس و پتانسیل مختلط می‌تواند جهت پژوهش‌های بعدی مورد استفاده قرار گیرند و با نتایج بدست آمده در این پژوهش مقایسه گردند. تولید گراف‌هایی جهت طراحی راحت تر سازه‌های آبی از اهداف مهم و کاربردی راه‌حل‌های تحلیلی می‌باشد.

احمدیان، س. و فغفور مغربی، م. ۱۳۹۶. استفاده از تئوری نگاشت همدیس در بهینه‌یابی موقعیت و زاویه قرارگیری دیواره‌های آب-بند در سدهای انحرافی. نشریه علمی-پژوهشی هیدرولیک، ۱۲: ۴-۱۳.

حجتی، ص.، قریشی، س.ح.، اژدری، خ. و بهمنی، م. ۱۳۹۳. بررسی آزمایشگاهی و عددی موقعیت بهینه مکانی و زاویه دو پرده آب بند در زیر سدهای خاکی. سیزدهمین کنفرانس هیدرولیک ایران.

صیادزاده، ف. و زمردیان، س.م.ع. ۱۳۹۲. تاثیر پرده سپر مایل بر خصوصیات جریان و فشار بالابر در پی سدهای نفوذناپذیر. اولین کنفرانس ملی مهندسی ژئوتکنیک. دانشگاه محقق اردبیلی.

عقیقی، س. ۱۳۸۵. اثر دیوار آب بند بر نشت از زیر سدهای خاکی در محیط‌های ناهمگن. دومین همایش زمین‌شناسی کاربردی و محیط زیست. دانشگاه آزاد اسلامی - واحد اسلام‌شهر.

قبادیان، ر. و خدایی، ک. ۱۳۸۸. اثرات دیواره آب بند و زهکش بر نیروی زیر فشار و گرادیان خروجی زیر سازه‌های آبی با حل عددی معادله عمومی جریان آب در خاک به روش احجام محدود. نشریه آب و خاک. ۲۳: ۴-۱۶۰-۱۴۸.

محمود، ع.، بدخشان، م. و سیفی، ا. ۱۳۹۵. اثر طول زهکش افقی بر دبی نشتی، نیروی زیر فشار و گرادیان هیدرولیکی در سد خاکی همگن توسط شبیه‌سازی عددی. پانزدهمین کنفرانس هیدرولیک ایران.

نوروزی، ر.، سلماسی، ف. و ارونقی، ه. ۱۳۹۶. بررسی تاثیر دیوار آب بند بر گرادیان هیدرولیکی و نشت در سد سنگریزه‌ای سبلان با شبیه‌سازی عددی. نشریه هیدروژئولوژی دانشگاه تبریز. ۲: ۱-۸۴-۷۱.

یوسفی، م.، پرویزی، م. و صدقی اصل، م. ۱۳۹۵. مطالعه آزمایشگاهی تاثیر پرده آب بند بر کنترل نشت و پدیده جوشش در پی آبرفتی سازه‌های هیدرولیکی. نشریه مهندسی عمران امیر کبیر. ۳: ۳۱۵-۳۲۸.

Ahmed, A. 2011. Design of Hydraulic Structures Considering Different Sheet pile Configurations and Flow through Canal Banks. Computers and Geotechnics. 38: 559-565.

Ahmed, A., McLoughlin, S., Johnston, H. 2015. 3D Analysis of Seepage under Hydraulic Structures with Intermediate Filter. Journal of Hydraulic Engineering. 141:060140191-060140197

Banerjee, S and Muleshkov, A. 1992. "Analytical

- Hydraulic Engineering. 1659-1667.
- Khosla, A.N., Bose, N.R and Taylor, E.M. 1936. "Design of weirs on permeable foundations." Publication No. 12, Central Board of Irrigation, New Delhi, India.
- Lane, E.W. 1935. "Security from under-seepage masonry dam on earth foundations." Transactions American Society of Civil Engineering. 60.4: 929-966.
- Malhotra, J. K. 1936. "Appendix to Chapter VII: Mathematical investigations of the subsoil flow under two standard forms of structures." Publication No. 12, Central Board of Irrigation, New Delhi, India. 85-90.
- McLoughlin, S and Ahmed, A. 2012. Seepage under Hydraulic Structures Provided with an Intermediate Filter. Seepage under Hydraulic Structures. 27-31.
- Polubarinova-Kochina, P.Y. 1962. Theory of groundwater movement. Translated by. J. M. Roger de Wiest. Princeton University, Princeton, New Jersey.
- solution of steady seepage into double-walled cofferdams." Journal of Engineering Mechanics. 118. 3:525 -539
- Bligh, W.G. 1910. "Dams, barrages and weirs on porous foundations." Engineering. News, 64.26: 708-710.
- Farouk, M.I and Smith, I.M. 2000. Design of Hydraulic Structures with two Intermediate Filters. Applied Mathematical Modeling. 24: 779-794.
- Goel, A and Pillai, N.N. 2010. "Variation of exit gradient downstream of weirs on permeable foundations." The Pacific Journal of Science and Technology. 11.1: 28-36.
- Harr, M.E. 1962. Groundwater and seepage, McGraw Hill, New York.
- Ijam, A.Z. 1994. Conformal Analysis of Seepage below a Hydraulic Structure with Inclined Cutoff. International Journal for Numerical and Analytical methods in Geo-mechanics. 18: 345-353.
- Jain, A.K. and Reddi, L.N. 2011. "Finite- depth seepage below flat aprons with equal end cutoffs." Journal of

Effects of Cutoff Length in the Downstream Exit Gradients of Diversion Dams Using Conformal Mapping

S.H. Mojtahedi¹ and M.F. Maghrebi^{2*}

Received: Augu.24, 2017

Accepted: Oct.19, 2017

Abstract

The hydraulic gradient at the end of d/s of diversion dams as well as the seepage rate can be controlled by cutoff. In this paper, the hydraulic gradient equations in terms of the d/s distance and seepage discharge have been obtained for an infinite depth of the impervious layer by the use of conformal mapping. Then, they have been used to produce the pertinent graphs that show the variations of seepage discharge as a function of cutoff length and distance from d/s . The results will be useful for the designers of diversion dams. Three scenarios of cutoff walls are discussed: vertical cutoff at d/s , u/s and a couple of cutoffs at d/s and u/s of the impervious floor. The results show that the effect of two cutoffs at the u/s and d/s ends in reducing the seepage discharge is larger than two other cases. Also, for $b/S=\text{const.}$, where b is the total length of the impervious floor and S is the cutoff length, the d/s cutoff more effectively reduces the seepage discharge than the u/s one. If $b/S=1.5$, at $x=0.5b$ from d/s end, the effect of d/s cutoff in reducing seepage discharge is 6% more than the u/s one.

Keywords: Cutoff- Diversion dam- Hydraulic Gradient- Seepage- Conformal Mapping

1- M.Sc. of Hydraulic Structures and Faculty Member of Civil Engineering Department, Asrar Institute of Higher Education, Mashhad

2- Prof. of Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, Ferdowsi Univ. of Mashhad, Mashhad

(*- Corresponding Author, Email: Maghrebi@um.ac.ir)