

بررسی و صحت سنجی استفاده از بهترین رابطه عمومی نفوذ در خاک‌های با بافت متوسط و

سبک در دشت مشهد

مرجان قوچانیان^۱، بیژن قهرمان^{۲*}

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۷/۲۳ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۸/۲۵

چکیده

تغییرات مکانی و زمانی نفوذ، مطالعات هیدرولوژی در سطوح بزرگ مانند حوضه آبریز و در سطوح کوچک مانند مدیریت سیستم‌های آبیاری، را بر هزینه، زمان بر و پیچیده می‌سازد. یکی از روش‌های مناسب برای تعیین رابطه کلی نفوذ، مقیاس‌سازی روابط است، که یک راه‌حل کاربردی در رابطه با مسائل تغییرپذیری خاک‌ها می‌باشد. در این مقاله، به کمک مقیاس‌سازی و با استفاده از داده‌های آزمایش‌های نفوذ، رابطه‌ی دوجمله‌ای برای نفوذ آب در سه خاک به دست آمده است. بیشترین مقادیر MAE و RMSE برای واسنجی رابطه‌ی پیشنهادی به ترتیب برابر ۰/۴۸ برای خاک شن لومی و ۰/۵۵ برای خاک لوم محاسبه شد. این مقادیر نسبت به اعماق مختلف نفوذ (از ۱۰ تا ۲۵ سانتی‌متر) از دقت بالایی برخوردارند. اگر چه ارزیابی رابطه‌ی تجربی نفوذ سه‌جمله‌ای که در پژوهش‌های پیشین به دست آمده مقادیر خطای کمتری را داشته است، اما سادگی رابطه‌ی دوجمله‌ای و کوتاه‌تر شدن محاسبات رابطه تجربی نفوذ دلیلی بر برتری آن است.

واژه‌های کلیدی: نفوذ، معادله دو جزئی فیلپ، مقیاس‌سازی

مقدمه

شده‌اند و خصوصیات فیزیکی بخصوصی از خاک را در بر نمی‌گیرند، که مدل‌های تجربی نامیده می‌شوند (مدل‌های کوستیاکوف، ۱۹۳۲؛ هورتون، ۱۹۴۰ و هولتان، ۱۹۶۱ از این دسته‌اند) و برخی دیگر بر مبنای خصوصیات فیزیکی خاک بنا شده‌اند (شامل مدل‌های گرین-آمپ، ۱۹۱۱ و فیلپ، ۱۹۵۷).

نکته‌ای که حائز اهمیت است، تغییرپذیری مکانی خاک‌ها می‌باشد که تحلیل مسائل مربوط به جریان آب در خاک را، به‌ویژه در سطوح بزرگ مانند حوضه آبریز، مشکل می‌سازد. یک راه‌حل در برخورد با مسائل تغییرپذیری، استفاده از روش‌های مقیاس‌سازی می‌باشد. پس از ارائه‌ی مفهوم محیط‌های متشابه، توسط میلر و میلر (۱۹۵۶) که در آن مفهوم جریان متشابه را برای مقیاس‌سازی معادلات داریسی و پیوستگی مطرح کردند و اظهار داشتند که جریان آب در دو خاک متشابه تحت شرایط مرزی و اولیه مقیاس‌شده‌ی یکسان، متشابه خواهد بود، روش‌های مقیاس‌سازی زیادی به منظور غلبه بر مشکل تغییرپذیری خاک‌ها بر پایه این نظریه توسعه یافت. بنابراین، به منظور کاربردی ساختن نظریه میلر و میلر (۱۹۵۶)، واریک و همکاران (۱۹۷۷) به توسعه نظریه آن‌ها پرداختند. ولی همچنان کاربرد آن برای همه خاک‌های طبیعی محدود بود زیرا محدودیت عمده نظریه میلر و میلر (۱۹۵۶) که شباهت میکروسکوپی بین محیط‌های

وارد شدن آب به داخل خاک را پدیده نفوذ می‌نامند، که مهمترین ویژگی خاک از نظر کشاورزی می‌باشد. مقدار آبی که در دوره زمانی مشخص در خاک نفوذ می‌کند نفوذ تجمعی نامیده می‌شود. ارزیابی دقیق نفوذ تجمعی و سرعت نفوذ که به عواملی مانند خصوصیات فیزیکی خاک، مقدار رطوبت اولیه خاک، شدت بارندگی یا مقدار آب آبیاری، شیب و زبری سطح زمین، درصد و نوع پوشش گیاهی و کیفیت آب بستگی دارد امری ضروری است. نفوذ آب به داخل خاک را می‌توان به روش‌های مختلف نظیر کرت‌های کوچک، ورودی-خروجی جریان و استوانه‌های مضاعف اندازه‌گیری نمود. حالت‌های گوناگون خیس شدن خاک، به مقدار قابل توجهی بر نفوذ آب مؤثر است. معادلات مختلفی برای تعیین چگونگی نفوذ آب به داخل خاک وجود دارد. اهمیت فرآیند نفوذ سبب گردیده است که مدل‌های گوناگونی به منظور به کمیت در آوردن این فرآیند ارائه شود، که برخی مدل‌هایی هستند که بر ترسیم منحنی بین سرعت نفوذ و زمان تحلیل

۱ - دانشجوی دکتری گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

۲ - استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد
(Email: bijangh@um.ac.ir) * - نویسنده مسئول:

استفاده از نگرش آنان رابطه‌ای جامع برای نفوذ آب در خاک (رابطه ۲) ارائه کردند.

$$I^* = 0.6296D_1^{*0.0441}t^{*0.5} + (-752.09D_1^{*2} + 26.66D_1^* + 0.3742) * t^* + (-0.045\text{Ln}D_1^* - 0.0891)t^{*1.5} \quad (2)$$

که در آن

I^* : نفوذ تجمعی مقیاس شده

D_1^* : ضریب پخشیدگی مقیاس شده که تابعی از رطوبت اولیه (θ_1)

می‌باشد

t^* : زمان مقیاس شده

رابطه (۲) از حل معادله مقیاس شده ریچاردز (رابطه ۱) و جایگذاری در معادله مقیاس شده فیلیپ (رابطه ۳) به دست آمده است.

$$I^* = At^{*0.5} + Bt^* + Ct^{*1.5} \quad (3)$$

پارامترهای رابطه (۳) به شرح زیر است:

I^* : نفوذ تجمعی مقیاس شده

t^* : زمان مقیاس شده

A, B و C: ضرایب ثابت رابطه فیلیپ که به صورت تجربی

به دست می‌آیند.

حل معادله فیلیپ به منظور محاسبه نفوذ در زمان‌های مختلف می‌باشد. اهمیت دانستن معادله نفوذ به جهت تشریح هیدرولیک آبیاری سطحی همراه با مشکلات تعیین تخمین‌های قابل اطمینان این پارامتر به این معنی است که محققین باید وقت و هزینه زیادی را صرف کنند قبل از این که بتوانند وارد مرحله طراحی سیستم آبیاری گردند (محبوبی و نادری، ۱۳۸۵). مشکل تغییرپذیری خاک‌ها اندازه‌گیری نفوذ در مقیاس نقطه‌ای را بسیار دشوار ساخته است. بنابراین فرموله کردن و حل مسائل جریان غیراشباع نیاز به استفاده از روش‌های غیر مستقیم دارد، که این روش‌ها عموماً با تقریب روش‌های حل عددی توأم می‌باشند. به طوری که بررسی جریان غیر اشباع در دهه‌های اخیر یکی از مهم‌ترین و فعال‌ترین موضوعات تحقیقاتی در فیزیک خاک و هیدرولوژی بوده است. در نتیجه، ارائه و توسعه‌ی روش‌های نظری و تجربی برای حل این مسائل هنوز هم در حال انجام است. بنابراین استفاده از روشی که بتوان بدون نیاز به آزمایش‌های وقت‌گیر و پرهزینه نفوذ منجر به ارائه میزان نفوذ آب در خاک شود روشی جدید است که محققان دانش فیزیک خاک و هیدرولوژی همواره در پی انجام آن می‌باشند. به همین دلیل در این تحقیق با استفاده از رابطه‌ی عمومی سه جمله‌ای نفوذ (قوچانیان و همکاران، ۱۳۹۶) و شکل دو جمله‌ای این رابطه، که مبتنی بر معادله نفوذ فیلیپ می‌باشد به ارزیابی و صحت سنجی این روابط برای استفاده در مقیاس وسیع (سطح حوضه) خواهیم پرداخت. لازم به ذکر است که معادله فیلیپ یک سری بی‌نهایت است که با استفاده از دو یا سه جمله، سری را تقریب می‌زند. اگر چه تعداد بیشتر جملات دقت

متشابه است در فیزیک خاک فرض پایه به شمار می‌رود. بنابراین، سیمونز و همکاران (۱۹۷۹) در مورد اصلاح تخمین عامل مقیاس روش واریک و همکاران (۱۹۷۷) تحقیق کرده و استفاده از دو عامل مقیاس مختلف برای توابع هیدرولیکی خاک پیشنهاد دادند. ووگل و همکاران (۱۹۹۱) نیز با این فرض که تغییرات مکانی توابع هیدرولیکی خاک از رفتاری خطی پیروی می‌کند، عوامل مقیاس توابع هیدرولیکی خاک را معرفی کردند.

تحقیقات کوتلیک و همکاران (۱۹۹۱)، واریک و حسین (۱۹۹۳)، کوزاک و آهوجا (۲۰۰۵) و کوزاک و همکاران (۲۰۰۵) از دیگر کاربردهای روش‌های مقیاس‌سازی می‌باشند که در آن‌ها فرایندهای آبی خاک مانند نفوذ برای خاک‌های طبیعی متفاوت مقیاس شده‌اند. با استفاده از تحقیقات ذکر شده، کوتلیک و نیلسن (۱۹۹۴) پیشنهاد کردند که منحنی مرجع می‌تواند با میانگینی از همه منحنی‌ها تعیین شود و آنگاه عامل‌های مقیاس به صورت تجربی می‌توانند به نحوی به دست آیند که هر منحنی مقیاس شده با حداقل خطا روی منحنی مرجع واقع شود. این مقدمه، دلیلی بر بیان استفاده از روش مقیاس‌سازی برای حل‌های عمومی معادله جریان غیراشباع (معادله ریچاردز) می‌باشد به نحوی که این حل عمومی بتواند برای خاک‌ها و شرایط مختلفی به کار رود. رایج‌ترین مدل ریچاردز به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial h}{\partial z} - K \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} - K \right) \quad (1)$$

که در آن، θ درصد رطوبت حجمی خاک، h پتانسیل ماتریک، K هدایت هیدرولیکی غیراشباع، D ضریب پخشیدگی هیدرولیکی خاک، t زمان و z عمق خاک می‌باشد. K و D توابعی از θ و یا h می‌باشند. اما از آنجا که معادله ریچاردز رابطه‌ای به شدت غیرخطی است، بدیهی است که نیازمند روش‌های عددی پیچیده برای حل می‌باشد. بنابراین، برای رفع این مشکل، با در نظر گرفتن توابعی خاص برای ویژگی‌های هیدرولیکی خاک‌ها، روش‌های مقیاس‌سازی برای حل معادله ریچاردز توسعه یافتند. در نتیجه، می‌توان از یک حل منفرد معادله ریچاردز برای خاک‌ها و شرایط مختلف استفاده نمود. تا کنون روش‌های متعددی برای مقیاس‌سازی معادله ریچاردز ارائه شده است. ریشارد و همکاران (۱۹۷۲)، واریک و آموزگار فرد (۱۹۷۹)، یانگز و پرایس (۱۹۸۱)، واریک و همکاران (۱۹۸۵)، اسپوزیتو و جوری (۱۹۸۵)، ووگل و همکاران (۱۹۹۱)، کوتلیک و همکاران (۱۹۹۱)، واریک و حسین (۱۹۹۳)، وو و پن (۱۹۹۷) و صادقی و همکاران (۲۰۱۱) از این دست تحقیقات می‌باشند. بر این اساس، چنین روش‌هایی می‌توانند بسیار کارآمد بوده و از پیچیدگی و حجم محاسبات، به ویژه در سطوح تغییرپذیر، تا حد زیادی بکاهند. صادقی و همکاران (۲۰۱۲) نشان دادند که با استفاده از حل‌های مقیاس شده ریچاردز، می‌توان به مقادیر نفوذ دست یافت. قوچانیان و همکاران (۱۳۹۶) با

مقایسه با رابطه تجربی نفوذ سه جمله‌ای (رابطه‌ی ۳)، آزمایش نفوذ روی سه بافت متفاوت خاک (لوم، شن لومی و لوم شنی) در حوضه آبریز دشت مشهد انجام شد. همچنین دو آزمایش نفوذ آب در خاک روی بافت خاک رسی از مطالعات بوهنه (۱۹۹۳) و یک آزمایش نفوذ آب در خاک روی بافت خاک شنی از مطالعات بری (۱۹۹۵) نیز جهت اطمینان بیشتر استفاده شد، خصوصیات خاک‌های مورد استفاده در جدول ۱ ارائه شده است.

معادله را بیشتر می‌کند اما طولانی شدن رابطه، استفاده کاربردی آنرا نیز محدود خواهد کرد. به همین دلیل در این پژوهش، استفاده از شکل دو جمله‌ای رابطه‌ی فیلیپ (رابطه ۴) استفاده شد.

$$I^* = At^{*0.5} + Bt^* \quad (4)$$

مواد و روش‌ها

به منظور به دست آوردن رابطه تجربی نفوذ دو جمله‌ای و بررسی و

جدول ۱- برخی ویژگی‌های فیزیکی خاک‌های مورد مطالعه

ردیف	بافت خاک	θ_1 (%)	θ_0 (%)	h_b (cm)
۱	لوم شنی	۰/۱۵	۰/۴	۱۰
۲	شن لومی	۰/۱۲	۰/۳۲۵	۱۰
۳	لوم	۰/۱	۰/۵۳۲	۱۰
۴	شن	۰/۰۸۲	۰/۳۱۲	۵۵/۰۵
۶	رس	۰/۴۵۳	۰/۵۷۸	۱۳/۱۱
۷	رس	۰/۳۹۱	۰/۵۱۶	۱۱/۴۸

θ_0 : رطوبت مرزی در سطح خاک، θ_1 : رطوبت اولیه پروفیل خاک، مکش ورود هوا

یکنواخت θ_1 در ستون خاک، در نظر گرفته شده است (رابطه ۸):

$$\theta(0, t) = \theta_0, \quad \theta(z, 0) = \theta_1 \quad (8)$$

برای داده‌های مزرعه‌ای اندازه‌گیری شده z برابر با ۳۰ سانتی‌متر در نظر گرفته شد.

روش مقیاس‌سازی مورد استفاده در این تحقیق به گونه‌ای است که معادله مقیاس نشده ریچاردز در شرایط خاک واقعی (خاکی که پارامترهای آن مقیاس نشده باشد) با تقسیم‌بندی پروفیل خاک به $N-1$ قسمت مساوی، حل عددی گردید. سپس برای استفاده از شکل مقیاس شده معادله ریچاردز، از روابط هیدرولیکی مقیاس شده و شرایط مرزی و اولیه مقیاس شده که در ادامه به آن پرداخته شده است استفاده شد.

برای مقیاس‌سازی معادله ریچاردز (رابطه ۱)، متغیرهای مقیاس شده زیر تعریف می‌شوند (صادقی و همکاران، ۲۰۱۲):

$$\theta^* = \frac{\theta - \theta_1}{\theta_0 - \theta_1} \quad (9)$$

$$h^* = \frac{h}{z_0} \quad (10)$$

$$k^* = \frac{k}{k_0} \quad (11)$$

$$D^* = \frac{D}{D_0} \quad (12)$$

$$z^* = \frac{z}{z_0} \quad (13)$$

$$t^* = \frac{k_0 t}{(\theta_0 - \theta_1) z_0} \quad (14)$$

در روابط بالا، θ درصد رطوبت حجمی، θ_1 درصد رطوبت اولیه، θ_0 درصد رطوبت مرزی، D^* ضریب پخشیدگی مقیاس شده، D_0 ضریب پخشیدگی مرزی، z^* عمق مقیاس شده خاک، z عمق خاک، t

برای ارائه رابطه نفوذ دو جمله‌ای از روش مقیاس‌سازی صادقی و همکاران (۲۰۱۲) استفاده شد. آن‌ها با ارائه توابع هیدرولیکی موسوم به توابع توانی-نمایی، روش مقیاس‌سازی معادله ریچاردز (رابطه ۱) را پیشنهاد دادند که این توابع به شرح زیر است. روابط (۵) تا (۷) به ترتیب هدایت هیدرولیکی خاک، مکش خاک و ضریب پخشیدگی خاک می‌باشند.

$$K = K_s \left(\frac{h}{h_b}\right)^{-v} = K_s \exp[s(\theta - \theta_s)] \quad (5)$$

$$\begin{cases} h = h_b \exp\left[\frac{s}{v}(\theta_s - \theta)\right] & \theta \geq \theta_r \\ \theta = \theta_r & h < h_r \end{cases} \quad (6)$$

$$D = K \frac{dh}{d\theta} = -\frac{K_s h_b}{v} \exp\left[\frac{s(v-1)}{v}(\theta - \theta_s)\right] \quad (7)$$

که در روابط فوق، θ_s درصد رطوبت حجمی اشباع خاک، θ_r درصد رطوبت باقی‌مانده، h_b پتانسیل ماتریک ورود هوا، h پتانسیل ماتریک خاک، K_s هدایت هیدرولیکی اشباع خاک، K هدایت هیدرولیکی غیر اشباع خاک و s و v پارامترهای شکل این توابع می‌باشند. دلیل برتری استفاده از توابع هیدرولیکی مذکور نسبت به سایر توابع موجود، مانند بروکس و کوری (۱۹۶۴) و ون-گنوختن (۱۹۸۰) این است که رطوبت خاک می‌تواند در گستره وسیعی از θ_s تا θ_r تغییر کند و پتانسیل ماتریک متناظر با مقدار پتانسیل ماتریک ورود هوا (h_b) تا بی‌نهایت را پوشش دهد.

در این پژوهش، معادله ریچاردز در شرایط نفوذ آب به داخل خاک همگن نیمه بی‌نهایت با رطوبت مرزی بالایی ثابت θ_0 و رطوبت اولیه

که i_n نرخ نفوذ در زمان n ام (cm/min) و i_{n+1} نرخ نفوذ در زمان $n+1$ ام (cm/min) است. ۴- پس از آن با استفاده از روابط (۱۴) و (۲۴)، مقادیر نفوذ تجمعی مقیاس خواهند شد.

$$I^* = \frac{I(t)}{(\theta_0 - \theta_i)z_0} \quad (24)$$

I^* = نفوذ تجمعی مقیاس شده
که در آن:

$$I(t) = \int_0^L [\theta(z, t) - \theta_1(z)] dz \quad (25)$$

در رابطه (۲۵)، θ_1 رطوبت اولیه خاک و z عمق لایه مورد نظر در خاک می‌باشد.

بنابراین، به‌ازای هر خاک جفت نقاط (t^* و I^*) برای رسم نمودار نفوذ تجمعی تهیه خواهد شد. در مطالعات پیشین، قوچانیان و همکاران (۱۳۹۶) نشان دادند که به‌ازای خاک‌های با بافت متفاوت و به‌ازای مقدار رطوبت مشخص، نمودارهای نفوذ تجمعی مقیاس شده یکسان خواهد بود. در این پژوهش، با پذیرش این فرض، معادله ریچاردز برای خاک شنی حل شد و سپس مقیاس‌سازی شد. داده‌های نفوذ تجمعی مقیاس شده حاصل از خاک شنی با استفاده از یکی از معادلات مقیاس شده نفوذ که توسط واریک و همکاران (۱۹۸۵) ارائه شده و به شکل دو جزئی معادله مقیاس شده فیلیپ معروف است، تقریب زده شد:

$$I^* = At^{*0.5} + Bt^* \quad (26)$$

رابطه (۲۶) شکل مقیاس شده دو جزئی معادله فیلیپ می‌باشد که در آن هر یک از ضرایب A و B به‌ازای $D1^*$ معین، مقدار مشخصی دارد و با تغییر $D1^*$ مقدار این ضرایب تغییر خواهد کرد. I^* مقدار نفوذ تجمعی مقیاس شده و t^* زمان مقیاس شده را نشان می‌دهد. با تقریب رابطه (۲۶) به‌ازای نفوذ مقیاس شده حاصل از حل معادله ریچاردز، به‌ازای هر یک از ضرایب ثابت A و B می‌توان به رابطه ای تجربی برای شبیه‌سازی نفوذ دست پیدا کرد که این رابطه تابعی از $D1^*$ است.

ارزیابی مدل پیشنهادی برای نفوذ آب در خاک

برای ارزیابی رابطه نفوذ پیشنهاد شده، با استفاده از رابطه (۲۴)، رابطه نفوذ از مقیاس خارج خواهد شد. سپس با داده‌های اندازه‌گیری شده مزرعه‌ای که از دشت مشهد اندازه‌گیری شد، همچنین داده‌های بوهنه و همکاران (۱۹۹۳) و بری و همکاران (۱۹۹۵) مقایسه رابطه تجربی نفوذ انجام شد. داده‌های مزرعه‌ای مورد استفاده در این پژوهش در شرایط بار آبی ثابت ۱۰ سانتی‌متر انجام شد. بوهنه و همکاران (۱۹۹۳) از شبیه‌ساز باران برای آزمایش نفوذ استفاده کردند و گزارش کردند که زمان اندکی پس از شروع آزمایش (۴ تا ۶ دقیقه)، سطح خاک غرقاب و رواناب جاری خواهد شد. این داده‌ها برای خاک

زمان نفوذ، t^* زمان مقیاس شده و z_0 عامل مقیاس طول می‌باشد که از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$z_0 = \frac{D_0(\theta_0 - \theta_1)}{k_0} \quad (15)$$

از ترکیب روابط فوق، معادله مقیاس شده ریچاردز حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} = \frac{\partial}{\partial z^*} \left(D^* \frac{\partial \theta^*}{\partial z^*} - K^* \right) \quad (16)$$

که در آن D^* و K^* ، توابعی از رطوبت بی بعد (θ^*) هستند:

$$D^* = \exp[LnD_1^*(1 - \theta^*)] \quad (17)$$

$$K^* = \exp[LnK_1^*(1 - \theta^*)] \quad (18)$$

در روابط (۱۷) و (۱۸)، D_1^* و K_1^* هر دو تابعی از رطوبت اولیه (θ_1) می‌باشند که به شکل زیر نمایش داده می‌شوند:

$$D_1^* = \exp\left(-\frac{s(v-1)}{v} (\theta_0 - \theta_1)\right) \quad (19)$$

$$K_1^* = \exp(-s (\theta_0 - \theta_1)) \quad (20)$$

شکل مقیاس شده، رابطه (۸) با استفاده از روابط (۹)، (۱۳) و (۱۴)

به شرح زیر می‌باشد:

$$\theta^*(0, t^*) = 1, \quad \theta^*(z^*, 0) = 0 \quad (21)$$

صادقی و همکاران (۲۰۱۲)، با استفاده از مطالعات واریک و حسین (۱۹۹۳)، با ارائه رابطه (۱۹) نشان دادند که در معادله مقیاس شده ریچاردز (رابطه ۱۶)، زمانی که برای همه حل‌های مورد نظر پارامتر D_1^* (معادله ۱۹) یکسان باشد و تأثیر نیروی ثقل در برابر نیروی موینگی ناچیز باشد (مانند نفوذ آب در خاک نسبتاً خشک)، حل معادله ریچاردز مستقل از ویژگی‌های هیدرولیکی خاک و شرایط مرزی و اولیه است.

تقریب حل معادله مقیاس شده ریچاردز برای نفوذ آب در خاک

۱- از آنجایی که شکل واقعی معادله ریچاردز (رابطه ۱) و شکل مقیاس شده آن (معادله ۱۶) یکسان است، بنابراین برای شرایط خاک واقعی و مقیاس نشده، با تغییر رطوبت اولیه معادله ریچاردز، به صورت عددی و با استفاده از روش المان محدود حل شد.

۲- با استفاده از حل عددی معادله ریچاردز و توابع هیدرولیکی (روابط ۶ و ۷)، نرخ نفوذ (معادله ۲۲) محاسبه شده و سپس از طریق رابطه زیر مقدار نفوذ تجمعی بدست خواهد آمد:

$$i(t) = \frac{k_1 + k_2}{2dz(h_1 - h_2)} + 1 \quad (22)$$

k_1/k_2 ضریب هدایت هیدرولیکی در لایه اول و دوم تقسیم بندی شده در پروفیل خاک که نفوذ در آن صورت می‌گیرد و h پتانسیل ماتریک خاک است که از حل عددی معادله ریچاردز حاصل خواهد شد.

۳- مقادیر نفوذ تجمعی با استفاده از نرخ نفوذ (رابطه ۲۳) بدست خواهد آمد.

$$I = \frac{1}{2} (i_{n+1} + i_n) dt \quad (23)$$

نتایج و بحث

ارائه مدل تجربی برای نفوذ آب در خاک حاصل از حل معادله ریچاردز با استفاده از مقیاس‌سازی

همانطور که بیان شد، ضرایب رابطه (۲۶) تنها تابعی از D_1^* می‌باشند. بنابراین، در شکل ۱، به‌منظور استفاده از نتایج حل‌های مقیاس‌شده نفوذ، D_1^* های مختلف با رطوبت مرزی ثابت و رطوبت اولیه‌ی متغیر با استفاده از رابطه تغییرات بین D_1^* ، هر یک از پارامترهای ثابت رابطه (۲۳) شبیه‌سازی شدند و نتایج آن به‌صورت مجزا برای تغییرات هر یک از سه پارامتر ثابت رابطه ۲۶ (ضرایب A و B) نسبت به D_1^* نشان داده شده است. در هر یک از این شکل‌ها، بهترین رابطه غیر خطی با بیشترین ضریب تبیین R^2 در نظر گرفته شده است.

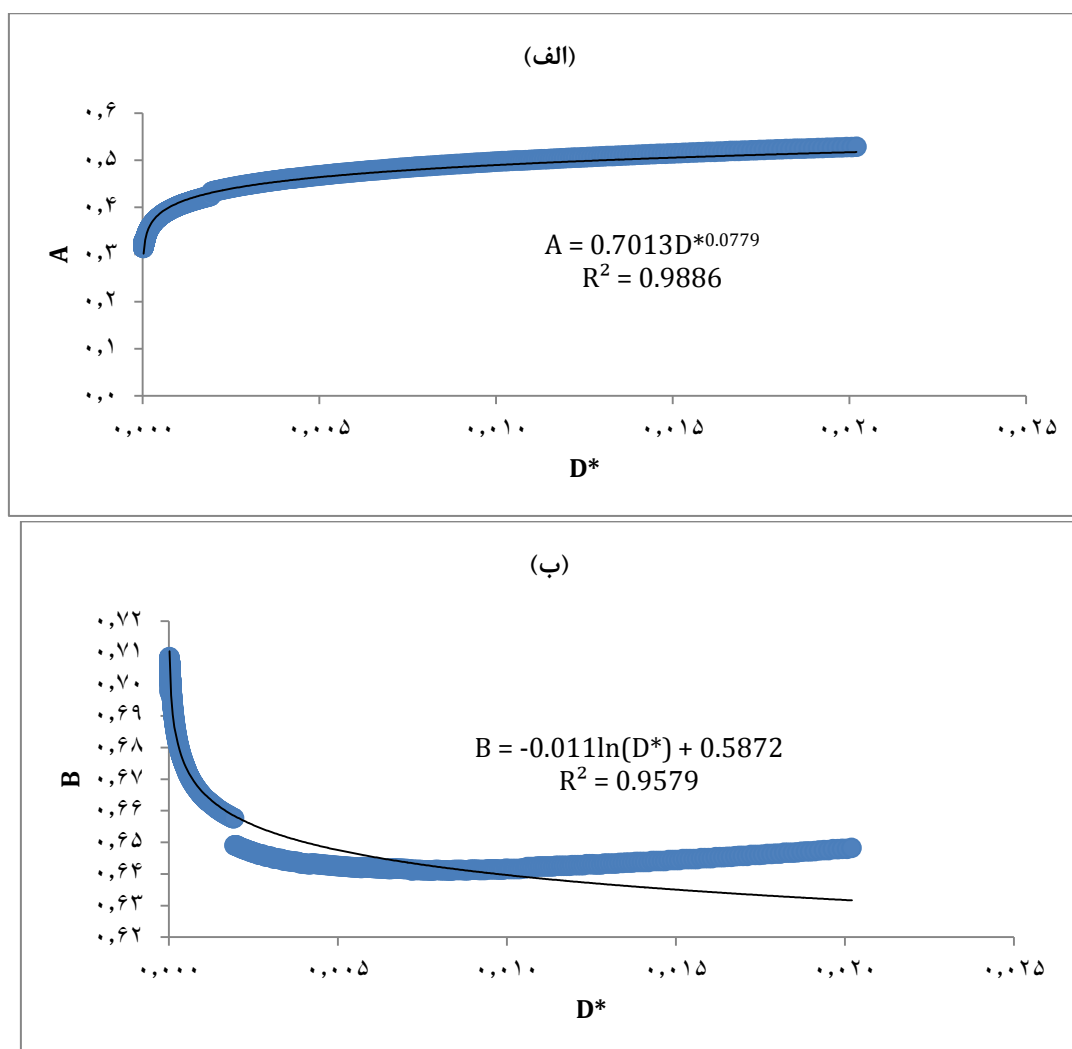
رسی کشت شده و خاک رسی بدون پوشش گیاهی اخذ شدند. در آزمایش بری و همکاران (۱۹۹۵) ارتفاع ناچیز آب حدود ۲ سانتی‌متر در سطح خاک ثابت نگه داشته‌شد.

دقت مدل پیشنهادی با استفاده از معیار ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) و میزان میانگین مطلق خطا (MAE) طبق تعاریف زیر به صورت کلی مورد بررسی قرار گرفت:

$$RMSE = \frac{1}{N} \sqrt{(I_{(Scaled)i}^* - I_{(empirical)i}^*)^2} \quad (27)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n |I_{(Scaled)i}^* - I_{(empirical)i}^*| \quad (28)$$

در این معادلات، N نقاط بررسی شده (تعداد لایه‌های تقسیم بندی شده در پروفیل خاک)، $I_{(Scaled)i}^*$ مقادیر نفوذ حاصل از حل معادله مقیاس‌شده ریچاردز و $I_{(empirical)i}^*$ مقادیر نفوذ حاصل از نتایج مدل پیشنهادی تجربی است.



شکل ۱- تغییرات پارامترهای ثابت معادله دوجزئی فیلیپ با D_1^* - تغییرات A ضریب ثابت جمله اول از معادله دو جزئی فیلیپ با D_1^* (شکل الف) و تغییرات B ضریب ثابت جمله دوم از معادله دوجزئی فیلیپ با D_1^* (شکل ب)

معادله دو جمله‌ای و سه جمله‌ای و مقادیر نفوذ اندازه‌گیری شده در جدول ۳ ارائه شده است. بیشترین مقدار RMSE محاسبه شده برابر ۰/۵۵، برای خاک لومی و برای معادله نفوذ دو جمله‌ای می‌باشد. بیشترین مقدار MAE نیز برابر ۰/۵ و برای خاک شن لومی در معادله نفوذ دو جمله‌ای محاسبه شد. این مقادیر قابل قبولی برای اختلاف بین دو دسته از مقادیر نفوذ تجمعی و داده‌های اندازه‌گیری شده با عمق نفوذ به ترتیب ۲۰ سانتی‌متر و ۱۲ سانتی‌متر می‌باشد. همانطور که در شکل‌های ۲ تا ۴ و جدول ۳ قابل مشاهده است اگر چه رابطه نفوذ سه جمله‌ای میزان خطای کمتری را برآورد کرده است اما با در نظر گرفتن بیشترین خطاهای محاسبه شده نسبت به اعماق نفوذ اندازه‌گیری شده رابطه دو جمله‌ای نیز از دقت قابل قبولی برخوردار است. بنابراین، هر دو رابطه ی دو جزئی و سه جزئی حاصل از حل مقیاس شده معادله ریچاردز برآورد منطقی از مقادیر نفوذ تجمعی داشته‌اند اما برتری رابطه دو جمله‌ای بر سه جمله‌ای کمتر بودن حجم محاسبات آن است.

جدول ۲- پارامترهای شکل توابع هیدرولیکی (صادقی و همکاران، ۲۰۱۲)

س	۷	کد خاک
۲۷/۹۵	۴/۴۳	۳۱۴۲
۴۱/۲۳	۲/۳۱	۲۶۸۰
۶۴/۰۵	۲/۰۵	۱۳۶۰
۶۰/۸۰	۱/۶۹	۱۴۰۰

جدول ۳- مقادیر k_0 و Z_0 برای خاک‌های شنی، لومی، رسی و

رس سیلتی (قوچانیان و همکاران، ۱۳۹۶)

Ko(cm/min)	Z0(cm)	بافت خاک
۰/۰۱	۰/۶۳	شنی
۰/۰۱	۳/۱۲	رس سیلتی
۰/۰۱	۱/۷۸	لوم
۰/۰۱	۳/۵۹	رسی

با قرار دادن روابط غیر خطی به دست آمده حاصل از نمودارهای شکل ۱ در معادله مقیاس شده فیلیپ (۲۶)، رابطه (۲۹) حاصل خواهد شد.

$$I^* = (0.7013(D^*)^{0.0779}) \times t^{*0.5} + (-0.011 \times \ln(D^*) + 0.5872) \times t^* \quad (29)$$

در ادامه با استفاده از شاخص آماری RMSE و MAE عملکرد رابطه تجربی پیشنهادی نفوذ (۲۹) سنجیده شد.

صحت سنجی رابطه تجربی معادله مقیاس شده نفوذ آب در خاک

با توجه به شرایط حل معادله مقیاس شده ریچاردز، رابطه پیشنهادی (۲۹)، زمانی قابل کاربرد خواهد بود که رطوبت اولیه خاک (θ_1) یکنواخت، رطوبت سطح خاک (θ_0) ثابت و بار آبی روی سطح خاک (h_0) نیز مقداری ثابت باشد. با در نظر گرفتن این شرایط، رابطه (۲۹) را از شکل مقیاس شده خارج خواهد شد. برای این منظور، از رابطه بین نفوذ تجمعی مقیاس شده و نفوذ تجمعی واقعی (۲۰) استفاده گردید. رابطه تجربی نفوذ پیشنهادی (۲۹)، در ترکیب با روابط (۱۱)، (۱۶) و (۲۰) از شکل مقیاس شده خارج شد و به صورت زیر به دست آمد:

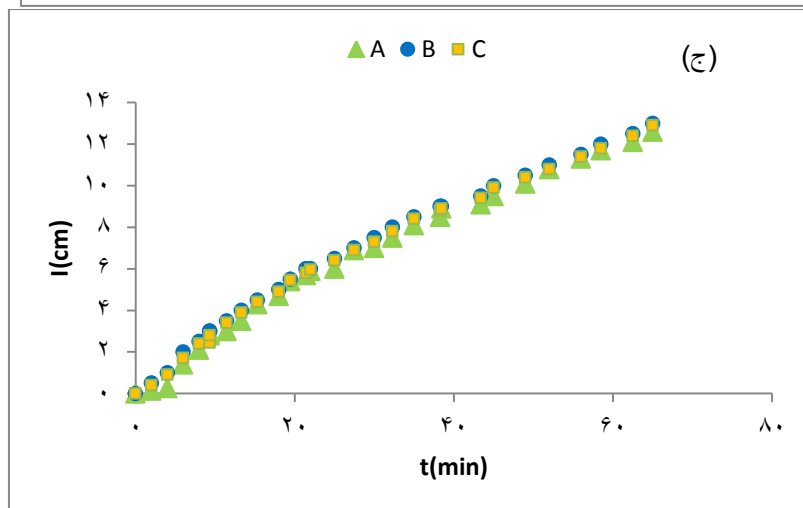
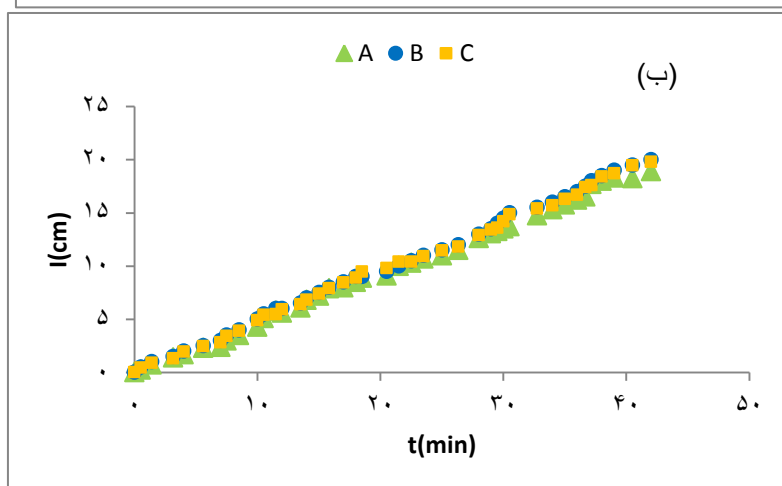
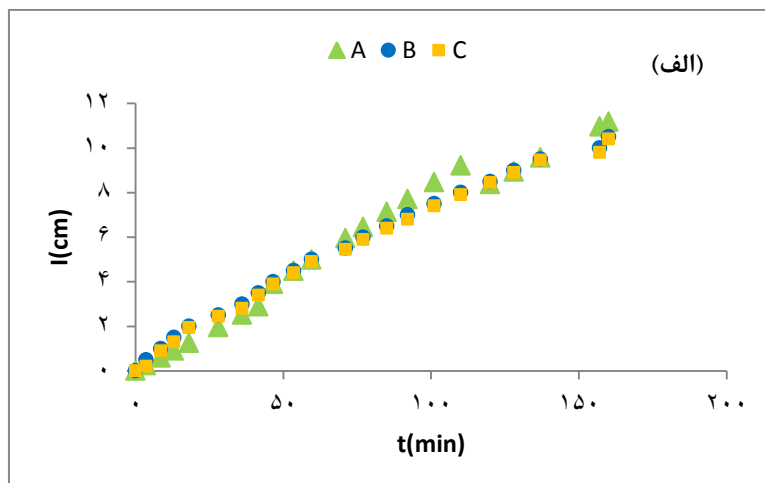
$$I = \left[0.7013(D^*)^{0.0779} \left(\frac{k_0 t}{(\theta_0 - \theta_1) Z_0} \right)^{0.5} + (-0.011 \times \ln(D^*) + 0.5872) \left(\frac{k_0 t}{(\theta_0 - \theta_1) Z_0} \right) \right] Z_0 (\theta_0 - \theta_1) \quad (30)$$

مقادیر v و s در جدول ۲ ارائه شده است. k_0 هدایت هیدرولیکی در سطح خاک ($k(\theta_0)$) می‌باشد که با استفاده از رابطه (۵) محاسبه می‌شود، Z_0 عامل مقیاس طول می‌باشد و با استفاده از رابطه (۱۵) محاسبه شده و در جدول ۳ ارائه شده است. لازم به ذکر است که اعداد جدول ۲، برای هر خاک به ازای تمام رطوبت‌ها یکسان می‌باشد.

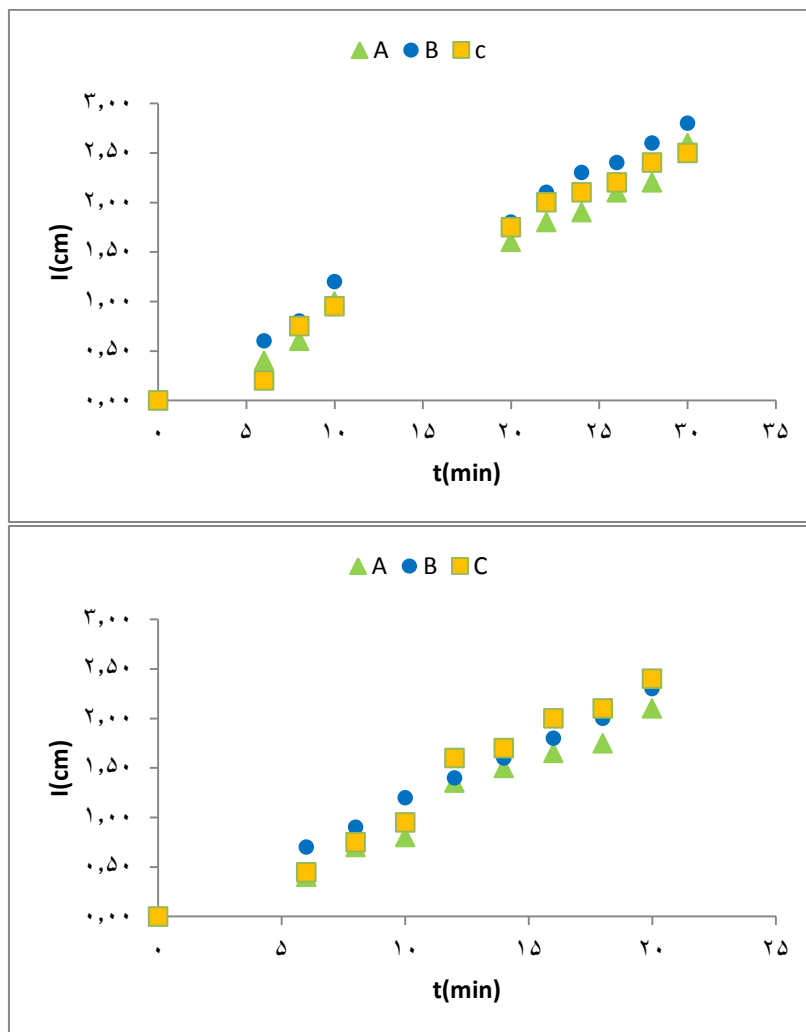
مقادیر نفوذ واقعی حاصل از رابطه (۳۰)، شکل مقیاس نشده رابطه ۲ و داده‌های نفوذ استفاده شده در این پژوهش در شکل‌های ۲ تا ۴ رسم شده است. دو معیار RMSE و MAE بین مقادیر نفوذ واقعی حاصل از حل معادله مقیاس شده ریچاردز برای هر یک از دو

جدول ۴- میزان میانگین مطلق خطای و ریشه میانگین مربعات خطا برای سه بافت مختلف

نوع خاک	MAE(A)	RMSE(A)	MAE(B)	RMSE(B)
لوم	۰/۴۵	۰/۵۵	۰/۱	۰/۱۱
لوم شنی	۰/۳۳	۰/۳۸	۰/۱۴	۰/۱۷
شن لومی	۰/۴۸	۰/۵	۰/۱۷	۰/۲۱
شن	۰/۳۳	۰/۳۵	۰/۱۸	۰/۲
رسی (۱/۱)	۰/۲۴	۰/۲۶	۰/۱۵	۰/۱۸
رسی (۱/۵)	۰/۱۸	۰/۲۱	۰/۱۵	۰/۱۷



شکل ۲- مقایسه منحنی‌های نفوذ حاصل از حل عددی معادله ریچاردز برای معادله دو جمله‌ای (نقاط A)، مقادیر اندازه‌گیری شده نفوذ حاصل از داده‌های مزرعه‌ای (نقاط B) و مقادیر نفوذ حاصل از حل عددی معادله ریچاردز برای معادله سه جمله‌ای (نقاط C) - شکل الف مربوط به خاک لومی، شکل ب مربوط به خاک شن لومی و شکل ج مربوط به خاک لوم شنی



شکل ۳- مقایسه منحنی‌های نفوذ حاصل از حل عددی معادله ریچاردز برای معادله دو جمله‌ای (نقاط A)، مقادیر اندازه‌گیری شده نفوذ حاصل از داده‌های بوهنه و همکاران (نقاط B) و حاصل از حل عددی معادله ریچاردز برای معادله سه جمله‌ای (نقاط C) - شکل الف مربوط به خاک رسی (آزمایش ۱/۱)، شکل ب مربوط به خاک رسی (آزمایش ۱/۵)

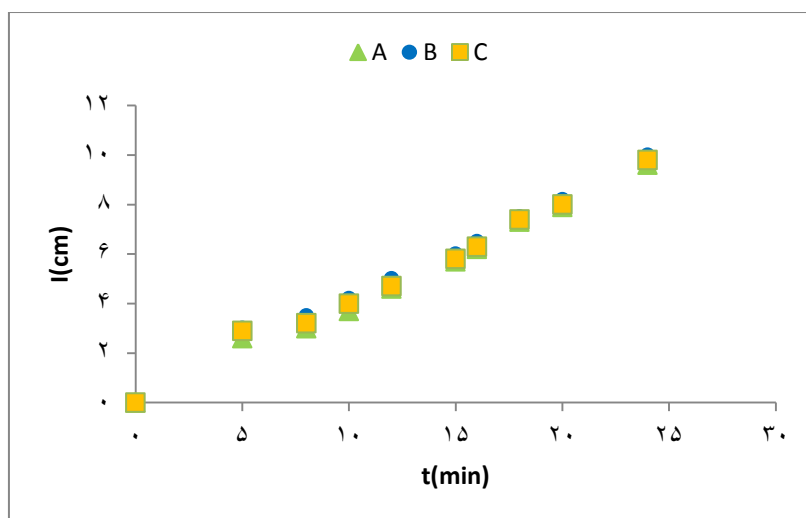
رابطه‌ای تجربی برای فرایند نفوذ آب در خاک ارائه شد که می‌توان آن را در شرایط مرزی یکسان (به واسطه ثابت بودن بار آبی در سطح خاک)، شرایط اولیه متفاوت (رطوبت اولیه متغیر در پروفیل خاک) و بار آبی ثابت در سطح خاک به کار برد. استفاده از این روش به منظور کاربرد روش‌های مقیاس‌سازی در خاک‌های طبیعی که فرض تشابه در آن‌ها به ندرت اعتبار می‌یابد، کمک قابل ملاحظه‌ای می‌کند. در این پژوهش ضمن مقایسه روابطی که در پژوهش‌های پیشین انجام گرفته است (ارائه رابطه‌ی سه جمله‌ای تجربی نفوذ)، مشاهده شد که استفاده از رابطه‌ی تجربی دو جمله‌ای نفوذ (مدل ارائه شده) نیز می‌تواند تخمین قابل قبولی از مقادیر نفوذ آب در خاک ارائه دهد. بر این اساس و به دلیل سادگی کاربرد، رابطه تجربی پیشنهادی به عنوان جایگزینی برای سایر معادلات تجربی نفوذ و حتی برای

در جدول ۳، MAE میزان میانگین مطلق خطا و RMSE ریشه میانگین مربعات خطا می‌باشد و این میزان خطا برای سناریو A نشان‌دهنده رابطه دو جمله‌ای (رابطه ۳۰) و برای سناریو B نشان‌دهنده رابطه سه جمله‌ای (شکل مقیاس‌نشده رابطه ۲) می‌باشد.

نتیجه‌گیری

از آنجا که تعیین رابطه‌ی نفوذ برای هر بافت خاک، منحصر به آن خاک با ویژگی‌های مخصوص به خودش است بنابراین انجام آزمایش نفوذ برای هر خاک باید به صورت مجزا انجام گیرد. بنابراین داشتن روابطی که نیاز به انجام آزمایش‌های نفوذ نداشته باشد می‌تواند بسیار کارساز و موثر باشد. در این تحقیق، ضمن استفاده از روش مقیاس‌سازی معادله ریچاردز برای استفاده از حل عمومی آن،

رابطه‌ی سه‌جمله‌ای ارائه شده در مطالعات قبلی، برای کاربردهای عملی که با استفاده از حل معادله ریچاردز ارائه شده است پیشنهاد می‌شود.



شکل ۴- مقایسه منحنی‌های نفوذ حاصل از حل عددی معادله ریچاردز برای معادله دو جمله‌ای (نقاط A)، مقادیر اندازه‌گیری شده نفوذ حاصل از داده‌های بری و همکاران (نقاط B) و حاصل از حل عددی معادله ریچاردز برای معادله سه جمله‌ای (نقاط C) - مربوط به خاک شنی

Soc iety of America Proceedings, 5: 399-417.

Kostiakov A.N. 1932. On the dynamics of coefficient of water percolation in soils and on the necessity of studying it from dynamic point of view for purposes of amelioration. Transactions of the 6th Communication of the International Society of Soil Sciences, Part A., pp. 17-21.

Kozak J.A. and Ahuja L.R. 2005. Scaling of infiltration and redistribution of water across soil textural classes. Soil Science Society of America Proceedings. 69:816-827.

Kozak J.A., Ahuja L. R., Ma L. and Green T.R. 2005. Scaling and estimation of evaporation and transpiration of water across soil textural classes. Vadose Zone Journal. 4:418-427.

Kutilek M. and Nielsen D.R. 1994. *Soil Hydrology*. Catena, Germany.

Kutilek M., Zayani K., Haverkamp R., Parlange J.Y. and Vachaud G. 1991. Scaling of Richards' equation under invariant flux boundary conditions. *Water Resources Research*, 27: 2181-2185.

Miller E.E. and Miller R.D. 1956. Physical theory for capillary flow phenomena. *Journal of Applied Physics*, 27: 324-332.

Philip J.R. 1957. The theory of infiltration 3: Moisture profiles and relation to experiment. *Soil Science*, 84:163-178.

Reichardt K., Nielsen D.R. and Biggar J.W. 1972. Scaling of horizontal infiltration into homogeneous

منابع

قوچانیان، م.، قهرمان، ب.، ضیائی، ع.، صادقی، م. ۱۳۹۶. ارائه رابطه‌ای جامع برای نفوذ آب در خاک بر پایه روش مقیاس‌سازی. نشریه آبیاری و زهکشی. ۱۲: ۱۵۳-۱۶۴.

محبوبی، ع.ا.، نادری، ع.ا. ۱۳۸۵. فیزیک خاک کاربردی. چاپ چهارم، دانشگاه بوعلی سینا.

Barry D.A., Parlange J.Y., Haverkamp R. and Ross P.J. 1995. Infiltration under ponded conditions: 4. An explicit predictive infiltration formula. *Soil Science*, 160(1): 8-17.

Bohne K., Roth C., Leij F.J. and van Genuchten M.Th. 1993. Rapid method for estimating the unsaturated hydraulic conductivity from infiltration measurements. *Soil Science*, 155(4): 237-244.

Brooks R.H. and Corey A.T. 1964. Hydraulic properties of porous media. *Hydrolo. Paper 3*, Colorado State Univ., Fort Collins.

Darcy H. 1856. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon: Exposition et application*. Victor Dalmont.

Green W.H and Ampt G.A. 1911. Studies of soil physics Part I: The flow of air and water through soils. *Journal of Agricultural Sciences*, 4(1): 1-24.

Holtan H.N. 1961. A concept for infiltration estimates in watershed engineering. *USDAARS*, pp. 41-51.

Horton R.E. 1940. An approach toward a physical interpretation of infiltration capacity. *Soil Science*

- Water Resources Research, 27: 2735-2741.
- Warrick A.W., Mullen G.J., and Nielsen D.R. 1977. Scaling of field measured hydraulic properties using a similar media concept. Water Resources Research, 13: 355-362.
- Warrick A.W. and Amoozegar-Fard A. 1979. Infiltration and drainage calculations using spatially scaled hydraulic properties. Water Resources Research, 15: 1116-1120.
- Warrick A.W., Lomen D.O. and Yates S.R. 1985. A generalized solution to infiltration. Soil Science Society of America Journal, 49: 34-38
- Warrick A.W., and Hussein A.A. 1993. Scaling of Richards' equation for infiltration and drainage. Soil Science Society of America Journal, 57: 15-18.
- Wu L. and Pan L. 1997. A generalized solution to infiltration from single-ring infiltrometers by scaling. Soil Science Society of America Journal, 61: 1318-1322.
- Youngs E.G. and Price R.I. 1981. Scaling of infiltration behavior in dissimilar porous materials, Water Resources Research, 17: 1065-1070.
- soils. Soil Science Society of America Journal, 36: 241-245.
- Sadeghi M., Ghahraman B., Davary K., Hasheminia S.M. and Reichardt K. 2011. Scaling to generalize a single solution of Richards' equation for soil water redistribution. Scientia Agricola, 68(5): 582-591.
- Sadeghi M., Ghahraman B., Ziaei A.N., Davary K. and Reichardt K. 2012. Invariant solutions of Richards' equation for water movement in dissimilar soils. Soil Science Society of America Journal, 76: 1-9.
- Simmons C.S., Nielsen D.R. and Bigger J.W. 1979. Scaling field measured soil-water properties. I. Methodology. II. Hydraulic conductivity and flux. Hilgardia. 47-173.
- Sposito G. and Jury W.A. 1985. Inspectional analysis in the theory of water flow through unsaturated soils. Soil Science Society of America Journal, 49: 791-798.
- Van Genuchten M.T. 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Science Society of America Journal, 44: 892-898.
- Vogel T., Cislerova M., and Hopmans J.W. 1991. Porous media with linearly hydraulic properties.

Investigating and Verifying the Use of the Best General Infiltration Relation in Soils of Medium and Light Texture in Mashhad Plain

M. Qouchanian¹, B. Ghahraman^{2*}

Received: Oct.15, 2018

Accepted: Nov.16, 2018

Abstract

Spatial and temporal infiltration, hydrological studies at large levels such as catchment areas and at small levels, such as managing irrigation systems, are costly, time consuming and complicated. One of the proper methods for determining the general relationship of penetration is the scaling of relationships, which is a practical solution to the problem of soil variability. In this paper, with the aid of scaling and using penetration testing data, a binomial relation was obtained for water penetration in three soils. Maximum MAE and RMSE values for calibration of the proposed relationship were calculated to be 0.48 and 0.55 respectively. These values are highly accurate to the depths of penetration (10 to 25 cm). Although the evaluation of the empirical relationship between the three-dimensional In fluence that was obtained in previous studies has less error rates, the simplicity of the binomial relationship and the shorter computing of the empirical relationship of reasoning infiltration on Its superiority.

Keywords: Infiltration, Philip two-dimensional equation, scaling

1- Ph.D. Student Department of Water Engineering ,College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad

2- Professor Department of Water Engineering ,College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad

(*- Corresponding Author Email: bijangh@um.ac.ir)