

کاربرد فیلتر کالمن غیرخطی توسعه یافته در بهبود نتایج مدل سازی جریان آب زیرزمینی در آبخوان آزاد

سارا ساریخانی^۱، مهدی ناصری^۲، ابوالفضل اکبرپور^{۳*}، محمدباقر شریفی^۴

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۵/۸ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۶/۱۵

چکیده

نرم افزار مدل سازی آب زیرزمینی جی.ام.اس^۴ با استفاده از کد مودفلو^۵ بر مبنای تفاضل محدود به حل معادلات حاکم بر آب های زیرزمینی می پردازد. با مقایسه نتایج سطح آب زیرزمینی محاسباتی با مقادیر مشاهداتی می توان به وجود خطا در نتایج نرم افزار پی برد. از روش های کاهش خطای مدل سازی استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن^۶ می باشد. در این مطالعه از روش فیلتر کالمن غیرخطی توسعه یافته^۷ به منظور بهبود نتایج مدل سازی آبخوان بیرجند در استان خراسان جنوبی استفاده شد. نتایج نشان داد که استفاده از فیلتر کالمن غیرخطی توسعه یافته^۷ در بهبود پیش بینی سطح آب زیرزمینی آبخوان رضایت بخش بود، به طوری که خطای میانگین و خطای مطلق میانگین و خطای جذر میانگین مربعات نتایج مدل سازی به ترتیب از ۰/۲۴۶-، ۱/۱۲۵ و ۱/۳۴۱ متر با تاثیر فیلتر کالمن توسعه یافته به ۰/۰۰۷-، ۰/۰۱۵ و ۰/۰۱۹ متر کاهش یافت. همچنین با بررسی نتایج دو روش فیلتر کالمن غیرخطی توسعه یافته و فیلتر کالمن غیرخطی مشخص شد فیلتر کالمن غیرخطی توسعه یافته گزینه بسیار مناسب تری در کاهش خطای مدل سازی در این تحقیق می باشد.

واژه های کلیدی: آبخوان آزاد، شرایط غیرماندگار، فیلتر کالمن، MODFLOW

مقدمه

مدل ریاضی، مجموعه ای از فرمول های ریاضی است که با توجه به فرضیات خاص، به فرآیندهای فیزیکی فعال در درون سامانه آبخوان مقدار می بخشد. مدل آبخوان نیز وسیله ای است که می تواند تغییرات آبخوان در اثر مکانیسم های مختلفی که روی آن انجام می شود، نشان دهد. به عبارت دیگر، وسیله ای است که واکنش های ایجاد شده در آبخوان در اثر تغذیه و برداشت ها را نشان می دهد. به همین جهت به منظور پیش بینی، نظارت و اعمال مدیریت منابع آب استفاده می شود بدیهی است که مدل به خودی خود جزئیات واقعی سامانه آب زیرزمینی را شامل نمی شود، ولی رفتار یک مدل معتبر تقریباً نشان دهنده رفتار آبخوان می باشد. مدل آب زیرزمینی ابزاری در اختیار می دهد تا بتوان داده های موجود را تبدیل به ویژگی های عددی برای سامانه آب زیرزمینی نمود، چنین مدلی تا حد زیادی نماینده سامانه آب زیرزمینی خواهد بود (Hamraz et al., 2015). در این مدل سازی ها بحث عدم قطعیت مطرح نمی گردد و چون عدم قطعیت در متغیرهای ورودی و پارامترهای مدل نتایج را غیردقیق می کند. بنابراین می توان از فیلتر کالمن که حالت مدل پیش بینی شده با خطای مشاهده ای را برای به دست آوردن تخمینی از شرایط واقعی سیستم با روش حداقل مربعات، شبیه سازی می کند، استفاده کرد. فیلتر

آب های زیرزمینی نقش مهمی در رفع نیازهای اساسی جامعه بشری در کشورهای صنعتی و کشورهای در حال توسعه ایفا می کنند، در دهه های گذشته، با توسعه صنعت و کشاورزی و رشد جمعیت، توزیع آب های زیرزمینی برای رفع نیاز آبی به سرعت افزایش یافته است. مدیریت مناسب منابع آب به خصوص در طول دوره خشک سالی وابسته به استفاده درست از این منابع است. مدیریت مناسب منابع آب نیازمند آگاهی از سطح آب در آبخوان ها است که می تواند با استفاده از مدل سازی انجام شود. از مدل های پر کاربرد مدل های ریاضی هستند.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران - مهندسی و مدیریت منابع آب، دانشگاه بیرجند

۲- ستادیار گروه عمران، دانشگاه بیرجند

۳- دانشیار گروه عمران، دانشگاه بیرجند

۴- دانشیار گروه عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

* _ نویسنده مسئول (Email: Akbarpour@birjand.ac.ir)

5- Grounwater Modeling System(GMS)

6- MODFLOW

7- Kalman Filter,KF

8- Extended Kalman Filter,EKF

حالت آبخوان فیلتر کالمن توسعه یافته را بر مدل حالت تفاضل محدود دوبعدی آب‌های زیرزمینی اعمال کرد. اما مطالعات او دو ضعف عمده داشت اول اینکه او در مطالعات خود خطای مدل‌سازی را صفر در نظر گرفت که این فرض در عمل از واقعیت بسیار دور است. همچنین معادلات تنها بر روی یک مدل با مقیاس کوچک و نه در نمونه واقعی اعمال شده بود (Eigbe et al., 1998). در سال‌های اخیر مطالعات متعددی روی آبخوان دشت بیرجند انجام شده است. قوچانیان و همکاران آبخوان دشت بیرجند را با استفاده از مدل‌های مودفلو و ویپ^۲ مدل‌سازی نمودند (Ghochanian et al., 2013). همراز و همکاران در مطالعات خود آبخوان بیرجند را بر اساس مدل مودفلو در نرم‌افزار متلب^۳ مدل‌سازی کردند (Hamraz et al., 2015). صادقی طبس و همکاران نیز با استفاده از الگوریتم فاخته به واسنجی پارامترهای هیدروپنایمیک آبخوان با استفاده از مدل ریاضی به روش تفاضل محدود در آبخوان دشت بیرجند پرداختند (Sadeghi Tabas et al., 2016).

هدف از این تحقیق استفاده از فیلتر کالمن غیرخطی توسعه یافته به منظور بهبود نتایج مدل‌سازی انجام شده در نرم‌افزار GMS بر اساس مدل مودفلو سطح آب زیرزمینی آبخوان آزاد دشت بیرجند در طول یک سال و در شرایط غیرماندگار می‌باشد. بدین منظور معادلات فیلتر غیرخطی توسعه یافته کالمن، در نرم‌افزار برنامه‌نویسی متلب تعریف شده و بر نتایج مدل‌سازی آبخوان که در مطالعات قبل در نرم‌افزار GMS انجام شده بود، اعمال شد. معادلات فیلتر کالمن توسعه یافته در معادله حاضر بر روی یک آبخوان با شرایط و مقیاس واقعی اعمال شده است و خطاهای مدل‌سازی و اندازه‌گیری در طول مدل‌سازی در نظر گرفته شده‌اند که تاکنون در این زمینه مورد استفاده قرار نگرفته است. همچنین به منظور مقایسه دو روش فیلتر کالمن غیرخطی توسعه یافته و فیلتر کالمن غیرخطی، نتایج هر دو روش مورد تحلیل قرار گرفت.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه، دشت بیرجند است که از نقطه نظر تقسیمات کشوری بخشی از استان خراسان جنوبی را شامل می‌شود. استان خراسان جنوبی از سمت شمال هم‌جوار استان خراسان رضوی، از غرب با استان یزد، از جنوب غربی با استان کرمان و از جنوب با استان سیستان و بلوچستان و از شرق با کشور افغانستان هم‌جوار می‌باشد. محدوده مطالعاتی بیرجند در قسمت شمالی ارتفاعات باقران با مختصات تقریبی ۳۲ و ۳۴ تا ۳۳ و ۸ عرض شمالی و ۵۸ و ۴۱ تا ۵۹

کالمن بر اساس معادلات حالت و مشاهدات که به ترتیب نمونه تصادفی از مدل و مشاهدات هستند توسعه پیدا می‌کند (Behmanesh et al., 2015). محبوبیت استفاده از نظریه فیلتر در محیط زیست و علوم هیدرولوژیکی به سال ۱۹۷۰ بر می‌گردد. فیلتر کالمن نیز که از سال ۱۹۶۰ ارایه شده بود به تدریج در این مطالعات به کار گرفته شد. وود و همکاران در سال ۱۹۷۷ از ترکیبی از مدل‌های آریما^۱ و فیلتر کالمن برای آب‌های سطحی استفاده کردند (Wood et al., 1978). براس در سال ۱۹۷۸ در تحقیق خود به ارزش فیلتر کالمن در ترکیب با مدل‌های هیدرولوژیکی قطعی در طراحی و نظارت بر شبکه اذعان کرد (Bras, 1978). کانل در سال ۱۹۸۰ از فیلتر کالمن، در هیدرولوژی کاربردی استفاده کرد (O'Connell, 1980). برور نیز در سال ۱۹۸۳ از ترکیب مدل‌های آریما و فیلتر کالمن در آب‌های زیرزمینی استفاده کرد (Brouwer, 1983). ون‌گیر و همکاران در سال ۱۹۹۲ برای اولین بار ترکیب مدل عددی جریان آب زیرزمینی با فیلتر کالمن را ارایه دادند (Van Geer et al., 1992). آن‌ها مدل مودفلو را که یک مدل سه‌بعدی تفاضل محدود جریان آب زیرزمینی است برای یک پارچه‌سازی با فیلتر کالمن استفاده کردند. آن‌ها نشان دادند از الگوریتم فیلتر کالمن می‌توان برای ارزیابی قابلیت اطمینان یک مدل قطعی آب‌های زیرزمینی و به‌روزرسانی نتایج آن استفاده کرد. در مطالعات ون‌گیر معادلات آب‌های زیرزمینی مورد استفاده، با فرض‌های انجام شده به صورت خطی درآمده بود و بنابراین فیلتر معمولی کالمن را بر آن‌ها حاکم کرد. در این مطالعه این فرضیات برای ساده‌سازی و تبدیل معادلات غیرخطی آبخوان به خطی، در نظر گرفته نشده و فیلتر کالمن توسعه یافته بر روی معادلات غیرخطی آبخوان اعمال شده است. خروجی‌های مدل ون‌گیر سطح تراز آب زیرزمینی بود و نشان داد با کاربرد فیلتر کالمن و تخمین تراز سطح آب زیرزمینی وابسته به مجموعه‌ای از ترازهای اندازه‌گیری‌های انجام شده و ایجاد ارتباط بین عدم قطعیت‌های تخمین‌های مدل و پروسه اندازه‌گیری می‌توان نتایج مدل‌سازی را بهبود داد. فیلتر کالمن توسعه یافته نسخه غیرخطی فیلتر کالمن می‌باشد. این فیلتر معادلات حالت را در حدود تخمین برآورد حالت برای هر مرحله زمانی خطی می‌کند. چندر در سال ۱۹۸۱ از کاربرد فیلتر کالمن توسعه یافته به منظور آنالیز آزمایش پمپاژ آبخوان اشباع و غیر اشباع استفاده کرد (Eigbe et al., 1998). لنگ و همکاران (Leng et al., 2003) و یه و همکاران از فیلتر کالمن توسعه یافته به منظور تخمین پارامترهای آبخوان استفاده کردند (Yeh et al., 2004). در سال ۱۹۸۲ اشمیتکه فیلتر کالمن توسعه یافته را بر مدل هونتاش اعمال کرد که با توجه به فرضیات محدودکننده مدل، مطالعات او در شرایط واقعی کاربردی نبود. ویلسون در سال ۱۹۷۸ برای اولین بار به منظور تخمین پارامتر

2- WEEP

3- Matlab

1- ARIMA

می توان معادلات بالا را به روش تفاضل محدود صریح گسسته سازی کرد. با در نظر گرفتن $dx = dy = a$ معادله ۲ را می توان به شکل معادله ۳ نوشت (Andrews et al., 1993):

$$v_{ij}^{n+1} = (1 - \omega)v_{ij}^n + \omega \left(\frac{v_{i+1,j}^n + v_{i-1,j}^n + v_{i,j+1}^n + v_{i,j-1}^n}{4} \right) + \frac{2R_{ij} \sqrt{v_{ij}^n} \Delta t}{S} \quad (3)$$

که در آن:

$$\omega = \frac{4K \sqrt{v_{ij}^n} \Delta t}{Sa^2} \quad (4)$$

حال می توان با تقسیم بندی منطقه به مش های مربعی و معلوم بودن داده های معادله سطح آب زیرزمینی را برای زمان ها و مکان های مختلف محاسبه نمود. حل معادله فوق برای آبخوان بیرجند را می توان با استفاده از نرم افزار GMS انجام داد به این صورت که مدل ابتدا برای شرایط ماندگار اجرا و سپس واسنجی شده، سپس با توجه به اطلاعات بدست آمده، مدل برای شرایط غیرماندگار و دوره تنش ماهانه اجرا می شود. بدین منظور از مطالعات آقای صادقی و همکاران کمک گرفته شد (Sadeghi Tabas et al., 2016). صادقی و همکاران در مطالعات خود از مدل سازی توسط کد مودفلو در نرم افزار GMS و روش تفاضل محدود استفاده کردند. آن ها برای این کار ابتدا آبخوان را به صورت سلول های مربعی شکل به ابعاد $500 * 500$ متر و به صورت یکنواخت شبکه بندی کردند سپس برای ساخت مدل مفهومی جریان لایه های اطلاعاتی مرز سفره، پیژومترها، چاه ها، تغذیه سطحی، زهکش، هدایت هیدرولیکی و آبدی ویژه را معرفی کردند. مطالعات صادقی و همکاران برای یک سال از سال ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۰ با گام های زمانی یک ماهه انجام گرفت.

روابط فیلتر کالمن غیرخطی

فیلتر کالمن تکنیکی برای تخمین حالت لحظه ای سیستم دینامیکی خطی دارای خطا، با استفاده از اندازه گیری های خطی وابسته به حالت می باشد (Andrews et al., 1993). معادله حالت به شکل معادله ۵ نوشته می شود:

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k + G_k u_k + \omega_k \quad (5)$$

که در آن بردار حالت در زمان t_k ، ماتریس Φ_k برای زمان t_k ، ماتریس ورودی، G_k بردار ورودی است.

عدم قطعیت های موجود توسط خطای سیستم، (ω_k) ، تعریف می شود. ω_k بردار خطای سیستم است که دارای توزیع نرمال و میانگین صفر است و به صورت تصادفی انتخاب می شود. معادله ۵ معادله کلی حالت گفته می شود. برای سیستم آب زیرزمینی اغلب

و ۴۴ طول شرقی قرار گرفته است. دشت مذکور حالت کشیده داشته و تمامی پیرامون آن را ارتفاعات و بخش مرکزی را آبخوان دشت بیرجند با مساحت تقریبی ۲۶۵ کیلومتر مربع تشکیل می دهد. این دشت از شمال به ارتفاعات مولی و مادرکوه، از جنوب به ارتفاعات باقران، از شرق به کوه بندر و مین آباد و از غرب به ارتفاعات کزنگ و چنگ محدود می شود. وسعت کل حوضه آبریز دشت بیرجند در حدود ۳۴۱۰ کیلومتر مربع بوده که از این میزان حدود ۱۳۸۳ کیلومتر مربع را دشت و مابقی را ارتفاعات تشکیل می دهد. حداکثر ارتفاع حوضه از سطح دریا ۲۷۲۰ متر در ارتفاعات باقران (کوه شاه) و حداقل ارتفاع نیز ۱۱۸۰ متر خروجی دشت (منطقه فدشک) می باشد. دشت بیرجند طبق طبقه بندی های اقلیمی جزو مناطق خشک محسوب می شود (Ghochanian et al., 2013).



شکل ۱- موقعیت مکانی استان خراسان جنوبی، دشت بیرجند و آبخوان دشت بیرجند

معادلات عمومی جریان آب زیرزمینی در آبخوان آزاد

معادله عمومی جریان آب زیرزمینی در آبخوان آزاد که بر اساس فرضیات دوپویی و معادله پیوستگی در شرایط وجود جریان دوپودی و غیرماندگار استخراج گردیده با رابطه ۱ بیان می شود (Wan et al., 1995):

$$\frac{K}{2} \left(\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} - R(x, y, t) \quad (1)$$

که در آن k هدایت هیدرولیکی وابسته به نوع خاک h تراز پیژومتری و S ضریب آبدی ویژه آبخوان، t زمان و تغذیه یا تخلیه x و y جهت های مختصاتی هستند. با قراردادن $\frac{dv}{dx} = \frac{dh^2}{dt} = 2h \frac{dh}{dt}$ و $v = h^2$ می توان معادله را به شکل رابطه ۲ نوشت:

$$\frac{K}{2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = \frac{S}{2\sqrt{v}} \frac{\partial v}{\partial t} - R(x, y, t) \quad (2)$$

معادلات با استفاده از تفاضل محدود گسسته سازی می شود. اکنون

گیری مدل غیرخطی برای فیلتر غیرخطی توسعه یافته کالمن با کمک معادلات ۱۲ و ۱۳ توصیف می‌شوند (Kurtis, 2007):

$$x_{k+1} = f[x_k] + u_k + w_k \quad (12)$$

$$z_k = h[x_k] + v_k \quad (13)$$

w_k و v_k نشان دهنده خطای فرآیند و اندازه‌گیری هستند که به صورت توزیع نرمال با میانگین صفر در نظر گرفته می‌شوند. $f[x_k]$ و $h[x_k]$ به ترتیب تابع حالت و اندازه‌گیری هستند و ممکن است یکی یا هر دو غیرخطی باشند. اولین مرحله محاسبه معادلات اصلاح کننده (به‌روز رسانی اندازه‌گیری‌ها) است.

$$h[x_k] \cong h\hat{x}_{k+1}^- + J_h x_k - \hat{x}_{k+1}^- \quad (14)$$

که در آن J_h ژاکوبین $h[x_k]$ است که در x_{k+1} محاسبه می‌شود. فیلتر کالمن توسعه یافته از ماتریس ژاکوبین به جای ماتریس انتقال خطی استفاده می‌کند. ژاکوبین به شکل معادله ۱۵ محاسبه می‌شود:

$$J_h = \frac{\partial h[x_k]}{\partial x} \Big|_{\hat{x}_{k+1}^-} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h[x_{1k}]}{\partial x_1} & \frac{\partial h[x_{1k}]}{\partial x_2} & L \\ \frac{\partial h[x_{2k}]}{\partial x_1} & \frac{\partial h[x_{2k}]}{\partial x_2} & L \\ M & M & O \end{bmatrix} \Big|_{\hat{x}_{k+1}^-} \quad (15)$$

اکنون بهره کالمن با استفاده از ژاکوبین محاسبه می‌شود:

$$K_k = P_k^- J_h^T (J_h P_k^- J_h^T + R_k)^{-1} \quad (16)$$

برای تخمین ماتریس حالت مرحله بعد معادله (Andrews et al., 1993). به شکل رابطه ۱۷ نوشته می‌شود:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_x \hat{x}_k^-) \quad (17)$$

گام بعدی در فیلترهای کالمن توسعه یافته محاسبه کواریانس خطای تخمین حالت برای مرحله بعد است:

$$P_k = (I - K_k J_k) P_k^- \quad (18)$$

تابع غیرخطی $f[\hat{x}_k]$ نیز باید در حدود \hat{x}_k به وسیله تقریب سری تیلور خطی شود:

$$f[x_k] \cong f[\hat{x}_k] + J_x [x_k - \hat{x}_k] \quad (19)$$

J_x ژاکوبین $f[x_k]$ است که در x_k محاسبه شد. محاسبه ژاکوبین به شکل معادله ۲۰ است:

اندازه‌گیری‌های تراز سطح آب موجود است. اندازه‌گیری‌های تراز آب زیرزمینی با مقادیر حالت از طریق معادله اندازه‌گیری به شماره ۶ مرتبط است:

$$z_{k+1} = H_k x_{k+1} + v_{k+1} \quad (6)$$

که در آن z_{k+1} بردار اندازه‌گیری تعریف می‌شود. H_k ماتریس خروجی است که به صورت خطی مقادیر خروجی و حالت را به یکدیگر مرتبط می‌کند. v_{k+1} بردار خطای اندازه‌گیری است و مانند w_k دارای توزیع نرمال با میانگین صفر است که به صورت تصادفی تعریف می‌شود. فیلتر کالمن فرآیند حالت را با استفاده از شکلی کنترل بازخوردی تخمین می‌زند. فیلتر فرآیند حالت در زمان را تخمین می‌زند و سپس بازخورد آن را به دست می‌آورد (Bishop., 2006). بنابراین فیلتر کالمن را می‌توان یک الگوریتم اصلاح کننده - پیش‌بینی کننده در نظر گرفت که شامل دو مجموعه معادلات اندازه‌گیری و به‌روز-رسانی شده (تصحیح کننده) و معادلات پیش‌بینی به‌روز رسانی شده (پیش‌بینی کننده) می‌باشد. از رابطه‌های شماره ۷ تا ۱۱ روابط فیلتر آمده است:

$$\hat{x}_{k+1}^- = \Phi_k \hat{x}_k^- + G_k u_k + \omega_k \quad (7)$$

$$P_{k+1}^- = \Phi_k P_k^- \Phi_k^T + Q_k \quad (8)$$

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (9)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (10)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (11)$$

که در آن‌ها \hat{x}_k^- حالت اولیه و اصلاح نشده سیستم و P_k^- ماتریس کواریانس خطای اصلاح نشده است که از آن برای محاسبه K_k ، بهره کالمن، استفاده می‌شود. بردارهای \hat{x}_k^- و P_k^- اولیه به صورت ورودی به برنامه داده می‌شود. Q_k کواریانس خطای سیستم و R_k کواریانس خطای اندازه‌گیری است و می‌توان آن‌ها را با سعی و خطا و به منظور رسیدن به بهترین نتایج محاسبه کرد. معادلات ۷ و ۸ معادلات بخش پیش‌بینی کننده الگوریتم و معادلات ۹، ۱۰ و ۱۱ معادلات بخش اصلاح کننده می‌باشند. در فیلتر غیرخطی کالمن پس از گسسته‌سازی معادله حالت و تبدیل آن به فرم معادله ۷ و با تعریف ماتریس-های سیستم، ورودی و خروجی، با کمک روابط پیش‌بینی و اصلاح کننده، فیلتر غیرخطی کالمن بر معادله اعمال می‌شود.

روابط فیلتر کالمن غیرخطی توسعه یافته

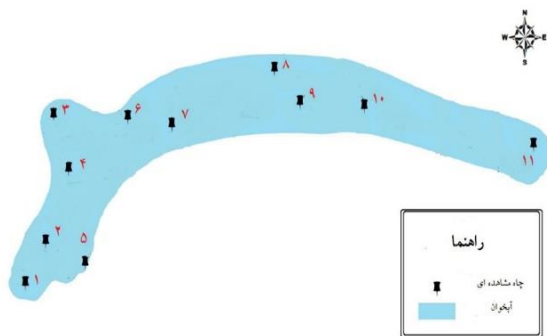
وقتی معادلات دینامیکی یک سیستم خطی نباشد، فیلتر کالمن توسعه یافته باید به کار برده شود (Andrews et al., 1993). در فیلتر کالمن توسعه یافته باید معادلات حالت را در حدود تخمین برآورد حالت برای هر مرحله زمانی خطی کرد. فرآیند خطی کردن معادلات به‌وسیله تقریب سری تیلور انجام می‌شود. معادلات حالت و اندازه-

صفر و به ترتیب با واریانس R_k و Q_k انتخاب شدند. همان طور که گفته شد R_k و Q_k اغلب با سعی و خطا به منظور یافتن بهترین نتیجه محاسبه می شوند. برای شروع برنامه نیاز به مقادیر اولیه \hat{x}_k^- و P_k^- داریم. ماتریس اولیه \hat{x}_k^- مقادیر تراز آب در هر نقطه از شبکه آبخوان است که از مدل سازی انجام شده آبخوان در حالت ماندگار در نرم افزار به دست می آیند و به صورت ورودی به برنامه وارد می شوند. ماتریس کواریانس خطای تخمین اولیه، P_k^- ، مقداری دلخواه از صفر انتخاب می شود. حال با دانستن مقادیر پارامترهای گفته شده با نوشتن معادلات بالا در نرم افزار برنامه نویسی متلب و تاثیر فیلتر کالمن در نتایج نرم افزار GMS می توان خطای مدل سازی را کاهش داد و نتایج را به شرایط واقعی نزدیک کرد.

همچنین به منظور تعریف فیلتر کالمن غیرخطی، معادله حالت آبخوان ۴ در قالب معادله حالت ۷ آورده شد و با تعریف ماتریس مربعی و پنج قطری ضرایب متغیرهای معادله ۴، Φ_k ، و ماتریس مربعی و قطری ضرایب ورودیها (شامل تغذیه و تخلیه)، G_k ، و ماتریس انتقال، H_k ، معادلات بازنویسی و فیلتر غیرخطی کالمن بر نتایج جی.ام.اس اعمال شد. نتایج نشان داد فیلتر غیرخطی کالمن خطای به نسبت بیش تری از فیلتر غیرخطی توسعه یافته دارد به همین دلیل می توان با اطمینان گفت استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته برای معادلات آبخوان گزینه بسیار مناسب تری است.

نتایج و بحث

به منظور بررسی تاثیر فیلتر کالمن بر دقت و خطای مدل سازی، نتایج مدل سازی آبخوان آزاد دشت بیرجند مدل سازی شده در نرم افزار جی.ام.اس با تاثیر فیلتر کالمن غیرخطی توسعه یافته و فیلتر کالمن غیرخطی و بدون تاثیر آن با سطح آب زیرزمینی مشاهده شده، در چاه های مشاهداتی در طول ۱۲ ماه مقایسه گردید. قابل ذکر است در این آبخوان ۱۱ چاه مشاهده ای یا پیژومتر وجود دارد. شکل ۲ موقعیت این چاه ها را نشان می دهد:



شکل ۲- موقعیت چاه های مشاهداتی

$$J_x = \left. \frac{\partial f [x_k]}{\partial x} \right|_{\hat{x}_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f [x_{1k}]}{\partial x_1} & \frac{\partial f [x_{1k}]}{\partial x_2} & L \\ \frac{\partial f [x_{2k}]}{\partial x_1} & \frac{\partial f [x_{2k}]}{\partial x_2} & L \\ M & M & O \end{bmatrix}_{\hat{x}_k} \quad (20)$$

مرحله نهایی برای فیلتر، تخمین معادلات پیش بینی است. تخمین بردار حالت به شکل رابطه ۲۱ می باشد:

$$\hat{x}_{k+1}^- = f [\hat{x}_k^-] + u_k \quad (21)$$

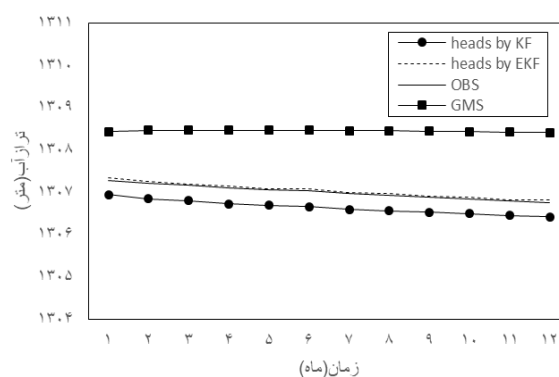
که $f [\hat{x}_k^-]$ تابع غیرخطی در حدود تخمین حالت کنونی \hat{x}_k^- است. مرحله بعدی محاسبه ماتریس کواریانس تخمین حالت اولیه است. ابتدا معادله ۲۲ در حدود حالت کنونی خطی می شود سپس ماتریس کواریانس پیشین می تواند مشابه ماتریس کواریانس فیلتر کالمن معمولی محاسبه شود. بنابراین ماتریس کواریانس پیشین نیز به شکل رابطه ۲۲ نوشته می شود:

$$P_{k+1}^- = J_x P_k J_x^T + Q_k \quad (22)$$

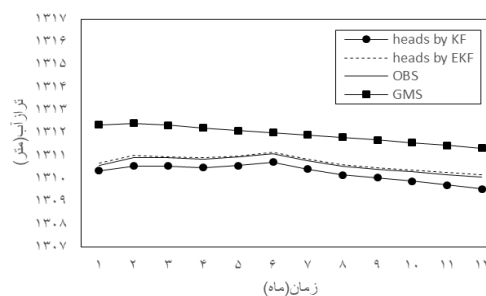
معادلات ۱۶، ۱۷، ۱۸ معادلات بخش اصلاح کننده و معادلات ۲۱ و ۲۲ معادلات بخش پیش بینی کننده می باشند. به منظور تاثیر معادلات فیلتر کالمن بر نتایج GMS، با تعریف معادلات فیلتر کالمن در زبان برنامه نویسی متلب، معادله حالت به شکل معادله ۴ بیان شد و با توجه به اینکه مقادیر اندازه گیری و مقادیر به دست آمده از معادله سیستم هردو از جنس تراز آب (h) هستند، مقادیر اندازه گیری با تعریف ماتریس اندازه گیری Z_k که مقادیر آن همان مقادیر تراز مشاهده ای در ۱۱ پیژومتر در طول ۱۲ ماه هستند، به صورت یک ماتریس ستونی برای هر ماه تعریف می شود. در معادلات با توجه به در نظر گرفتن مقادیر اندازه گیری به صورت ماتریسی و نه تابع به جای ماتریس ژاکوبین معادله اندازه گیری، J_h ، ماتریس انتقال H_k جایگزین می شود. با ضرب ماتریس انتقال، H_k ، در ماتریس ستونی ای که شامل تمام نقاط شبکه است x_{k+1} ، ماتریسی شامل نقاط در برگیرنده مختصات پیژومترها در هر گام به دست می آید. در این ماتریس نقاط نظیر پیژومترها یک و سایر نقاط صفر در نظر گرفته می شود. برای محاسبه ژاکوبین معادله سیستم، J_x ، با توجه به رابطه ۱۹ در هر نقطه از شبکه نسبت به هریک از متغیرها مشتق گیری می شود و ماتریس ژاکوبین به صورت یک ماتریس ۵ قطری محاسبه می شود. برای محاسبه ژاکوبین، مقدار تراز آب در هر نقطه شبکه از مقادیر به دست آمده از مدل سازی آبخوان در GMS استفاده می شود. مقادیر v_k و w_k که به ترتیب بردار خطای اندازه گیری و بردار خطای سیستم هستند اعدادی تصادفی با توزیع نرمال و میانگین

تاثیر فیلتر کالمن توسعه یافته در کاهش خطا و مقایسه دو فیلتر کالمن غیرخطی و غیرخطی توسعه یافته

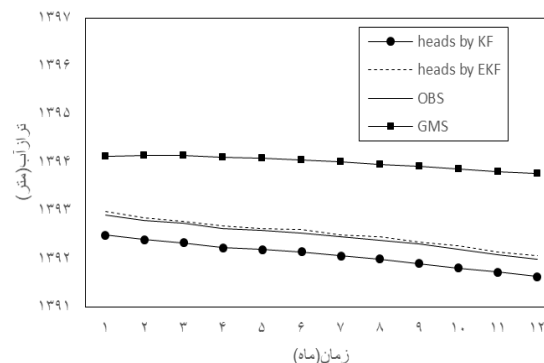
نتایج مشاهدات و نتایج نرم افزار با تأثیر و بدون تاثیر فیلتر کالمن غیرخطی و فیلتر کالمن توسعه یافته در طول ۱۲ ماه برای سه پیزومتر در اشکال ۳ تا ۵ نشان داده شده است. پیزومتر سه در غرب و پیزومترهای ده و یازده در شرق آبخوان قرار دارند.



شکل ۳- نتایج مشاهدات و نتایج نرم افزار بدون تاثیر و با تاثیر فیلتر کالمن توسعه یافته و غیرخطی در پیزومتر شماره سه



شکل ۴- نتایج مشاهدات و نتایج نرم افزار بدون تاثیر و با تاثیر فیلتر کالمن توسعه یافته و غیرخطی در پیزومتر شماره ده



شکل ۵- نتایج مشاهدات و نتایج نرم افزار بدون تاثیر و با تاثیر فیلتر کالمن توسعه یافته و غیرخطی در پیزومتر شماره یازده

مقایسه سطح آب زیرزمینی مدل سازی شده با تاثیر فیلتر کالمن و بدون تاثیر فیلتر کالمن با سطح آب زیرزمینی مشاهده شده در چاه-های مشاهداتی، نشان می دهد فیلتر کالمن با تخمین تراز سطح آب زیرزمینی وابسته به مجموعه ای از تراز اندازه گیری های انجام شده و ایجاد ارتباط بین عدم قطعیت تخمین های مدل و پروسه اندازه گیری قدرت زیادی در بهبود نتایج مدل سازی و نزدیک کردن مدل سازی به شرایط واقعی دارد. همچنین با مقایسه نتایج فیلتر غیرخطی کالمن و فیلتر کالمن توسعه یافته می توان دریافت که فیلتر کالمن توسعه یافته دقت بسیار بیشتری از فیلتر کالمن غیرخطی دارد و نتایج به واقعیت نزدیک تر شده و دارای خطای کمتری است بنابراین استفاده از فیلتر غیرخطی توسعه یافته کالمن در این مدل نتایج بهتری دارد.

ارزیابی عملکرد مدل

خطای میانگین، خطای میانگین مطلق و خطای میانگین مربعات به عنوان معیارهایی برای تشخیص عملکرد مدل استفاده شدند. واحد این خطاها براساس واحد مقادیر وارد شده در آن ها و در این مطالعه متر می باشد. این خطاها به ترتیب از روابط ۲۳ تا ۲۵ محاسبه می شوند.

$$ME = \frac{\sum_{i=1}^n (h_0 - h_s)}{n} \quad (23)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |h_0 - h_s|}{n} \quad (24)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (h_0 - h_s)^2}{n}} \quad (25)$$

که در آن h_0 و h_s به ترتیب سطح آب زیرزمینی مشاهده شده و مدل سازی شده است و n بیانگر تعداد پیزومترهاست. خطاهای ذکر شده در هر ماه محاسبه شدند و میانگین کل خطاها در طول ۱۲ ماه در جدول ۱ مشخص گردید.

با توجه به نتایج جدول ۱ به طور کلی با تاثیر فیلتر کالمن خطاها به میزان قابل توجهی کاهش یافته اند همچنین نتایج فیلتر کالمن توسعه یافته دارای خطای کمتری نسبت به فیلتر غیرخطی کالمن است که نشان از عملکرد بهتر فیلتر کالمن غیرخطی توسعه یافته نسبت به فیلتر غیرخطی کالمن، در کاهش خطا مدل سازی است.

جدول ۱- محاسبه ی خطای میانگین (ME) ، خطای مطلق میانگین (MAE) و جذر میانگین مربعات (RMSE)

خطا نتایج GMS بدون تاثیر فیلتر کالمن (m)	خطا نتایج GMS با تاثیر فیلتر کالمن توسعه یافته (m)	خطا نتایج GMS با تاثیر فیلتر کالمن غیرخطی (m)	
-۰/۲۴۶	-۰/۰۰۷	-۰/۲۸۰	ME
۱/۱۲۵	۰/۰۱۵	۰/۲۸۴	MAE
۱/۳۴۱	۰/۰۱۹	۰/۳۱۳	RMSE

نتیجه گیری

به دلیل پیچیدگی آبخوان آزاد، مدل سازی سطح آب زیرزمینی دارای عدم قطعیت‌هایی است که در نتایج مدل سازی ایجاد خطا می‌کند. در این مطالعه به منظور بهبود نتایج مدل سازی آبخوان آزاد دشت بیرجند، که توسط کد مودفلو نرم افزار جی.ام.اس انجام شد، از معادلات فیلتر کالمن توسعه یافته استفاده شد. فیلتر کالمن توسعه یافته براساس معادلات حالت و اندازه گیری که به ترتیب نمونه تصادفی از مدل و مشاهدات هستند به تخمین از شرایط واقعی پرداخت. با بهبود نتایج مدل سازی در تحقیق حاضر، خطای میانگین، خطای مطلق میانگین و خطای جذر میانگین مربعات به ترتیب از ۰/۲۴۶، ۱/۱۲۵ و ۱/۳۴۱ متر با تاثیر فیلتر کالمن به مقادیر ۰/۰۰۷، ۰/۰۱۵ و ۰/۰۱۹ متر کاهش یافت. همچنین با تعریف و اعمال فیلتر غیرخطی کالمن بر نتایج جی.ام.اس مشخص شد فیلتر کالمن توسعه یافته گزینه بسیار مناسب تری از فیلتر غیرخطی کالمن در کاهش خطای مدل سازی می‌باشد.

منابع

- The Netherlands. 101-117.
- Eigbe,U., Beck,M.B., Wheater,H.S., Hirano,F. 1998. Kalman filtering in groundwater flow modelling: problems and prospects. Stochastic Hydrology and Hydraulics. 12.1: 15-32.
- Ghochanian,E., Etebari,B., Akbarpour,A. 2013. Integrating groundwater management with WEAP and MODFLOW models (Case study: Birjand Plain, east of Iran). CUE conference. 1-11 .
- Hamraz,B., Akbarpour,A., Pourreza Bilondi,M and Sadeghi Tabas,S. 2015.On the assessment of ground water parameter uncertainty over an arid aquifer. Arabian Journal of Geosciences. 1-15 .
- Kurtis,L., Doney,B. 2007. Leak Detection in Pipelines using the Extended Kalman Filter and the Extended Boundary Approach. University of Saskatchewan. Department of Mechanical Engineering. 38-53.
- Leng,C.H and Yeh,H.D. 2003. Aquifer parameter identification using the extended Kalman filter. Water Resource Research. 39. 3.1062-1074.
- O'Connell,P.E. 1980. Real-Time Hydrological Forecasting and Control. Institute of Hydrology.Wallingford. UK. 195-240.
- Sadeghi Tabas,S., Akbarpour,A., Pourreza Bilondi,M and Samadi,S. 2016. Toward reliable calibration of aquifer hydrodynamic parameters:characterizing and optimization of grid groundwater system using swarm intelligence optimization algoritm. Arabian Journal of Geosciences.9.719:3-12 .
- Wan,H., Anderson,M. 1995. Introduction to Groundwater Modeling. 87-88.
- Wood,E.F and Szollosi-Nagy,A. 1978. An Adaptive Algorithm for Analyzing Short-Term Structural and Parameter Changes in Hydrologie Prediction Models. Water Resources Research. 14: 577-581.
- Yeh,H.D and Haung,Y.C. 2004. parameter estimation for leaky aquifers using the etended kalman filter and considering model and data. 302.28-45.
- Andrews Angus,P and Grewal Mohinder,S. 1993. Kalman Filtering: Theory and Practice using Matlab. p:1-381
- Behmanesh,J and Bateni,M.M. 2015. Covariance correction for estimating groundwater level using deterministic ensemble kalman filter. Journal of Fundamental and Applied Sciences. 7.1:1-13 .
- Bishop,G and Welch,G. 2006. An Introduction to the Kalman Filter. University of North Carolina at Chapel Hill. Department of Computer Science. 1-160.
- Bras,R.L. 1978. Sampling network design in hydrology and water quality sampling.A review of linear estimation theory in Applications of Kalman filter to hydrology. hydraulics and water resources. Proceedings of AGU Chapman Conference. May 22-24. Pittsburgh. 155-200.
- Brouwer,G.K. 1983. Reduction of a groundwater level network. Proceedings and Information. No. 31 of the Committee for Hydrological Research TNO. The Hague.

The Usage of Extended Non-Linear Filter Kalman in Improvement of Groundwater Simulation Results in Unconfined Aquifer

S. Sarikhani¹, M. Naseri², A. Akbarpour^{3*}, M. B. Sharifi⁴

Received: Jul.30, 2017

Accepted: Sep.06, 2017

Abstract

GMS, is the software that simulate groundwater flow, with using ModFlow based on finite difference method. With comparing the acquired result from GMS and observation data, the existence of error is clear and obvious. One of the methods that decrease simulation error is the usage of filter kalman algorithm. In this study, extended non-linear filter kalman was used in order to improve the simulation results in Birjand unconfined aquifer in southern Khorasan province. The results showed that using this algorithm revealed satisfactory results in prediction of groundwater head. As the mean error (ME), mean absolute error (MAE) and root mean square error (RMSE) are -0.246, 1.125 and 1.341 meter respectively. With influencing extended filter kalman on results these errors decrease to -0.007, 0.015 and 0.019 meter. Also with investigation the results of extended non-linear filter kalman and non-linear filter kalman, it was found extended non-linear filter kalman is better choice for reducing simulation errors.

Keywords:MODFLOW, Kalman Filter, Unconfined Aquifer, Unsteady Conditions

1- M.Sc. of Civil-Engineering and Water Resources Management., University of Birjand sara_sarikhani70@birjand.ac.ir

2- Assistant Professor, Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, University of Birjand mnaseri@birjand.ac.ir

3- Associate Professor, Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, University of Birjand akbarpour@birjand.ac.ir

4- Associate Professor, Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad mbsharif@ferdowsi.um.ac.ir

(* -Corresponding Author Email: Akbarpour@birjand.ac.ir)