

## مقاله علمی-پژوهشی

# برآورد هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک بر مبنای اصلاح پارامترهای مدل ونگنوختن - معلم

مجتبی شیاسی ارانی<sup>۱</sup>، حجت امامی<sup>۲\*</sup>، بیژن قهرمان<sup>۳</sup>، کامران داوری<sup>۴</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۹/۲۶ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۶/۰۵

## چکیده:

به منظور پیش‌بینی رفتار پدیده‌های مرتبط با خاک، داشتن دانش درباره جریان غیراشباع و به کارگیری مدل‌هایی که برآوردهای مطلوبی از منحنی مشخصه و هدایت هیدرولیکی خاک ارائه دهند ضرور است. به رغم کاربرد فراوان مدل کلاسیک ون‌گنوختن- معلم (VGM)، به طور معمول، این مدل در پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی ضعیف عمل نموده و اصلاح برخی از پارامترهای آن لازم است. در این پژوهش، تعداد ۲۸۳ خاک از بافت‌های مختلف بانک UNSODA انتخاب و در دو بخش واسنجی و صحبت‌سنجی تقسیم شدند و پارامترهای زودیافت آنها استخراج و دسته‌بندی گردید. سپس، با تعریف هدایت هیدرولیکی غیراشباع اصلاح شده ( $K_{sc}$ ) به جای هدایت هیدرولیکی اشباع ( $K_s$ ) و تعیین محدوده‌هایی برای پارامترهای  $n_1$  و  $n_2$  به حل رابطه هدایت هیدرولیکی - رطوبت این مدل با استفاده از  $24600$  جفت نقطه  $i_1$  و  $i_2$  برای هر یک از خاک‌های سه کلاس اصلی بافت خاک پرداخته شد. در ادامه، مقدار  $1$  بهینه هر کلاس بافتی بر اساس مقدار کمینه خطای برآورد هدایت هیدرولیکی با استفاده از ساختار ریشه میانگین مربعات خطای (RMSE) انتخاب گردید و های ایجاد کننده کمینه خطای، به عنوان ضرایب توزیع اندازه متأذف بهینه هدایت هیدرولیکی - رطوبت ( $\hat{n}_{opt}$ ) انتخاب شدند. به منظور ایجاد توابع انتقالی برآورد کننده  $\hat{n}_{opt}$  در برنامه MATLAB، روش رگرسیون گام به گام با در نظر گرفتن شرط معناداری آماری- $P$  (value=0.05) برای متغیرهای مستقل اجرا شد و روابط جداگانه‌ای برای برآورد  $\hat{n}_{opt}$  در هر کلاس بافت خاک بدست آمد. پس از ایجاد روابط، به مقایسه نتایج روش پیشنهادی این پژوهش (MVGVM) با مدل VGM با استفاده از شاخص‌های RMSE و ضریب کارآیی نشستکلیف (NSE) پرداخته شد. نتایج نشان داد که در هر دو بخش، ایجاد روابط و صحبت‌سنجی، روش MVGVM در برآورد هدایت هیدرولیکی عملکرد مطلوب‌تری داشته و دارای شاخص کارآیی بالاتری برای تمامی کلاس‌های بافت خاک بوده است.

## واژه‌های کلیدی:

توابع انتقالی، ضریب شکل، مدل ون‌گنوختن، منحنی مشخصه آب خاک، هدایت هیدرولیکی غیر اشباع

همسانی تغییرات رطوبت در محدوده‌ای خاص از یک دوره ... در تعیین رفتار جریان آب در خاک موثر هستند. پی بردن به وضعیت حرکت آب در یک خاک غیراشباع، نیازمند دانش درباره منحنی مشخصه آب خاک و هدایت هیدرولیکی غیراشباع آن خاک می‌باشد (Tamari et al., 1993).

متداول‌ترین روش شبیه‌سازی رفتار جریان در یک خاک غیراشباع، استفاده از معادله ریچاردز است. با استفاده از این معادله می‌توان حرکت آب را در محیط غیرهمرونده خاک شبیه‌سازی نمود (Richards, 1931). معادله ریچاردز ترکیبی است از معادلات دارسی و پیوستگی که در حالت جریان یک‌بعدی، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K(h) \frac{\partial h}{\partial z} + K(h) \right) \quad (1)$$

که در آن،  $\theta$  درصد رطوبت حجمی خاک،  $h$  پتانسیل ماتریک آب خاک،  $K(h)$  هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک به عنوان تابعی از

## مقدمه

یکی از مهم‌ترین مسائل در علوم مختلف مرتبط با خاک، آگاهی از وضعیت جریان آب در خاک است. عواملی همچون سابقه خشک و تر شدن خاک (پسماند)، پیوسته یا منقطع بودن آن، بی‌نظمی یا

- دانشجویی دکتری آبیاری و زهکشی گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

- استاد گروه علوم خاک، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

- استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

- استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

- نویسنده مسئول: (Email: hemami@um.ac.ir) DOR: 20.1001.1.20087942.1402.17.1.14.8

هیدرولیکی در پتانسیل ماتریک  $h = \frac{L^3}{L^3}$  درجه اشباع موثر،  $n$  ضریب توزیع اندازه منافذ و  $\alpha = \frac{1}{L}$  پارامتر شکل معادله محاسب می‌شود. نیز به عنوان پارامتر منعکس کننده اثر اعوجاج و اتصال منافذ بوده و مقدار بهینه آن بر اساس مطالعات انجام شده (Mualem, 1998) توسط تعدادی از پژوهش‌گران ۵/۰ گزارش شده است.

Shaap et al., 1998; 1976.

در روش VGM، پارامتر  $n$  از برآش داده‌های اندازه‌گیری شده -  $\theta h$  بر رابطه ۲ به دست آمده و برای محاسبه هدایت هیدرولیکی غیراشباع، به طور مستقیم در رابطه ۳ قرار می‌گیرد. همچنین، مقدار بهینه  $\alpha$  و بسته به بافت خاک نبوده و برای تمامی خاک‌ها یکسان در نظر گرفته می‌شود. در بسیاری از پژوهش‌ها به این موضوع اشاره شده که به کارگیری این روش با معیارهای ذکر شده، به برآورد ضعیف مقدار هدایت هیدرولیکی منجر می‌شود (شیاسی ارانی و همکاران، Shaap et al., 2001; Twarakavi et al., 2008؛ ۱۴۰۰ ۲۰۰۰). در این خصوص، بررسی، اصلاح و بهینه‌سازی برخی از پارامترهای پیش‌فرض این مدل ضروری به نظر می‌رسد.

پس از معرفی مدل VGM توسط ون گنوختن، پژوهش‌های متعددی در جهت اصلاح و بهینه‌سازی ضرایب تجربی این مدل انجام شده است. برای مثال، شب و لیچ نشان دادند که این مدل، در برآورد مقدار هدایت هیدرولیکی غیراشباع، دارای بیش برآورد یا کم برآورد است (Schaap and Leij, 2000). وریکن با انتخاب مجموعه‌ای از خاک‌ها به این نتیجه رسید که پیش‌بینی‌های مطلوب از هدایت هیدرولیکی غیراشباع، با انتخاب مقدار  $\alpha = 0.5$  مناسبی نداشته و در بسیاری موارد، مقدارهای  $\alpha$  منفی، تخمین‌های مطلوب‌تری از هدایت هیدرولیکی ارائه می‌دهند (Vereecken, 1995). شب و لیچ نیز با انجام پژوهشی بر روی ۲۳۵ خاک، به بهینه‌سازی همزمان  $\alpha$  و  $K_s$  پرداختند. یافته‌ها نشان داد که استفاده از هدایت هیدرولیکی متناظر با پتانسیل ماتریک  $4\text{ سانتی‌متر}$  به جای  $K_s$  و مقدارهای منفی  $\alpha$ ، برآوردهای بهتری را نتیجه می‌دهند (Schaap and Leij, 2000). به دست آمدن برآوردهای مطلوب‌تر از هدایت هیدرولیکی غیراشباع با انتخاب مقدار منفی برای  $\alpha$  و جایگزینی  $K_s$  متناظر با نقاط پتانسیل ماتریک نزدیک به صفر در مطالعات دیگری نیز تایید شده است (اما می و همکاران، ۱۹۹۱؛ Kaveh and van Genuchten, 1992؛ Kosugi, 1999؛ Dexter, 2004؛ Peters, 2013). پارامتر دیگر موثر در برآورد هدایت هیدرولیکی مدل VGM  $n$  است. این پارامتر، به طور معمول، از رابطه  $\theta = h^n$  مدل VGM و از برآش داده‌های منحنی مشخصه استخراج شده و به طور مستقیم در رابطه هدایت  $K = \theta h$  همین مدل مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما برخی یافته‌های پژوهش‌گران نشان می‌دهند که این جایگزینی، خطای برآورد هدایت هیدرولیکی را افزایش می‌دهد. برای مثال، شیاسی ارانی و همکاران (۱۴۰۰) با بررسی ۳۲ خاک از بافت‌های مختلف

پتانسیل ماتریک،  $t$  زمان و  $z$  فاصله از سطح مرجع در عمق خاک می‌باشد.

برای حل این معادله، به جفت داده‌های مقادیر رطوبت حجمی و هدایت هیدرولیکی در پتانسیل‌های ماتریک مختلف نیاز است. با توجه به این که اندازه‌گیری این داده‌ها (به خصوص هدایت هیدرولیکی) کاری سخت و زمان بر بوده و نیازمند دستگاه‌های خاص و پیچیده و نیروی آموزش دیده می‌باشد، برآورد داده‌ها، به عنوان روش جایگزین اندازه‌گیری مورد استفاده قرار می‌گیرد. اولین تلاش‌ها در راستای توسعه مدل‌های برآورد کننده هدایت هیدرولیکی اشباع و توسط دو (Carman, 1927؛ Kozeny, 1937) در سال‌های بعد، چایلدرز و جرج، بر پایه نتایج پژوهش کوزنی، تئوری‌هایی را درباره نفوذی‌تری در محیط متخلخل بر مبنای توزیع اندازه منافذ خاک بیان کردند که به نحوه ارتباط رطوبت با مقدار پتانسیل ماتریک اشاره داشت (Child and George, 1950). با لحاظ نمودن تئوری‌های ذکر شده، بوردن و معلم مدل‌هایی را برای پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی غیراشباع بر اساس داده‌های اندازه‌گیری شده منحنی مشخصه ارائه نمودند (Burdine, 1953؛ Mualem, 1976) رابطه ارائه شده توسط معلم، عملکرد مطلوب‌تر این مدل را در مقایسه با مدل‌های پیشنهادی پیشین نظیر چایلدرز و جرج و همچنین بوردن نشان می‌داد (van Genuchten, and Nielsen, 1985؛ Mualem, 1976) (Vereecken, 1995). در ادامه پژوهش‌های انجام شده توسط معلم، ون گنوختن یکتابع قاعده‌مند تجربی قوی که بیان کننده رابطه بین مقدار رطوبت و پتانسیل ماتریک بود را با رابطه مبتنی بر توزیع اندازه منافذ که توسط معلم برای پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی غیراشباع ارائه شده بود ترکیب کرد که به مدل ون گنوختن - معلم (VGM) معروف شد (van Genuchten, 1980).

پرکاربردترین مدل در بین مدل‌های ارائه شده برای برآورد پارامترهای هیدرولیکی خاک، مدل ون گنوختن - معلم (که در این پژوهش به اختصار مدل VGM نامیده می‌شود) می‌باشد (van Genuchten, 1980). در این مدل، روابط ۲ و ۳ به ترتیب برای بیان واسطگی رطوبت و هدایت هیدرولیکی غیراشباع به مقدار پتانسیل ماتریک مورد استفاده قرار می‌گیرند.

$$\theta(h) = \begin{cases} \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{(1 + |\alpha h|^n)^m} & h < 0 \\ \theta_s & h \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$K(h) = K_s S e^l \left[ 1 - (1 - S e^{\frac{1}{m}})^m \right]^2, \quad m = 1 - 1/n, \quad S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}, \quad n > 1 \quad (3)$$

که در این روابط،  $(L^3/L^3)$  مقدار پتانسیل ماتریک،  $(L^3/L^3)$  رطوبت حجمی خاک در پتانسیل ماتریک  $h$ ،  $\theta_s$  رطوبت حجمی اشباع خاک،  $(L^3/L^3)$  رطوبت حجمی باقیمانده در پروفیل خاک،  $(L/T)$  هدایت هیدرولیکی اشباع،  $K(h)$   $(L/T)$  هدایت هیدرولیکی اشباع،  $K_s$  (L/T) هدایت هیدرولیکی اشباع،  $\alpha$  روابط ۲ و ۳ به ترتیب برای بیان واسطگی رطوبت و هدایت هیدرولیکی غیراشباع به مقدار پتانسیل ماتریک مورد استفاده قرار می‌گیرند.

نرم افزار MATLAB به نحوی نوشته شد تا از بین خانواده کلاس‌های بافتی مختلف بانک خاک UNSODA خاک‌های دارای اطلاعات کافی انتخاب و داده‌های آنها برداشت شود. شرایط خاک‌های منتخب به شرح زیر تعیین شد.

الف - از خانواده‌های سه کلاس اصلی بافت‌های شن، لوم و رس باشند.

ب - خاک منتخب تا حد ممکن دارای تعداد و توزیع مناسب جفت داده‌های  $\theta-h$  اندازه‌گیری شده، در محدوده رطوبت اشباع تا نزدیک به نقطه پژمردگی دائم (۱۵۰۰۰ سانتی‌متر) باشد. کمترین و بیشترین تعداد داده‌های  $\theta-h$  در بین خاک‌های منتخب به ترتیب ۵ و ۶۶ و میانگین آنها حدود ۱۰ جفت نقطه می‌باشد.

پ - خاک منتخب، دارای تعداد و توزیع مناسب جفت داده‌های  $K-\theta$  در محدوده گستره‌های از پتانسیل ماتریک (رطوبت) باشد. کمترین و بیشترین تعداد داده‌های  $K-\theta$  در بین خاک‌های برگزیده به ترتیب ۴ و ۵۹ و میانگین تعداد برداشت‌ها حدود ۱۶ جفت نقطه می‌باشد.

ت - اطلاعات تمامی خاک‌ها از شاخه گذر از خیسی به خشکی منحنی مشخصه برداشت گردید.

ث - برای افزایش تعداد خاک‌ها، در مواردی که برداشت‌های جفت نقاط هدایت  $K-\theta$  ثبت نشده بود، داده‌های نقاط  $K-h$  برداشت و مقدار رطوبت در مقدار پتانسیل ماتریک متضایر یکسان با منحنی مشخصه استخراج و به هدایت هیدرولیکی مناسب گردید.

ج - برای خاک‌هایی که برای آنها مقدار رطوبت اشباع در بانک ثبت نشده بود، با رعایت اولویت، مقدار متضایر با رطوبت در نقطه پتانسیل صفر، رطوبت متضایر با هدایت هیدرولیکی اشباع و یا درصد تخلخل به عنوان درصد رطوبت اشباع منظور گردید.

چ - خاک‌هایی که دارای خطای در برداشت بودند کنار گذاشته شدند (برای مثال افزایش هدایت هیدرولیکی با افزایش پتانسیل ماتریک).

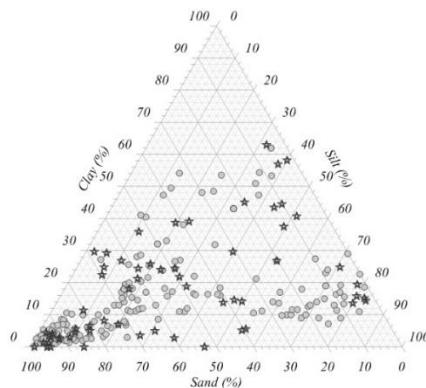
بانک UNSODA دریافتند که در ۷۵ درصد نمونه‌های منتخب، مقدار  $n$  حاصل از رابطه  $\theta-h$  مدل VGM، کمتر از مقدار  $n$  بدست آمده از برآذش داده‌ها بر رابطه  $K-\theta$  است و این موضوع، باعث کم برآورد کردن هدایت هیدرولیکی می‌شود (شیاسی ارانی و همکاران، ۱۴۰۰). در این خصوص، شب و ون گنوختن، با انجام پژوهشی، دریافتند که تخمین پارامترهای خاک با استفاده از داده‌های منحنی مشخصه، برآوردهای نسبتاً ضعیفی از هدایت هیدرولیکی غیراشباع با مدل VGM بدست می‌دهد (Schaap and van Genuchten, 2005). با توجه به این ضعف، کونگ و همکاران برایتابع  $K-\theta$  مدل VGM رابطه‌ای مشابه با معادله  $\theta-h$  این مدل ارائه کردند که در آن، مقدار  $m$  به صورت  $m_1=1+1/n_1$  و  $m_2=1+1/n_2$  تعریف شده ( $n_1 \neq n_2$ ) و هر دو پارامتر  $n_1$  و  $n_2$  از برآذش داده‌های اندازه‌گیری شده بر مدل VGM به دست می‌آمد (Kong et al, 2016). به منظور کاهش نیاز به اندازه‌گیری داده‌ها، لو و همکاران برایه اطلاعات ۲۷ خاک، تابعی انتقالی را برای برآورد مقدار  $n_2$  در رابطه ارائه شده توسط کونگ و همکاران ارائه نمودند که در آن  $n_2$  تابعی از  $n_1$  بود (Lu et al, 2019). هرچند نتایج برآورد هدایت هیدرولیکی با این رابطه در مقایسه با روش کلاسیک VGM مطلوب‌تر بود، اما مشارکت تعداد محدود خاک، ثابت فرض نمودن مقدار  $l=0.5$  و عدم بهینه‌سازی همزمان ضرایب  $l$  و  $n$  را می‌توان به عنوان نقص دو پژوهش اخیر برشمود. از آنجا که بهینه‌سازی پارامترهای هیدرولیکی خاک، به بهبود نتایج معادله ریچاردز در شبیه‌سازی تغییرات محیط خیس شده خاک در آبیاری سطحی، نحوه جذب آب توسط ریشه و همچنین پایش شوری و تغییرات عناصر خاک کمک نموده و به تبع آن، به اخذ تصمیمات مدیریتی جهت کنترل شرایط آب و خاک در مزرعه کمک می‌کند، لزوم بررسی و اعمال برخی اصلاحات همزمان همچون تصحیح  $K_s$  بهینه‌سازی  $l$  و برآورد مطلوب  $n$  مختص رابطه  $K-\theta$  را نمایان می‌سازد.

## مواد و روش‌ها

برای گردآوری اطلاعات مورد نیاز این پژوهش، ابتدا برنامه‌ای در

جدول ۱- ویژگی‌های کلی خاک‌های منتخب از بانک UNSODA

شاخص آماری	درصد	شن سیلت رس	شن	چگالی ظاهری (kg/m <sup>3</sup> )	رطوبت اشباع (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> )	رطوبت باقي مانده (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> )	هدایت هیدرولیکی اشباع (cm/day)	میانگین هندسی قطر ذرات (mm)	پارامتر
میانگین	۱۶/۲	۲۶/۱	۵۷/۶	۱۴۹۰	۰/۴۲۰	۰/۱۲۵	۲۴۹/۲	۰/۳۰۶	
انحراف میانگین	۱۵/۳	۲۳/۶	۳۱/۲	۲۱۰	۰/۱۰۲	۰/۰۹۰	۳۳۱/۱	۰/۲۹۴	
مقدار کمینه	۰/۰	۰/۰	۰/۱۰۰	۴۹۰	۰/۲۰۰	۰/۰۰۹	۰/۱	۰/۰۰۴	
مقدار بیشینه	۶۳/۰	۹۰/۰	۹۷/۷	۱۹۷۰	۰/۸۳۸	۰/۳۹۷	۲۷۸/۴	۰/۹۷۸	



شکل ۱- توزیع خاک‌ها بر روی مثلث خاک. •: خاک‌های منتخب بخش صحت‌سنگی؛ ★: خاک‌های منتخب بخش صحت‌سنگی

(UNSDOD). به همین دلیل، فرض انتخاب مقدار هدایت هیدرولیکی اشباع اصلاح شده به جای هدایت هیدرولیکی اشباع پذیرفته شد.

انتخاب  $K_{sc}$  بر مبنای روش کار زیر انجام شد:

- بر پایه نتایج سپ و لیچ، در صورت وجود مقدار هدایت هیدرولیکی متناظر با پتانسیل ماتریک ۴ سانتی‌متر ( $K_0$ )، این مقدار به عنوان  $K_{sc}$  انتخاب گردید (Schaap and Leij, 2000).

- به منظور انعطاف و امکان انتخاب بیشتر تعداد خاک‌های دارای داده، محدوده ۱ تا ۷ سانتی‌متر ( $3 \pm 3$  سانتی‌متر) نسبت به معیار ۴ سانتی‌متر) نیز با اولویت پذیرش مقدار متناظر با همسایگی پتانسیل ماتریک ۴ سانتی‌متر، به عنوان مقدار قابل قبول برای انتخاب  $K_0$  پذیرفته شد.

- در صورت عدم برداشت هدایت هیدرولیکی در پتانسیل‌های ماتریک تعیین شده، مقدار هدایت هیدرولیکی گزارش شده در نقطه پتانسیلی صفر یا همان  $K_s$  به عنوان  $K_{sc}$  در محاسبات منظور گردید. به طور خلاصه، در صورت وجود مقدار  $K_0$  (هدایت هیدرولیکی اندازه‌گیری شده در یکی از نقاط متناظر با پتانسیل ماتریک ۱ تا ۷ سانتی‌متر)، این مقدار به عنوان  $K_{sc}$  و در غیر این صورت، مقدار  $K_s$  به عنوان  $K_{sc}$  در محاسبات منظور شده است.

**VGM** مدل  $K-θ$  در رابطه  $I$  و  $n$  بهینه‌سازی مقدارهای  $I$  و  $n$  در رابطه  $K-θ$  مدل **VGM** به منظور یافتن مقدارهای بهینه  $I$  و  $n$  رابطه  $K-θ$  مدل **VGM** در هر کلاس بافت خاک، ابتدا گستره‌های از جفت نقاط  $I_i$  و  $n_j$  به عنوان ورودی رابطه  $K-θ$  مدل **VGM** ایجاد و در ادامه، با جایگزین کردن مقدارهای  $K_{sc}$  به جای  $K_s$ ، مقدارهای هدایت هیدرولیکی در هر جفت نقطه  $I_i$  و  $n_j$  و برای هر یک از خاک‌های یک کلاس بافتی معین محاسبه گردید. در ایجاد جفت نقاط، بر پایه پیشینه نتایج

پس از گزینش خاک‌ها، تعداد ۲۸۳ خاک با تعداد ۲۶۹۹ جفت مقدار  $θ-h$  و ۴۴۳۷ جفت نقطه  $K-θ$  به عنوان خاک‌های منتخب معرفی گردید. از این تعداد، ۲۲۱ و ۶۲ خاک به ترتیب برای دو بخش واسنجی و صحت‌سنگی برگزیده شدند. این تقسیم‌بندی، بر اساس تحلیل و پیشنهاد غلامی و همکاران مبنی بر در نظر گرفتن ۳۰ تا ۳۰ درصد از کل داده‌ها برای بخش صحت‌سنگی صورت گرفت (Gholami et al., 2019) (پیشنهاد شده توسط شیرازی و بورسما) محاسبه شده است (Shirazi and Boersma, 1984).

$$\theta = \exp[0.01 \times \sum_{i=1}^3 f_i \times \ln(m_i)] \quad (4)$$

که در آن،  $f_i$  میانگین هندسی قطر ذرات بر حسب میلی‌متر،  $f_i$  درصد ذرات خاک در هر میانگین قطری ( $m_i$ ) و  $m_i$  میانگین حسابی قطر ذرات خاک در هر گروه یا کلاس اندازه‌ای ذرات خاک (i) است که مقدار آن بر اساس معیار USDA (۰/۰۲۵، ۰/۰۲۶، ۰/۰۳۱) میلی‌متر، به ترتیب برای رس، سیلت و شن تعیین شده است. در شکل شماره ۱، نحوه توزیع خاک‌های منتخب دو بخش واسنجی و صحت‌سنگی، بر اساس طبقه‌بندی<sup>۱</sup> USDA، بر روی مثلث بافت خاک نمایش داده شده است.

**VGM** روابط مدل پارامترهای پارامترهای جایگزینی هدایت هیدرولیکی اشباع اصلاح شده ( $K_{sc}$ ) به جای هدایت هیدرولیکی اشباع

برخی خاک‌ها، به دلیل دارا بودن شکاف، ترک و حفره‌های بزرگ، در بخش‌هایی نزدیک به رطوبت اشباع، رفتاری نامتعارف را همچون تغییرات ناگهانی هدایت هیدرولیکی در مقابل تغییرات اندک رطوبت از خود نشان می‌دهند (برای مثال خاک شماره ۴۶۲۱ بانک

1- United States Department of Agriculture

واقعی به کل تغییرات بوده و هرچه به یک تزدیک‌تر باشد، پیش‌بینی مدل دقیق‌تر است. آماره آزمون فیشر ( $F^*$ ) نیز نشانگر سهمی است که مدل رگرسیونی نسبت به باقی مانده‌ها در بیان پراکندگی کل دارد. هر چه این مقدار بزرگ‌تر باشد، سیگما کوچک‌تر شده و مدل رگرسیونی مناسب‌تر خواهد بود. مقدار خطای برآورد این توابع را نیز می‌توان با شاخص آماری میانگین خطای مطلق (MAE) سنجید. مقدار MAE از رابطه ۶ محاسبه می‌گردد.

$$MAE_{\hat{n}_{opt}} = \frac{\sum_{i=1}^m |\hat{n}_{opt} - \hat{n}_i|}{m} \quad (6)$$

که در آن،  $\hat{n}_i$  ضریب توزیع اندازه منافذ بسته آمده از توابع انتقالی و  $m$  تعداد خاک‌های هر کلاس می‌باشد. در ادامه، روش پیشنهادی این پژوهش که بر بهینه‌سازی و اصلاح پارامترهای  $l$  و  $K_s$  مدل VGM استوار است، با عنوان «روش اصلاح شده VGM» معرفی و با MVGM<sup>1</sup> نمایش داده خواهد شد.

### ارزیابی عملکرد روش‌های VGM و MVGM

به منظور مقایسه میزان دقت و صحت برآورد هدایت هیدرولیکی حاصل از دو روش VGM و MVGM، نتایج پیش‌بینی شده در دو بخش، یکی پس از ایجاد توابع انتقالی و بر پایه خاک‌های شرکت کننده در این بخش و دوم، بر مبنای خاک‌های منتخب بخش صحت‌سنجی با مقادیر اندازه‌گیری شده مقایسه شده‌اند. یکی از بهترین شاخص‌های توصیه شده جهت ارزیابی مهارت پیش‌بینی مدل‌های هیدرولوژیکی، شاخص کارایی نشستاتکلیف (NSE) می‌باشد که توسط نش و ساتکلیف ارائه شده است (Nash and Sutcliffe, 1970; McCuen et al., 2006; Lin et al., 2017). مقدار این شاخص می‌تواند از یک تا منفی بی‌نهایت تغییر کند و در حالت ایده‌آل دارای مقدار یک می‌باشد. NSE<sub>K</sub> به صورت رابطه ۷ تعریف می‌شود:

$$NSE_K = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (log_{10}(K_i) - log_{10}(\bar{K}_i))^2}{\sum_{i=1}^m (log_{10}(K_i) - log_{10}(\bar{K}))^2} \quad (7)$$

در این رابطه،  $log_{10}(\bar{K})$  لگاریتم میانگین مقادرهای اندازه گیری شده می‌باشد.

### نتایج و بحث

انتخاب مقدار  $\theta$  برای کلاس‌های مختلف بافت خاک در این بخش، به منظور نمایش دیداری نحوه انتخاب مقدار  $\theta$  برای کلاس‌های مختلف بافت خاک، در شکل ۲، کمینه‌های  $R^2$  در مقابل  $\theta$ ‌های مختلف رسم گردیده است. بیشترین مقدار خطای برآورد مربوط به کلاس شن و کمترین آنها مربوط به کلاس

پژوهش‌های انجام شده محدوده ۱ تا ۴ با گام افزایشی ۰/۰۰۵ برای  $n$  و مقدارهای ۱۰-تا ۱۰+ (به عنوان بازه اولیه) با گام افزایشی ۰/۵ Carsel and Parrish, 1988; Vrugt et al., 2001; Verma et al., 2009; Garey et al., 2010 برای  $l$  در نظر گرفته شد (al., 2001; Verma et al., 2009; Garey et al., 2010). در هر  $i$  مقدارهایی از  $\hat{n}_i$  که در آنها، مقدار خطای برآورد هدایت هیدرولیکی بر پایه شاخص آماری ریشه میانگین مربعات خطای (RMSE<sub>K</sub>) برای هر خاک در یک کلاس بافتی کمینه شده بود حفظ و بقیه کنار گذاشته شدند. در نهایت، مقدار وزنی میانگین خطای برآورد هدایت هیدرولیکی در هر  $i$ ، برای مجموع نقاط برداشتی تمامی خاک‌های یک کلاس با استفاده از شاخص RMSE محاسبه گردید و بر پایه آن، مقدار  $i$  متناظر با مقدار کمینه این شاخص در هر کلاس بافتی، به عنوان  $i$  بهینه ( $\hat{i}$ ) آن کلاس برگزیده شد. همچنین، مقدار  $\hat{n}_{opt}$  کمینه کننده RMSE در  $\hat{i}$  هر کلاس، به عنوان ضرایب توزیع اندازه منافذ بهینه رابطه  $\hat{n}_{opt} = K - \theta$  (برای مجموعه خاک‌های آن کلاس بافتی پذیرفته شدند. مقدار RMSE<sub>K</sub> از رابطه شماره ۵ محاسبه می‌گردد).

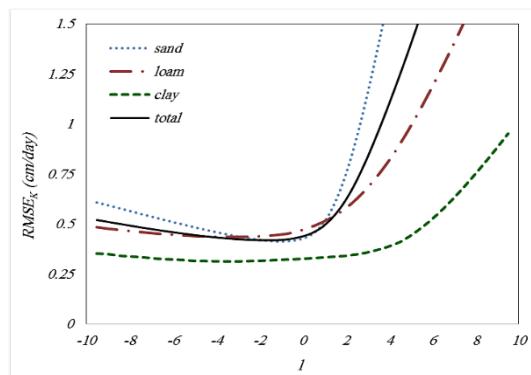
$$RMSE_K = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (log_{10}(K_i) - log_{10}(\bar{K}_i))^2}{m}} \quad (5)$$

که در آن،  $(K_i)$   $log_{10}$  لگاریتم مقدار اندازه گیری شده هدایت هیدرولیکی در رطوبت (پتانسیل ماتریک)  $i$ ام،  $(\bar{K}_i)$   $log_{10}$  لگاریتم مقدار برآورد شده هدایت هیدرولیکی متناظر با رطوبت (پتانسیل ماتریک)  $i$ ام و  $m$  تعداد مشاهدات می‌باشد. مقیاس لگاریتمی برای هدایت هیدرولیکی، جهت جلوگیری از اثر پذیری تابع در مقدارهای مربوط به رطوبت‌های زیاد مورد استفاده قرار می‌گیرد.

ایجاد توابع انتقالی برآورد کننده  $\hat{n}_{opt}$  به روش تحلیل رگرسیون در این پژوهش، جهت رسیدن به تابعی انتقالی برای برآورد مقدارهای  $\hat{n}_{opt}$  به عنوان متغیر وابسته، ویژگی‌های ذکر شده در جدول ۱ برای خاک‌های منتخب هر کلاس به عنوان متغیرهای مستقل دسته‌بندی و برای آنها، روش رگرسیون گام به گام در نرم‌افزار MATLAB اجرا گردید. به منظور بررسی وجود ارتباط احتمالی مقدار  $n$  (مقدار ضریب حاصل از برازش داده‌های منحنی مشخصه بر رابطه  $\theta-h$  مدل VGM) با مقدار  $\hat{n}_{opt}$  مقدار  $n$  نیز به همراه دیگر متغیرهای مستقل خاک معرفی شد تا ارتباط آن با  $\hat{n}_{opt}$  بررسی شود. در ایجاد روابط انتقالی بایستی شرط معناداری تاثیرگذاری متغیرهای مستقل در برآورد متغیر وابسته صادق باشد ( $p < 0.05$ ). در این صورت، می‌توان گفت که با احتمال ۹۵ درصد، پارامترهای منتخب در پیش‌بینی مقدار متغیر وابسته اثرگذار هستند. علاوه بر نقش انفرادی متغیرها، بایستی توانایی هر رابطه نیز در پیش‌بینی متغیر وابسته با تحلیل واریانس مشخص شود. بر مبنای نتایج تحلیل واریانس، آماره  $R^2$  معرف نسبت مجموع مربعات تفاضل مقدارهای برآورد شده از

در جدول شماره ۲، مقدار عددی خطای برآوردهای هیدرولیکی نسبت به مقدارهای اندازه‌گیری شده در اهای مختلف برای سه کلاس اصلی خاک و همچنین تمامی خاک‌ها برای مجموعه خاک‌های منتخب بخش ایجاد مدل ارائه شده است.

رس می‌باشد. نمودارهای رسم شده نشان می‌دهد که بسته به کلاس بافت خاک، انتخاب مقدار  $\hat{I}$  جداگانه برای هر کلاس می‌تواند به کاهش مقدار خطای افزایش مطلوبیت نتایج برآورده شده در مقایسه با مقدارهای اندازه‌گیری شده منجر شود.



شکل ۲- مقادیر خطای برآوردهای هیدرولیکی در اهای مختلف در سه کلاس بافتی شن، لوم، رس و تمامی خاک‌ها

جدول ۲- مقدار RMSE<sub>K</sub> به ازای اهای مختلف برای خاک‌های بخش ایجاد مدل

کلاس خاک‌ها	RMSE <sub>K</sub> (cm/day)																
	-۵	-۴/۵	-۴	-۳/۵	-۳	-۲/۵	-۲	-۱/۵	-۱	-۰/۵	۰	۰/۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	
شن	۰/۴۸۴	۰/۴۷۱	۰/۴۵۹	۰/۴۴۸	۰/۴۳۸	۰/۴۲۸	۰/۴۲۱	۰/۴۱۴	۰/۴۱۲	۰/۴۱۵	۰/۴۲۷	۰/۴۵۲	۰/۵۰۹	۰/۶۰۶	۰/۷۴۷	۰/۹۳۰	
لوم	۰/۴۳۸	۰/۴۳۶	۰/۴۳۴	۰/۴۳۳	۰/۴۳۴	۰/۴۳۵	۰/۴۳۷	۰/۴۴۱	۰/۴۴۵	۰/۴۵۴	۰/۴۶۹	۰/۴۸۸	۰/۵۱۱	۰/۵۴۱	۰/۵۷۷	۰/۶۲۴	
رس	۰/۴۲۴	۰/۴۲۳	۰/۴۲۲	۰/۴۱۹	۰/۴۱۷	۰/۴۱۵۷	۰/۴۱۶۳	۰/۴۱۶۷	۰/۴۱۷	۰/۴۱۸	۰/۴۱۸	۰/۴۲۰	۰/۴۲۲	۰/۴۲۶	۰/۴۲۸	۰/۴۳۳	
تمامی خاک‌ها	۰/۴۴۵	۰/۴۳۸	۰/۴۳۳	۰/۴۲۸	۰/۴۲۴	۰/۴۲۱	۰/۴۱۹	۰/۴۱۸	۰/۴۲۰	۰/۴۲۶	۰/۴۳۸	۰/۴۵۸	۰/۴۹۲	۰/۵۴۶	۰/۶۲۰	۰/۷۱۶	

\* با توجه به افزایش مقدار خطای در مقدار اهای بزرگتر از  $\hat{I} = 2/5$  و کوچکتر از  $\hat{I} = 5$  فقط برای مقادیر بین این دو عدد در جدول درج شده است. اعداد پررنگ، مقدار خطای کمینه هستند.

با توجه به این که  $\text{Se} < \text{Se}_0$  در رابطه  $K = K_s \text{exp}^{-\text{Se}}$  به شدت زیاد شده و مقدار  $K(h)$  محاسباتی از  $K_{sc}$  بزرگتر می‌شود. برای مثال، آغاز نقض این شرط در خاک‌های کلاس بافت رس، در مقدار اهای بزرگتر از  $\hat{I} = -3$  و در رطوبت‌های نزدیک به رطوبت باقی‌مانده نمایان شد. نتیجه آن که با منفی تر شدن مقدار  $\hat{I}$  و همچنین، افزایش مقدار  $n$ ، احتمال برآوردهای بزرگتر از  $K_{sc}$  برای برخی نقاط افزایش می‌یابد.

**ایجاد توابع انتقالی برآوردهای  $\hat{I}_{opt}$  با استفاده از روش رگرسیون گام به گام**  
به منظور ایجاد توابع انتقالی که قادر باشند مقدارهای  $\hat{I}_{opt}$  را بر مبنای پارامترهای زودیافت خاک برآوردد نمایند، رگرسیون گام به گام برای سه کلاس اصلی بافت خاک و همچنین کل خاک‌ها، در نرمافزار MATLAB اجرا گردید. در ادامه، ابتدا روابط رگرسیونی ایجاد شده در این پژوهش در جدول شماره ۳ معرفی می‌گردد.

بر اساس جدول شماره ۲، مقدارهای  $\hat{I}$  برای کلاس‌های بافت شن، رس و لوم به ترتیب  $\hat{I} = -3/5$  و  $\hat{I} = -3$  و برای کل خاک‌ها  $\hat{I} = -1/5$  به دست آمدند است. این نتایج نشان می‌دهند که برخلاف روش VGM، مقدارهای منفی برای  $\hat{I}$ ، برآوردهای مطلوب‌تری را از هیدرولیکی نتیجه داده است. نتایج پژوهش‌های متعدد، رسیدن به برآوردهای مطلوب‌تر هیدرولیکی را در مقدارهای منفی این پارامتر تایید می‌کنند (Vereecken, 1995; Kosugi, 1999; Shaap and Leij, 2000; Peters, 2013).

در انتخاب مقدارهای  $\hat{I}$  علاوه بر کمینه شدن مقدار  $\text{RMSE}_K$ ، شرط  $\frac{K(h)}{K_{sc}} < 1$  نیز بایستی رعایت شود. چرا که با انتخاب  $K_s$  به جای  $K_{sc}$ ، فرض بر این است که بیشترین مقدار هیدرولیکی برای هر خاک  $K_{sc}$  می‌باشد. در این مرحله، چنانچه مقدار اهای شرکت کننده در محاسبات بیش از مقدار خاصی منفی شوند،

جدول ۳- روابط رگرسیونی بدست آمده جهت برآورد ضریب توزیع اندازه منافذ رابطه K-θ بر پایه روش پیشنهادی

کلاس بافت	رابطه رگرسیونی
شن	$\hat{n} = 0.35805 + 0.10571 \times \log K_s + 0.013138 \times Sa$
لوم	$\hat{n} = 2.06134 - 0.56810 \times \theta_r - 0.48787 \times \log K_s - 0.30884 \times n + 0.74573 \times \theta_r \times \log K_s + 0.20082 \times \log K_s \times n$
رس	$\hat{n} = 1.2745 + 8.3359 \times \theta_r - 0.0236 \times \log K_s + 0.912 \times Si - 0.2904 \times \theta_r \times Si$
تمامی بافتها	$\hat{n} = 1.4283 + 0.2344 \times \emptyset + 0.0426 \times n$

جدول ۴- شاخص‌های آماری معرف دقت و خطای برآورد  $\hat{n}$  برای خاک‌های بخش ایجاد توابع انتقالی به همراه آماره‌های  $F^*$  و  $\delta$ 

کلاس بافت	$R^2$	MAE	$F^*>F_{R,E}$	$\delta$
شن	۰/۵۹۷	۰/۲۰۲	$F^*=63/75>F_{2,84}$	۰/۰۰۰
لوم	۰/۷۲۱	۰/۱۲۴	$F^*=52/25>F_{5,1..}$	۰/۰۰۰
رس	۰/۸۸۴	۰/۰۲۷	$F^*=59/00>F_{4,21}$	۰/۰۰۰
تمامی بافتها	۰/۲۰۳	۰/۲۱۷	$F^*=27/49>F_{2,218}$	۰/۰۰۰

معرف F جدول فیشر با درجه آزادی R برای رگرسیون و درجه آزادی E برای خطای باشد.

### بررسی خطای برآورد هدایت‌های هیدرولیکی با روش‌های MVGM و VGM

به منظور یافتن بینش بیشتر از رفتار هر یک از روش‌های VGM و MVGM در برآورد مقادیر هدایت هیدرولیکی، شاخص‌های آماری ME و MAE در ۶ بازه از پتانسیل ماتریک خاک برای کلاس‌های مختلف بافت و همچنین تمامی خاک‌ها در شکل شماره ۳ نمایش داده شده است.

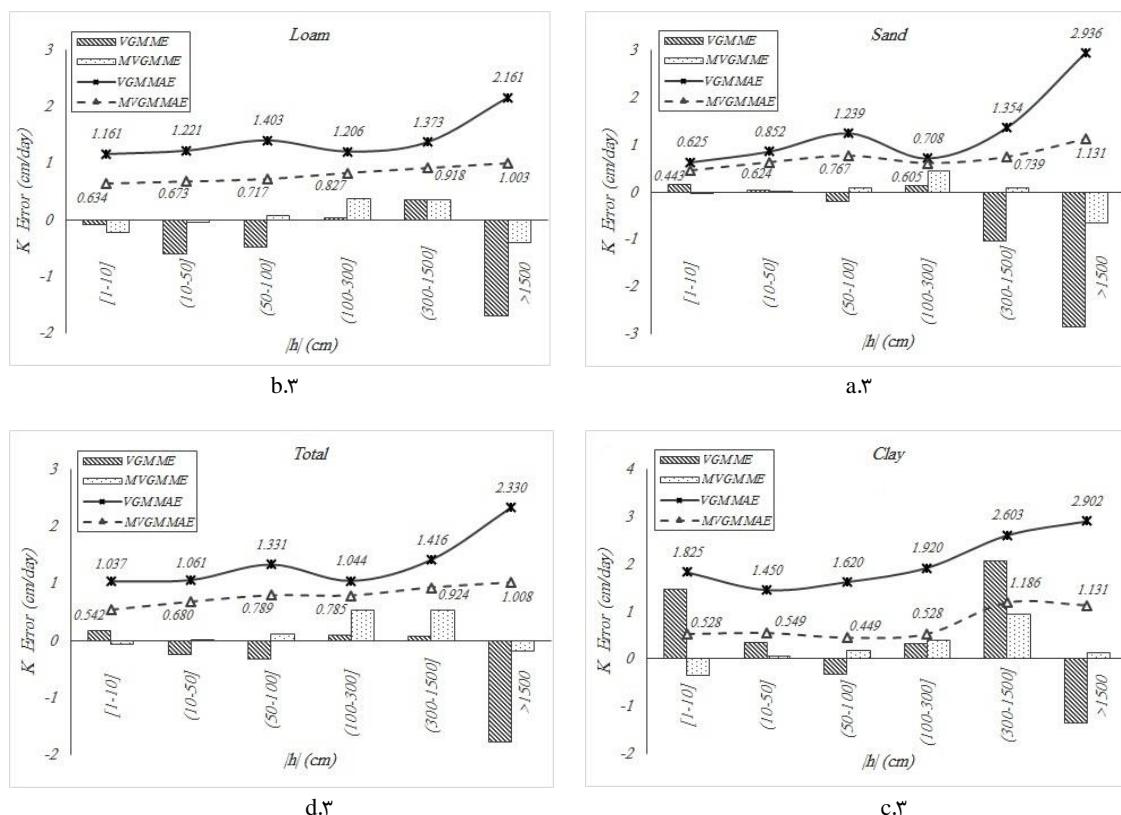
بر مبنای شکل ۳، روند تغییرات میانگین مطلق خطای در هر دو روش و برای تمامی کلاس‌های بافتی مشابه است. همچنین، مقدار میانگین خطای مطلق برآورد با روش MVGM در تمامی بازه‌ها کمتر از VGM است که نشان می‌دهد برآوردهای بدست آمده از MVGM مطلوب‌تر هستند. علاوه بر این موارد، همچنین، در تمامی کلاس‌های بافت خاک، در پتانسیل‌های ماتریک بزرگ‌تر از ۱۵۰۰ سانتی‌متر، روش VGM به کم برآورد کردن هدایت هیدرولیکی تمایل دارد.

شاخص MAE با وزن‌دهی یکسان به تمامی نقاط برآورد شده، در مقایسه با شاخص RMSE، نسبت به نقاط پرت دارای حساسیت کمتری می‌باشد. از این رو، استفاده از ریشه میانگین مربعات خطای نقش برآوردهای پرت به دست آمده از مدل را به عنوان یک خطای ساختاری آن، بیشتر نمایان می‌کند. با توجه به این خصوصیت، برای مقایسه برآوردهای دو روش VGM و MVGM، شاخص RMSE برای هر کلاس بافتی محاسبه گردید. همچنین، به منظور ارزیابی کارایی دو روش ذکر شده، مقدار شاخص NSE<sub>K</sub> نیز محاسبه و مقادیر آن در جدول شماره ۵ گزارش شده است.

در این روابط،  $\hat{n}$  ضریب توزیع اندازه منافذ معادله K-θ (برآورد شده با روابط رگرسیونی ایجاد شده)،  $\log K_s$  (cm/day) مقدار شن لگاریتم هدایت هیدرولیکی اشباع (مبنای ۱۰)، (%) Sa مقدار شن خاک، (%) Si مقدار سیلت خاک، ( $\text{cm}^3/\text{cm}^3$ )  $\theta_r$  معادل رطوبت حجمی باقیمانده خاک، (mm)  $\emptyset$  متوسط قطر هندسی ذرات و ضریب توزیع اندازه منافذ حاصل از برآش داده‌ها بر رابطه  $\theta-h$  مدل VGM می‌باشند.

در جدول ۴، مقدار  $R^2$  و MAE توابع انتقالی در برآورد  $\hat{n}$  به همراه دو پارامتر  $F^*$  و  $\delta$  برای کلاس‌های بافتی مختلف ارائه شده است.

بر مبنای مقدارهای  $R^2$  ارائه شده در جدول شماره ۴، دقت رابطه ایجاد شده برای کلاس بافت رس، در پیش‌بینی متغیر وابسته  $\hat{n}$  بیشتر از سایر روابط می‌باشد. توابع کلاس‌های بافت لوم و شن نیز به ترتیب قادر به پیش‌بینی  $59/7$  و  $72/1$  درصد از تغییرات  $\hat{n}$  می‌باشند. همچنین، مقدارهای  $F^*$  محاسبه شده برای هر کلاس بافتی از عدد جدول فیشر بزرگ‌تر بوده و مقدار سیگما نیز در تمامی موارد کمتر از  $0/05$  است. بر پایه این نتایج، با توجه به پیچیدگی محیط خاک، دقت روابط به دست آمده برای دو کلاس رس و لوم بسیار خوب و برای کلاس شن خوب ارزیابی می‌شود. هرچند تابع به دست آمده برای تمامی خاک‌ها، تنها قادر به پیش‌بینی  $20/3$  درصد از تغییرات  $\hat{n}_{opt}$  بوده و به طور کلی ضعیف ارزیابی می‌گردد.



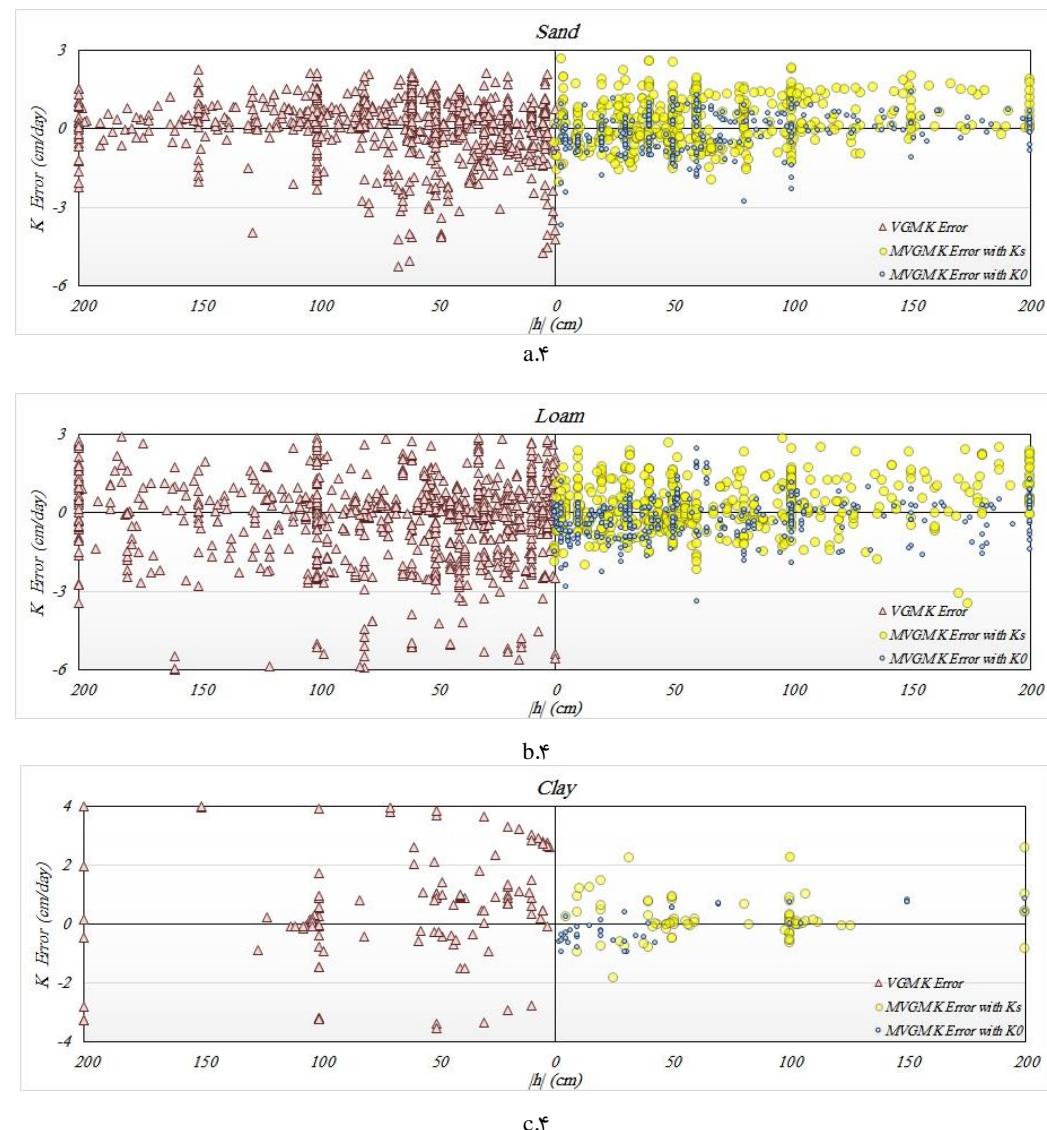
شکل ۳- مقدار خطای برآورد به روش‌های VGM و MVGM با شاخص‌های آماری ME و MAE برای بازه‌های تعريف شده پتانسیل ماتریک

جدول ۵- ارزیابی روش‌های VGM و MVGM در برآورد هدایت هیدرولیکی با خاک‌های منتخب بخش ایجاد مدل

MVGM			VGM			کلاس بافت
NSE <sub>K</sub>	RMSE <sub>K</sub> (cm/day)	پارامترها	NSE <sub>K</sub>	RMSE <sub>K</sub> (cm/day)	پارامترها	
۰/۷۶۰	۰/۷۹۵	$K_{sc}$ , $\hat{l}=-1$ , $\hat{n}$	۰/۲۶۹	۱/۳۹۲	$K_s$ , $l=0.5$ , n	شن
۰/۴۳۰	۱/۰۷۲	$K_{sc}$ , $\hat{l}=-3.5$ , $\hat{n}$	-۰/۸۹۰	۱/۹۷۵	$K_s$ , $l=0.5$ , n	لوم
۰/۵۳۵	۱/۰۰۹	$K_{sc}$ , $\hat{l}=-3$ , $\hat{n}$	-۲/۰۵۱	۲/۵۸۵	$K_s$ , $l=0.5$ , n	رس
۰/۶۲۰	۰/۹۹۹	$K_{sc}$ , $\hat{l}=-1.5$ , $\hat{n}$	-۰/۱۹۷	۱/۷۷۴	$K_s$ , $l=0.5$ , n	تمامی خاک‌ها

مجموع خاک‌ها، کمتر از مقدار رضایت‌بخش قرار می‌گیرد. در مجموع، بر اساس شاخص‌های مختلف آماری، عملکرد کلی روش MVGM در مقایسه با روش VGM بسیار مطلوب ارزیابی می‌شود. در مقدارهای در روش MVGM، برآوردهای به دست آمده برای چنانچه در روش VGM، برآوردهایی به دست آمده برای هدایت هیدرولیکی بر مبنای  $K_s$  را از برآوردهای حاصل از  $K_s$  تفکیک کرده و این مقدارها را برای نقاط پتانسیلی صفر تا ۲۰۰ سانتی‌متر که محدوده تراکم نقاط برداشت شده می‌باشد نمایش دهیم، شکل‌های مشابه شکل ۴ خواهیم داشت. بر پایه این جداسازی، بهتر می‌توان در خصوص تاثیر جایگزینی  $K_0$  به جای  $K_s$  اظهار نظر نمود.

در جدول ۵، با در نظر گرفتن معیار مطلوبیت نزدیک‌تر بودن RMSE به صفر، در تمامی کلاس‌های بافتی، روش MVGM نسبت به روش VGM برتری داشته و در برآورد مقدارهای هدایت هیدرولیکی مطلوب‌تر عمل نموده است. همچنین، بر اساس معیار ارائه شده توسط موتوفیلوف و همکاران و تقسیم‌بندی عملکرد خوب تا رضایت‌بخش مدل هیدرولوژیکی به ترتیب برای محدوده ۰/۷۵ تا ۰/۳۶ مقدار NSE، عملکرد مدل MVGM برای کلاس لوم رضایت‌بخش و برای سایر دسته‌ها خوب توصیف می‌شود (Motovilov, 1999). با معیار قرار دادن محدوده‌های این شاخص، روش VGM از نظر کارایی، در کلاس‌های بافتی مختلف و همچنین



شکل ۴- خطای برآورد هدایت هیدرولیکی در نقاط پتانسیلی صفر تا ۲۰۰ سانتیمتر به دو روش VGM و MVGM

مقایسه با VGM محدودتر بوده و این موضوع در شکل به وضوح دیده می‌شود.

در مجموعه شکل‌های ۴، اثر جایگزینی  $K_0$  به جای  $K_s$  در صورت یکسان بودن خاک‌ها دیده نمی‌شود. جهت بررسی و تفکیک اثر این دو پارامتر، خاک‌هایی از بخش ایجاد مدل که هر دو مقدار  $K_0$  و  $K_s$  برای آنها گزارش شده بود انتخاب شدند. در وضعیت اول، برآورد هدایت هیدرولیکی به روش MVGM با سه پارامتر  $\hat{A}$ ,  $\hat{n}$  و  $K_0$  و در دومین حالت، برآوردها با سه پارامتر  $\hat{A}$ ,  $\hat{n}$  و  $K_s$  برای آنها محاسبه گردید تا نقش استفاده از پارامترهای  $K_0$  و  $K_s$  در میزان خطای برآورد مشخص شود. نتایج شاخص‌های آماری ارزیابی کننده خطای برای دو وضعیت ذکر شده در جدول ۶ ارائه شده است.

که در آن، نمایه‌های MVGM K Error with  $K_s$  و MVGM K Error with  $K_0$  به ترتیب معرف خطای برآورد هدایت هیدرولیکی بر مبنای استفاده از  $K_s$  و  $K_0$  در روش MVGM می‌باشد.

شکل‌های ۴ (راست)، خطای برآورد هدایت هیدرولیکی را به روش MVGM نشان می‌دهند که در آن، خطای برآورد بر مبنای استفاده از  $K_s$  یا  $K_0$  تفکیک شده است. در این شکل‌ها، تغییرات کمتر خطای برآورد هدایت هیدرولیکی روش MVGM در مقایسه با روش MVNG (شکل‌های ۴ - چپ) کاملاً مشهود بوده و تفرق کمتر و MVNG نزدیکتر بودن این نقاط به خط صفر خط، عملکرد مطلوب‌تر را نشان می‌دهد. همچنین، روش MVGM، برای خاک‌هایی که در آنها از  $K_0$  استفاده شده، برآوردهای مطلوب‌تری ارائه داده است. در مجموع، باند خطای برآورد روش MVGM (محدوده +۳ و -۳) در

جدول ۶- خطای برآوردهای هیدرولیکی روش‌های VGM و MVGM برای خاک‌های دارای مقدار گزارش شده  $K_0$ 

کلاس بافت	تعداد نقاط	روش	پارامترهای مدل	کاهش خطای (%)	RMSE <sub>K</sub> (cm/day)
-	۱/۲۱۱	VGM	$K_s, l=0.5, n$	-	-
۴۵/۵	۰/۶۶۰	MVGM	$K_0, l=-1, \hat{n}$	۶۳۹	شن
۲۵/۴	۰/۹۰۳	MVGM	$K_s, l=-1, \hat{n}$	-	-
-	۲/۱۴۷	VGM	$K_s, l=0.5, n$	-	-
۴۹/۹	۱/۰۷۷	MVGM	$K_0, l=-3.5, \hat{n}$	۷۶۴	لوم
۳۵/۸	۱/۳۷۹	MVGM	$K_s, l=-3.5, \hat{n}$	-	-
-	۲/۹۵۵	VGM	$K_s, l=0.5, n$	-	-
۶۴/۰	۱/۰۶۴	MVGM	$K_0, l=-3, \hat{n}$	۱۱۵	رس
۲۹/۰	۲/۰۹۹	MVGM	$K_s, l=-3, \hat{n}$	-	-
-	۱/۹۴۳	VGM	$K_s, l=0.5, n$	-	-
۵۳/۴	۰/۹۰۶	MVGM	$K_0, l=-1.5, \hat{n}$	۱۵۱۸	تمامی خاک‌ها
۲۳/۹	۱/۴۸۰	MVGM	$K_s, l=-1.5, \hat{n}$	-	-

شده‌اند. در این شکل‌ها، فاصله بیشتر نقاط برآورده شده با روش VGM نسبت به خط مقایسه، در تمامی کلاس‌های بافت خاک مشهود است. به عکس، تفرق و پراکندگی کمتر نقاط برآورده شده با روش MVGM و نزدیک‌تر بودن آنها به خط یک به یک، نشان از برآوردهای مطلوب‌تر این روش دارد.

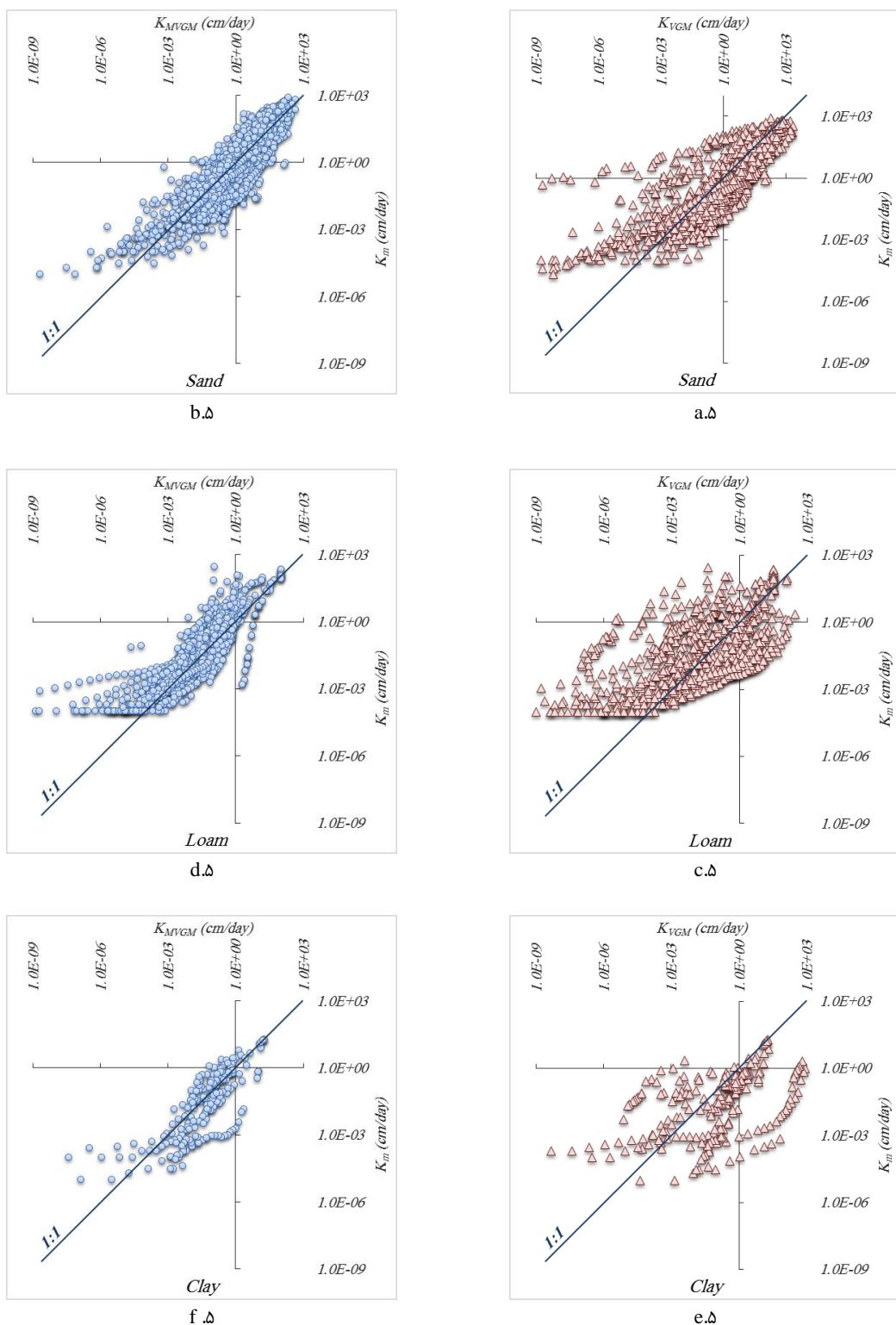
#### صحبت‌سنگی روش

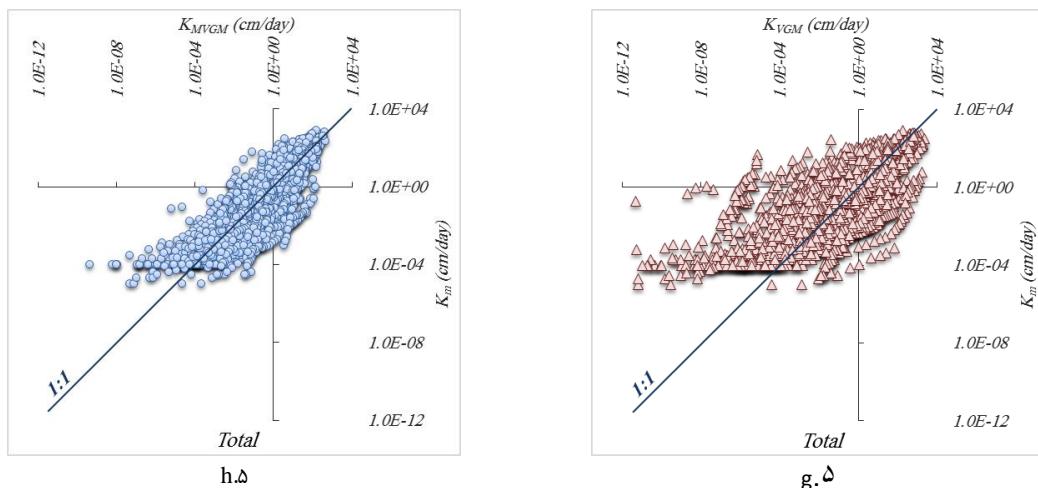
از آنجا که اختلاف عددی  $\hat{n}$  و  $n_{opt}$  (تفاوت ضرایب به دست آمده از مدل‌های رگرسیونی ایجاد شده و برآش داده‌های اندازه‌گیری شده  $K-θ$  در اهای منتخب) به تنهایی قادر به بیان مطلوبیت عملکرد مدل‌های ایجاد شده نمی‌باشد، بایستی نقش آنها در مقدار خطای برآوردهای هیدرولیکی مد نظر قرار گیرد. بدین منظور، نتایج مربوط به مقدار خطای ارزیابی کارایی دو روش VGM و MVGM به ترتیب با دو شاخص  $NSE_K$  و  $RMSE_K$  در جدول ۶ ارائه شده است. بر پایه نتایج جدول ۶ شاخص ارزیابی خطای  $K$  در تمامی کلاس‌های بافتی و همچنین مجموع بافتهای، برای روش MVGM کمتر از VGM است که عملکرد مطلوب‌تر روش MVGM را نشان می‌دهد. همچنین، مقدار  $NSE_K$  در روش MVGM، برای کلاس شن، لوم و مجموع خاک‌ها خوب و برای کلاس رس رضایت‌بخش است. این شاخص در روش VGM، برای کلاس شن و تمامی خاک‌ها در محدوده قابل پذیرش و برای کلاس‌های بافتی لوم و رس غیر قابل پذیرش می‌باشد. در مجموع، با توجه به نتایج به دست آمده در دو بخش ایجاد مدل و اعتبارسنجی آن، در تمامی کلاس‌های بافتی، استفاده از روش MVGM ارجح بوده و عملکرد کلی آن در مقایسه با روش VGM بسیار مطلوب ارزیابی می‌شود.

در جدول ۶ مقدارهای  $RMSE_K$  نشان می‌دهد که در تمامی کلاس‌های بافتی، زمانی که هر سه پارامتر  $l$ ،  $n$  و  $K_s$  با پارامترهای  $\hat{l}$  و  $\hat{n}$  جایگزین شده‌اند، مقدار خطای برآورده میزان قابل توجهی کاهش یافته است. در بین پارامترهای جایگزین شده،  $K_0$  بیشترین سهم را در کاهش خطای برآورده دارد. نقش این پارامتر در کاهش خطای برآورده در کلاس بافت رس بیش از سایر کلاس‌های خاک می‌باشد. از آنجا که وجود درز و ترک‌های احتمالی در خاک، احتمال وقوع خطای در اندازه‌گیری مقدار  $K_s$  را افزایش می‌دهد، انتخاب  $K_s$  به جای  $K_0$ ، می‌تواند سبب بیش برآوردهای هیدرولیکی شده و خطای را افزایش دهد. این موضوع، در دو پژوهش دکستر و همچنین امامی و همکاران نیز مورد بررسی قرار گرفته و به خطای برآوردهای هیدرولیکی در شرایط استفاده از  $K_s$  اشاره شده است (امامی و همکاران، ۱۳۹۱؛ Dexter, 2004). بنابراین، با توجه به حساسیت بیشتر این کلاس بافتی، استفاده از  $K_0$  به جای  $K_s$  توصیه می‌شود. مقدار تاثیر دو پارامتر  $l$  و  $n$  نیز در کاهش خطای برآوردهای تمامی کلاس‌های بافتی قابل توجه بوده و نشان می‌دهد که چنانچه تنها این دو پارامتر اصلاح شوند، همچنان انتظار می‌رود که نسبت به شرایط استفاده از  $l$  و  $n$  عملکرد مطلوب‌تری در برآوردهای هیدرولیکی به دست آید.

#### مقایسه دیداری مقدارهای برآورده شده هدایت هیدرولیکی به روش‌های VGM و MVGM

در این بخش، در مجموع شکل‌های ۴، مقدارهای اندازه‌گیری و برآورده شده هدایت هیدرولیکی با دو روش VGM و MVGM و مبنای داده‌های بخش ایجاد مدل نسبت به خط ۱:۱ رسم شده و مقدارهای نزدیک به صفر (کوچکتر از  $10^{-9}$  سانتی‌متر) کنار گذاشته





شکل ۵- مقایسه مقدارهای اندازه‌گیری شده و برآورده شده هدایت هیدرولیکی  
K<sub>m</sub>: هدایت هیدرولیکی اندازه‌گیری شده؛ K<sub>VGM</sub>: هدایت هیدرولیکی برآورده شده با VGM؛  
K<sub>MVGM</sub>: هدایت هیدرولیکی برآورده شده با MVGM

جدول ۶- مقدار خطأ و ارزیابی عملکرد روش‌های VGM و MVGM برای خاک‌های منتخب بخش صحبت‌سنگی

MVGM			VGM			کلاس بافت	تعداد نقاط
NSE <sub>K</sub>	RMSE <sub>K</sub> (cm/day)	پارامترها	NSE <sub>K</sub>	RMSE <sub>K</sub> (cm/day)	پارامترها		
-۰/۷۳۴	-۰/۸۵۰	K <sub>sc</sub> , l=-1, n	-۰/۶۴۱	-۰/۹۸۷	K <sub>s</sub> , l=0.5, n	شن	۴۲۷
-۰/۵۵۳	-۰/۷۷۶	K <sub>sc</sub> , l=-3.5, n	-۰/۷۴۴	۱/۵۳۳	K <sub>s</sub> , l=0.5, n	لوم	۴۷۱
-۰/۴۳۸	۱/۰۶۰	K <sub>sc</sub> , l=-3, n	-۱/۴۸۲	۱/۷۵۷	K <sub>s</sub> , l=0.5, n	رس	۷۳
-۰/۷۰۴	-۰/۸۲۹	K <sub>sc</sub> , l=-1.5, n	-۰/۳۸۴	۱/۱۹۷	K <sub>s</sub> , l=0.5, n	تمامی بافت‌ها	۹۷۱

مدل‌های هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک. مجله علوم آب و خاک. ۵۹: ۱۸۲-۱۶۹.

شیاسی ارانی، م. قهرمان، ب. امامی، ح. و داوری، ک. ۱۴۰۰. برآورد ضریب شکل تابع هدایت هیدرولیکی مدل ون گنوختن - معلم با استفاده از وزنگی‌های زودیافت خاک. نشریه علمی پژوهش‌های خاک. ۴: ۳۹۶-۳۸۱.

Burdine, N.T. 1953. Relative permeability calculations from pore size distribution data. Transaction of AIME. 5(3): 71-78.

Carman, P.C. 1937. Fluid flow through granular beds. Transactions, Institution of Chemical Engineers, London. 15:150-166.

Carsel, R.F. and Parrish, R.S. 1988. Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics. Water Resources Research. 24:755-769.

Child, E.C. and George, C. 1950. The permeability of porous material. Proceedings of the Royal Society. A. 201:392-405.

Dexter, A.R. 2004. Soil physical quality. Part III:

## نتیجه‌گیری

در این پژوهش، روشی با عنوان MVGM جهت برآورد هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک بر مبنای روش کلاسیک VGM پیشنهاد گردید. در روش پیشنهادی، هدایت هیدرولیکی متناظر با پتانسیل صفر (K<sub>s</sub>) با مقدار هدایت هیدرولیکی اصلاح شده (K<sub>sc</sub>) جایگزین گردید. همچنین، به بهینه‌سازی هم‌زمان دیگر پارامترهای مدل VGM نظیر l و n پرداخته شد و برای هر کلاس بافتی، مقداری مختص برای l معرفی و تابعی انتقالی برای برآورد ضریب توزیع اندازه منافذ رابطه K-θ مدل VGM ایجاد گردید. مقایسه عملکرد هر دو روش با استفاده از شاخص‌های آماری ارزیابی کننده خطأ و کارایی مدل‌ها نشان داد که در هر دو بخش ایجاد توابع انتقالی و صحبت‌سنگی، روش MVGM در مقایسه با VGM عملکرد مطلوب‌تری دارد.

## منابع

امامی، ح. شرفان، م. و نیشاپوری، م. ۱۳۹۱. ارزیابی هدایت هیدرولیکی نقطه عطف منحنی مشخصه رطوبتی به عنوان مرجع در برخی

92507. USA.
- Peters, A. 2013. Simple consistent models for water retention and hydraulic conductivity in the complete moisture range. *Water Resources Research*. 49 (10), 6765–6780.
- Schaap, M.G. Leij, F.J. and van Genuchten, M.Th. 1998. Neural network analysis for hierarchical prediction of soil hydraulic properties. *Soil Science Society of America Journal*. 62:847–855.
- Schaap, M.G. and F.J Leij. 2000. Improved prediction of unsaturated hydraulic conductivity with the Mualem-van Genuchten model. *Soil Science Society of America Journal*. 64:843–851.
- Schaap, M.G. Leij, F.J. and van Genuchten, M.Th. 2001. ROSETTA: A computer program for estimating soil hydraulic parameters with hierarchical pedotransfer functions. *Journal of Hydrology*. 251:163–176.
- Schaap, M.G. and van Genuchten, M.T. 2005. A modified mualem-van genuchten formulation for improved description of the hydraulic conductivity near saturation. *Vadose Zone Journal*. Vol 5:27–34.
- Shirazi, M. A. and Boersma, L. 1984. A unifying quantitative analysis of soil texture. *Soil Science Society of America Journal*. 48:142–147.
- Richards, L. A. 1931. Capillary conduction of liquids through porous media, *Physics*, I, 318–333.
- Tamari, S. Bruckler, L. Halbertsma, J. and Chadoeuf, J. 1993. A simple method for determining soil hydraulic properties in the laboratory. *Soil Science Society of America Journal*. 57: 642–651.
- Twarakavi, N.K.C. Saito, H. Simunek, J. and van Genuchten, M.Th. 2008. A new approach to estimate soil hydraulic parameters using only soil water retention data. *Soil Science Society of America Journal*. 72:471–479.
- Van Genuchten M.Th. 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*. 44:892–898.
- Van Genuchten, M.T. and D.R. Nielsen. 1985. On describing and predicting the hydraulic properties of unsaturated soils. *Annales Geophysicae*. 3(5): 615–628.
- Vereecken, H. 1995. Estimating the unsaturated hydraulic from theoretical models using simple soil properties. *Geoderma*. 65:81–92.
- Verma, P. Singh, P. George, K.V. Singh, H.V. Devotta, S. and Singh, R.N. 2009. Uncertainty analysis of transport of water and pesticide in an unsaturated layered soil profile using fuzzy set theory. *Applied Mathematical Modelling*. 33:770–782.
- Unsaturated hydraulic conductivity and general conclusions about S-theory. *Geoderma* 120:227–239.
- Garey, A.F. Derek, M.H. Glenn, V.W. Eddy, J.L. Amanda, K.F. and Maria, L.C. 2010. Numerically predicting seepage gradient forces and erosion: Sensitivity to soil hydraulic properties. *Journal of Hydrology*. 389: 354–362.
- Gholami, A. Kreinovich, V. and Kosheleva, O. 2018. Why 70/30 or 80/20 Relation Between Training and Testing Sets: A Pedagogical Explanation. *Departmental Technical Reports (CS)*. 1–6.
- Kaveh, F. and van Genuchten, M.Th. 1992. A further look at a new unsaturated hydraulic conductivity equation. *Iran. Journal of Agricultural Science*. 23:24–32.
- Kong, J. Shen, C. Luo, Z. Hua, G. and Zhao, H. 2016. Improvement of the hillslope-storage Boussinesq model by considering lateral flow in the unsaturated zone. *Water Resources Research*. 52(4): 2965–2984.
- Kosugi, K. 1999. General model for unsaturated hydraulic conductivity for soils with lognormal pore-size distribution. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 63:270–277.
- Kozeny, J. 1927. Ueber kapillare Leitung des Wassers im Boden. *Sitzungsber Akad. Wiss. Wien*. 136(2a): 271–306.
- Lin, F. Xingwei, C. and Huaxia, Y. 2017. Evaluating the use of Nash-Sutcliffe efficiency coefficient in goodness-of-fit measures for daily runoff simulation with SWAT. *Journal of Hydrology*. 22(11).
- Lu, H.G. Zhao, Z. Zhao, H. and Li, L. 2019. Evaluation and application of the modified van Genuchten function for unsaturated porous media. *Journal of Hydrology*. 571(2):279–287.
- McCuen, R.H. Knight, Z. and Cutter, A.G. 2006. Evaluation of the Nash–Sutcliffe efficiency index. *Journal of Hydrologic Engineering*. 11 (6): 597–602.
- Motovilov, Y. G. Gottschalk, L. England, K. and Rodhe, A. 1999. Validation of distributed hydrological model against spatial observations. *Agricultural and Forest Meteorology*. 98–99:257–277.
- Mualem, Y. 1976. New model for predicting hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resources Research*. 12:513–522.
- Nash, J.E. and Sutcliffe, J.V. 1970. River flow forecasting through conceptual models, Part 1. A discussion of principles. *Journal of Hydrology*. 10:282–290.
- Nemes A. Schaap, M. and Leij, F.J. 1999. The UNSODA unsaturated soil hydraulic database Version 2.0. U.S. Salinity Laboratory Riverside CA

Uptake Model. Soil Science Society of America  
Journal. 65: 1027–1037.

Vrugt, J.A. Hopmans, J.W. and Simunek, J. 2001.  
Calibration of a Two-Dimensional Root Water

## Estimation of Unsaturated Soil Hydraulic Conductivity based on Van Genuchten-Mualem Model Parameters Modification

M. Shiasi Arani<sup>1</sup>, H. Emami<sup>2\*</sup>, B. Ghahraman<sup>3</sup>, K. Davari<sup>4</sup>  
Received: Aug.27, 2022 Accepted: Dec.17, 2022

### Abstract

In order to predict the behavior of soil-related phenomena, it is necessary to have knowledge about unsaturated flow and using models that provide optimal estimates of the retention curve and hydraulic conductivity of soils. Despite the widespread use of the classic van Genuchten-Mualem model (VGM), this model usually performs poorly in predicting hydraulic conductivity and modification of some of its parameters seems necessary. In this research, 283 soils from different textures of the UNSODA bank were selected and divided into two sections of calibration and validation and their soil parameters were exported and categorized. Then, by defining the modified unsaturated hydraulic conductivity ( $K_{sc}$ ) instead of the saturated hydraulic conductivity ( $K_s$ ) and determining the limits for  $l$  and  $n$  parameters, the hydraulic conductivity-moisture function of VGM were solved using 24600 pairs of points  $l_i$  and  $n_j$  for each soil of the three main soil texture classes. In the following, the optimal  $l$  value ( $\hat{l}$ ) of each texture class was selected based on the minimum value of the hydraulic conductivity estimation error using the root mean square error (RMSE) index and the  $n$  values that had created the minimum errors, were selected as the optimal pore size distribution coefficients of the hydraulic conductivity-moisture function ( $\hat{n}_{opt}$ ). In order to create pedotransfer functions for estimating  $\hat{n}_{opt}$ , we ran stepwise regression in MATLAB software considering the condition of statistical significance ( $P\text{-value}=0.05$ ) for independent variables and functions for each soil texture class. After creating pedotransfer functions, the results of the proposed method of this research (MVGM) were compared with the VGM results using RMSE and Nash-Sutcliffe (NSE) indices. The results showed that in both sections of creation and validation functions, the MVGM performed better in estimating hydraulic conductivity and had a higher efficiency index in all textural classes of soil.

**Keywords:** Unsaturated hydraulic conductivity, Pedotransfer functions, van Genuchten model, Shape factor, Soil water retention curve

1- Ph. D Candidate of Irrigation and Drainage, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

2- Professor, Department of Soil Science, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University, Mashhad, Iran

3- Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

4- Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

(\*-Corresponding author Email: hemami@um.ac.ir)