

مقاله علمی-پژوهشی

تعیین پاسخ هیدرولوژیک حوضه آبریز با استفاده از حل عددی و تحلیلی معادله موج جنبشی بر اساس داده‌های مدل فیزیکی

محمد محمدی هاشمی^۱، بهرام ثقفیان^{۲*}، محمود ذاکری نیری^۳ و محسن نجارچی^۴

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۲۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۲۲

چکیده

یکی از مهمترین موضوعات در مطالعات حوضه پاسخ هیدرولوژیک آن است. تحقیقات متعددی به منظور تعیین پاسخ هیدرولوژیک از جمله مدل موج سینماتیک انجام شده و نتایج حاصل حاکی از مزایا و معایب این مدل‌ها است. در این تحقیق به بررسی روش عددی و روش تحلیلی حل معادله موج سینماتیک پرداخته شد و نتایج حاصل در یک حوضه آزمایشگاهی مورد ارزیابی قرار گرفت. به منظور بررسی حل عددی موج سینماتیک، از روش تفاضل محدود در بستر نرم افزار HEC-HMS استفاده گردید و برای ارزیابی روش تحلیلی با استفاده از معادله موج سینماتیک و بهره‌گیری از نرم افزار GIS، به روندیابی جریان در حوضه آزمایشگاهی پرداخته شد. نتایج حاصل از دو روش مذکور در کنار نتایج حاصل از روش زمان-مساحت در مدل HEC-1 قرار گرفت و در نهایت نتایج این سه روش با نتایج مشاهداتی حاصل از رخدادهای بارش-رواناب موجود در حوضه آزمایشگاهی مقایسه گردید. نتایج نشان داد خطای مدل تحلیلی موج سینماتیک، مدل عددی موج سینماتیک و مدل HEC-1 در تعیین مقدار دبی ماکزیمم، طبق شاخص خطای نسبی، حدود یک درصد بود. همچنین در تعیین هیدروگراف رواناب خروجی حوضه و میزان تطابق نتایج محاسباتی با مقادیر مشاهداتی، طبق شاخص نش-سانتکیف، مدل تحلیلی موج سینماتیک مقدار ۰/۹۲۶ بهترین عملکرد را داشت و مدل عددی موج سینماتیک با مقدار ۰/۸۳۸ نسبت به دو مدل دیگر ضعیف‌تر عمل نمود. اما طبق شاخص رگرسیون، مدل HEC-1 با مقدار ۰/۹۴۴ بهترین عملکرد، مدل تحلیلی موج سینماتیک با مقدار ۰/۹۳۲ در رتبه دوم و مدل عددی موج سینماتیک با مقدار ۰/۸۹۹ رتبه سوم را به دست آورد.

واژه‌های کلیدی: پاسخ هیدرولوژیک، حل تحلیلی، حل عددی، حوضه وی-شکل، موج جنبشی (سینماتیک)

مقدمه

مورد استفاده در مدل‌سازی بارش-رواناب، روش‌های توزیعی است. تقریباً در همه مطالعات انجام شده در این نوع روش، از چند معادله اساسی و از GIS به عنوان یک بستر برای پیاده‌سازی بر روی نقاط حوضه استفاده شده است؛ از جمله تحقیق ثقفیان و همکاران که با استفاده از نرم‌افزار GIS و ساده‌سازی معادله موج سینماتیک (Saghafian and Julien, 1995) تعیین زمان پیمایش در کل حوضه انجام شد (Saghafian, Julien and Rajaie, 2002). اصولاً معادله مورد استفاده و نحوه به کارگیری آن تفاوت مطالعات را ایجاد نموده به طوری که در برخی مقالات از موج سینماتیک استفاده شده (Saghafian, Van Lieshout and Rajaei, 2000; Melesse, Graham and Jordan, 2003; Melesse and Graham, 2004; Xiong and Melching, 2005; Liang and Melching, 2015; Rosli et al., 2022) و یا از سایر روش‌ها مانند موج پختشی (Zakeri Niri et al., 2012; Zakeri Niri, Saghafian and Kang and Merwade, 2016) و روش مخزن-انتشار (2011) استفاده شده است.

اهمیت تعیین پاسخ هیدرولوژیک حوضه به عنوان یکی از مفاهیم اصلی مطالعات بارش-رواناب باعث تمایل به مطالعات مختلف در استخراج روش مناسب مدل‌سازی بارش-رواناب شده که به ارایه روابط تجربی منجر شده است (علیزاده، ۱۴۰۰). یکی از روش‌های

- ۱- دانشجوی دکتری گروه مهندسی عمران، واحد اراک، دانشگاه آزاد اسلامی، اراک، ایران
 - ۲- استاد گروه مهندسی عمران، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
 - ۳- دانشیار گروه مهندسی عمران، واحد اسلامشهر، دانشگاه آزاد اسلامی، اسلامشهر، ایران
 - ۴- دانشیار گروه مهندسی عمران، واحد اراک، دانشگاه آزاد اسلامی، اراک، ایران
- * نویسنده مسئول - ایمیل: b.saghafian@gmail.com (Email: b.saghafian@gmail.com)
- DOR: 20.1001.1.20087942.1402.17.3.8.6

مورد استفاده مطالعات متعدد قرار گرفته است (Islam, 2013; Kokovska and Venhershki, 2022; Mohammadi Hashemi *et al.*, 2022). در کنار روش موج سینماتیک، روش SCS در مدل-سازی بارش-رواناب حوضه نتایج قابل قبولی را ارائه نموده است (Zeraatkar, 2016). همچنین در استفاده از مدل HEC-HMS و بهره‌گیری از روش SCS با بررسی نتایج دریافت گردیده این مدل-سازی نیازمند اطلاعات ژئومورفولوژیکی بسیاری است، اما نتایج حاصل (تعیین زمان تمرکز حوضه) با دقت بالایی به دست می‌آید (Sabzevari *et al.*, 2009). در یک مطالعه مقایسه روش‌های موج سینماتیک و روش SCS، حاکی از دقت بیشتر مدل موج سینماتیک در تعیین پیک سیلاب، حجم رواناب و زمان پیک سیلاب بوده است (Syed *et al.*, 2012).

با هدف بهبود کارایی مدل‌های بارش-رواناب، استفاده از سیستم اطلاعات جغرافیایی (GIS)، مدل‌های دقیق‌تر هیدرولوژیک را به همراه داشته است (رضایی انور و همکاران، ۱۳۹۹). از جمله این مطالعات تحقیق کانگ و مرواده که به ارائه یک مدل توسعه‌یافته و کاربرد مدل هیدرولوژیکی توزیعی بر اساس روش مخزن-انتشار در بستر GIS پرداختند. در تحقیق ایشان چارچوب مفهومی STORM DHM در سه حوضه در ایندیانا به کار گرفته شده است. این مدل ابتدا به وسیله یک رخداد کالیبره شده سپس با استفاده از داده‌های نقطه‌ای و داده‌های پیوسته با استفاده از شاخص‌های نش-سانکلیف و R^2 برای سه رخداد مورد ارزیابی قرار گرفته است. با بررسی نتایج دریافت گردیده که انتخاب گام زمانی بر تخمین مولفه‌های توپوگرافی نظیر شیب، جهت جریان و مسیر جریان موثر است که این امر به نوبه خود بر محاسبه زمان پیمایش و هیدروگراف جریان موثر خواهد بود (Kang and Merwade, 2011). همچنین ترکیب GIS و مدل موج سینماتیک، کارایی این مدل را افزایش داده است (Xiong and Melching, 2005; Liang, 2010; Liang and Melching, 2015).

کاربرد تمام مدل‌های بارش-رواناب در نهایت در مطالعه حوضه خواهد بود اما از آنجا که متغیرها و مولفه‌های بسیاری از حوضه در نتیجه نهایی مطالعه حوضه موثر است (Her and Heatwole, 2016)، به شرایط ایده آل‌تری برای بررسی کارایی مدل‌ها و مقایسه عملکرد و دقت آنها نیاز است. لذا حوضه‌های آزمایشگاهی در تحقیقات متعددی مورد استفاده قرار گرفته و اجرای مدل بارش-رواناب در حوضه‌های آبریز آزمایشگاهی به عنوان مدلی ساده از حوضه‌های آبریز واقعی، نتایج مفیدی در تعیین رفتار هیدرولوژیک حوضه به همراه داشته است (Xiong and Melching, 2005; Liang and Melching, 2012). مطالعه بر روی حوضه‌های آزمایشگاهی اغلب با شکل هندسی ساده از آن مورد توجه قرار گرفته که بیشتر در مطالعات مدل‌سازی حوضه‌های تنوریک استفاده شده

مطالعات متعددی در راستای بهبود روش‌های موجود در مدل-سازی سیلاب انجام شده (نوری و کرمی، ۱۳۹۷) که از جمله این روش‌ها می‌توان به روش زمان-مساحت اشاره نمود که حالت پیشرفته‌تری از روش استدلالی است؛ با این تفاوت که شدت بارش نسبت به زمان متغیر است (علیزاده، ۱۴۰۰). تحقیقات متنوعی در کاربرد روش زمان-مساحت در سال‌های اخیر انجام شده است، از جمله استخراج هیدروگراف واحد به روش توزیعی (Maidment, 1993) و استخراج هیدروگراف مکانی بر اساس روش (Ajward and Muzik, 2000) و نیز مدل روندیابی جریان جهت استخراج هیدروگراف رواناب حوضه (Melesse, Graham and Jordan, 2003). اگرچه روش زمان-مساحت مزیت‌هایی مانند انعکاس شکل حوضه و الگوی زهکشی در پاسخ هیدرولوژیک حوضه دارد اما از محدودیت‌های این روش می‌توان به مفهومی بودن الگوریتم‌های تعیین خطوط هم‌پیمایش و عدم استفاده از مفاهیم هیدرولوژیکی در آن (به غیر معدود تحقیقات صورت گرفته (Saghafian and Julien, 1995) اشاره نمود. همچنین محدودیت دیگر این روش احتساب صرفاً پدیده انتقال در تعیین هیدروگراف رواناب خروجی است و اثرات ذخیره‌های حوضه در نظر گرفته نمی‌شود (Saghafian and Shokoohi, 2006). البته این محدودیت با فرض یک مخزن خطی در حوضه بر طرف گردیده است (Clark, 1945).

در روش زمان-مساحت، حوضه به یک سری نواحی تقسیم شده که دارای زمان پیمایش رواناب (تا خروجی حوضه) برابری هستند (Chow, Maidment and Mays, 1988). با توجه به سیر پیشرفت روش زمان-مساحت و کارایی آن، مطالعات مختلفی در ارائه روش مناسب در تعیین نمودار زمان-مساحت صورت پذیرفته است (Melesse, Graham and Jordan, 2003; Saghafian and Shokoohi, 2006; Zakeri Niri *et al.*, 2012; Sabzevari, Noroozpour and Pishvaei, 2015). همچنین استفاده از مدل موج سینماتیک به عنوان مبنای محاسباتی این روش، دقت و کارایی خود را نشان داده است (Saghafian, Van Lieshout and Rajaei, 2000; Saghafian and Shokoohi, 2006). موج سینماتیک هم به منظور روندیابی جریان مشابه روش ماسکینگام-کانج مورد استفاده قرار گرفته (Chabokpour, 2022) هم جهت تهیه رواناب مستقیم حوضه عمل نموده است (Mohammadi Hashemi *et al.*, 2022). اما نیاز اغلب این مدل‌ها به اطلاعات دقیق حوضه، کارایی مدل زمان-مساحت را وابسته به وجود مولفه‌های هیدرولوژیکی حوضه نموده است (Her and Heatwole, 2016). در بهره‌گیری از مدل موج سینماتیک روش‌های مختلفی استفاده گردیده که از جمله می‌توان به حل عددی آن اشاره نمود (Krutov and Shkol'nikov, 2021; Luo, 2021) و در روش حل عددی موج سینماتیک نیز طرح‌های مختلفی ارائه شده است، از جمله طرح تفاضل محدود که

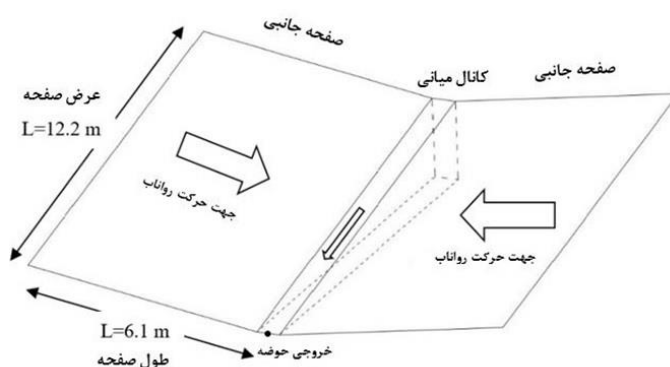
مواد و روش‌ها

حوضه آزمایشگاهی مورد مطالعه

کارایی حوضه‌های آزمایشگاهی و نتایج مطلوب آن در مدل‌سازی بارش-رواناب حوضه‌های وی-شکل (Liang and Melching, 2012, 2015; Mohammadi Hashemi *et al.*, 2022) انتخاب حوضه وی-شکل جهت بررسی روش‌های مختلف در تعیین پاسخ هیدرولوژیک حوضه گردید. از این رو از داده‌های مشاهداتی موجود در حوضه آزمایشگاهی وی-شکل موجود در آزمایشگاه دانشگاه ایلینویز برای این تحقیق استفاده گردید. حوضه مورد بررسی شامل دو صفحه و یک کانال میانی دارای شرایط مورفولوژیک و هیدرولوژیک مشخص است.

در این تحقیق شرایط فیزیکی حوضه ثابت فرض گردید و اثر تغییرات شدت بارش بر روی پاسخ حوضه در تعیین هیدروگراف رواناب خروجی حوضه مورد بررسی قرار گرفت. حوضه مورد مطالعه دارای دو صفحه جانبی هر یک به عرض ۶/۱ متر و طول ۱۲/۲ متر و شیب یکطرفه به سمت کانال برابر ۰/۰۱ و یک کانال میانی به طول ۱۲/۲ متر و شیب یکطرفه به سمت خروجی حوضه برابر ۰/۰۱ است. مقدار زبری مانتینگ در این حوضه، طبق سعی و خطا برابر ۰/۰۱۴ در نظر گرفته شد. شکل (۱) حوضه وی-شکل مورد بررسی را نشان می‌دهد.

مجموعه رخدادهای بارش-رواناب در این حوضه آزمایشگاهی شامل ترکیبی از حالات مختلف بارش و شیب حوضه بود. در این تحقیق شرایط فیزیکی حوضه (شیب و زبری سطح) ثابت در نظر گرفته شد و اثرات تغییر در شدت و مدت بارش مورد بررسی قرار گرفت. جدول (۱) مشخصات رخدادهای بارش - رواناب مورد استفاده در این تحقیق را نشان می‌دهد.



شکل ۱ - شکل حوضه آزمایشگاهی مورد بررسی در این تحقیق

است (Saghafian and Shokoohi, 2006; Sabzevari, Noroozpour and Pishvaei, 2015). بررسی شامل شکل‌های مستطیل (Saghafian and Shokoohi, 2006; Shokoohi and Saghafian, 2012; Kirstetter *et al.*, 2015; Mohammadi Hashemi *et al.*, 2022) و وی-شکل بوده است (Liang, 2010; Liang and Melching, 2012, 2015; Mohammadi Hashemi *et al.*, 2022).

با بررسی و جمع‌بندی مطالعات پیشین در بحث مدل‌سازی بارش-رواناب و به خصوص روش زمان-مساحت، دریافت گردید که هر یک از روش‌ها مزایا و معایب خود را دارا است و دارای سطحی از دقت در نتایج است. همچنین در اغلب مطالعات از مفهوم زمان تمرکز حوضه بهره گرفته شده است که در اکثر روابط تعیین مقدار آن از خصوصیات فیزیکی حوضه استفاده شده و وابستگی زمان تمرکز به شرایط بارش بررسی نشده است و نیز در بحث مطالعات دقیق‌تر روش زمان-مساحت و بررسی ویژگی‌های هیدروگراف رواناب خروجی حوضه منتج از این روش در اغلب مطالعات حوضه‌های تئوریک مورد بررسی قرار گرفته است. لذا در این مقاله با هدف بررسی رفتار نزدیک به واقعیت حوضه، یک حوضه آزمایشگاهی وی-شکل انتخاب شد که مطالعه در عین بررسی رخداد واقعی بارش و تبدیل آن به رواناب از سادگی در پیاده‌سازی مدل‌ها با حذف متغیرهای موثر بیشتر همچون شرایط تلفات بارش در تبخیر و تعرق و نفوذ عمقی برخوردار گردید. در این تحقیق عملکرد مدل‌های موج سینماتیک، HEC-1 و الگوریتم ژنتیک در تعیین پاسخ هیدرولوژیک حوضه آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار گرفت و در انتهای بررسی، رابطه‌ی شدت بارش و بین زمان تعادل حوضه استخراج شد.

جدول ۱ - مشخصات رخدادهای مورد استفاده در این تحقیق

شماره آزمایش	شیب صفحات و کانال (درصد)	شدت بارش (میلیمتر بر ساعت)	مدت بارش (ثانیه)	مقدار زبری مانینگ
۱	۱	۲۰۳	۲۴۰	۰/۰۱۴
۲	۱	۲۱۶	۲۴۰	۰/۰۱۴
۳	۱	۱۷۲	۲۴۰	۰/۰۱۴
۴	۱	۱۱۰	۲۴۰	۰/۰۱۴
۵	۱	۲۷۸	۱۸۰	۰/۰۱۴
۶	۱	۲۸۳	۱۸۰	۰/۰۱۴
۷	۱	۲۸۸	۱۸۰	۰/۰۱۴
۸	۱	۲۸۶	۱۸۰	۰/۰۱۴
۹	۱	۱۹۳	۱۲۰	۰/۰۱۴
۱۰	۱	۱۶۹	۱۲۰	۰/۰۱۴
۱۱	۱	۱۱۴	۱۲۰	۰/۰۱۴
۱۲	۱	۲۷۳	۱۲۰	۰/۰۱۴

مدل تحلیلی موج سینماتیک در بستر GIS

روش اول مورد استفاده این تحقیق، مدل توزیعی در بستر نرم افزار اطلاعات جغرافیایی بر پایه معادلات موج سینماتیک بود. بر اساس تعریف شبکه آبراهه، حوضه مورد بررسی این تحقیق به دو ناحیه دامنه (صفحه) و کانال تقسیم گردید. با بهره‌گیری از فایل مدل رقومی ارتفاع (DEM) حوضه به سلول‌های مربعی با طول ۲۰ سانتی-متر تقسیم شد و با استفاده از نرم‌افزار Arc-GIS لایه‌های جهت جریان، شیب و جریان تجمعی تهیه گردید. همچنین برای هر سلول، زمان پیمایش رواناب تا خروجی سلول با استفاده از معادلات ذیل محاسبه گردید. سپس مشابه روش شرو (Sherve) در رده‌بندی آبراهه‌ها با استفاده از روندیابی جریان، مجموع زمان پیمایش سلول‌های در مسیر جریان رواناب خروجی، زمان پیمایش سلول مورد نظر تا خروجی حوضه محاسبه شد. معادلات مورد استفاده در تعیین زمان پیمایش هر سلول حوضه در دو ناحیه کانال و صفحات به شرح زیر است. معادله (۱)، تعیین زمان پیمایش در ناحیه صفحات را نشان می‌دهد.

$$t_o = \left(\frac{n_o L_o}{\sqrt{S_o} i_e^{2/3}} \right)^{3/5} \quad (1)$$

در معادله (۱)، t_o زمان پیمایش در ناحیه صفحات (بر حسب ثانیه)، n_o مقدار زبری صفحات، L_o طول صفحات (بر حسب متر)، S_o مقدار شیب صفحات (بر حسب متر بر متر) و i_e شدت بارش موثر بر روی صفحات (بر حسب متر بر ثانیه) است. همچنین برای تعیین زمان پیمایش در ناحیه کانال، از معادله (۲) استفاده شده است.

$$t_c = \left[\frac{2^{2/3} n_c L_c (1 + S_o^2)^{1/3}}{\sqrt{S_c} S_o^{1/3} (2i_e L_o)^{1/3}} \right]^{3/4} \quad (2)$$

در معادله (۲)، t_c زمان پیمایش در ناحیه کانال (بر حسب ثانیه)،

n_c مقدار زبری کانال، L_c طول کانال (بر حسب متر)، S_c مقدار شیب کانال (بر حسب متر بر متر) است. با استفاده از معادله (۳)، مقدار کل زمان پیمایش تا خروجی حوضه برای هر نقطه از حوضه به دست می‌آید.

$$t_m = t_o + t_c \quad (3)$$

مولفه‌های زمان کل پیمایش مطابق معادله (۳)، برابر مجموع زمان پیمایش در دو ناحیه صفحات و کانال است که از مجموع مقادیر محاسباتی حاصل معادلات (۱) و (۲) تعیین می‌گردد. برای هر نقطه از حوضه این مقدار زمان پیمایش تعیین شد و در نهایت با دسته‌بندی نواحی دارای زمان پیمایش برابر، نمودار زمان-مساحت حوضه گردید و با اعمال انتگرال کانولوشن با هایتوگراف بارش مازاد حوضه، هیدروگراف رواناب خروجی حوضه حاصل شد.

مدل عددی موج سینماتیک

در این تحقیق با استفاده از روش حل عددی معادله موج سینماتیک در بستر نرم افزار HEC-HMS، نتایج حاصل از این روش در تعیین هیدروگراف رواناب خروجی حوضه آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفت. روش مورد استفاده در حل عددی در این مدل نرم افزاری، تفاضل محدود است. مدل نرم افزاری HEC-HMS، از معادله (۴) به عنوان معادله اصلی موج سینماتیک استفاده می‌نماید (Chow, 1959; Chaudhry, 1993).

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \alpha \beta^{(\beta-1)} \frac{\partial A}{\partial x} = q_L \quad (4)$$

در معادله فوق، A مساحت سطح مقطع جریان (بر حسب مترمربع)، q_L جریان جانبی حوضه (بر حسب متر بر ثانیه) و α و β

$$Q_i^j = Q_{i-1}^j + q \Delta x - \frac{\Delta x}{\Delta t} [A_{i-1}^j - A_{i-1}^{j-1}] \quad (7)$$

مدل HEC-1

مدل دیگر مورد استفاده دیگر این تحقیق، مدل HEC-1 بود. در این مدل هیدرولوژی، معادله‌ای برای تعیین نمودار زمان-مساحت ارایه شده که قابل استفاده در اکثر حوضه‌های آبریز است. معادله (۸)، نمودار زمان-مساحت را در حوضه ارایه می‌نماید.

$$\frac{A_t}{A} = \begin{cases} 1.414 \left(\frac{t}{t_c}\right)^{1.5} & \text{for } t \leq \frac{t_c}{2} \\ 1 - 1.414 \left(1 - \frac{t}{t_r}\right)^{1.5} & \text{for } t \geq \frac{t_c}{2} \end{cases} \quad (8)$$

در معادله (۸)، A_t مساحت تجمعی بخشی از حوضه مشارکت کننده در تولید رواناب (بر حسب مترمربع) در زمان t ، A مساحت کل حوضه (بر حسب مترمربع) و t_c زمان تمرکز حوضه (بر حسب ثانیه) است. برای استفاده از این روش نیاز به تعیین زمان تمرکز است که با استفاده از معادله (۳)، مقدار آن تخمین زده می‌گردد. پس از تعیین نمودار زمان-مساحت، با بهره‌گیری از روش انتگرال کانولوشن بین نمودار زمان-مساحت و هایتوگراف بارش-رواناب، هیدروگراف رواناب خروجی حوضه حاصل می‌گردد.

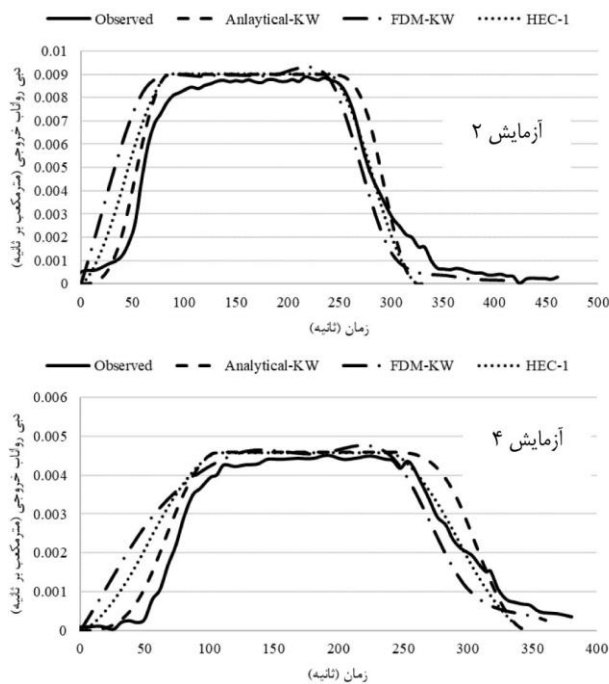
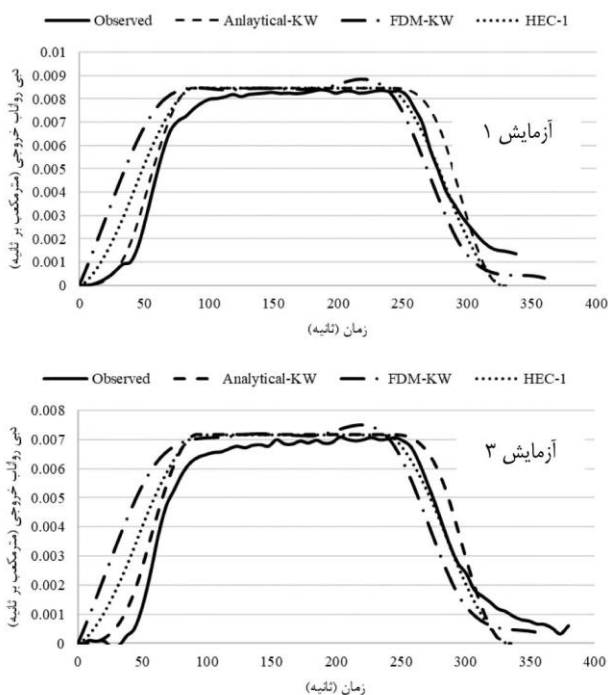
مولفه‌های موج سینماتیک می‌باشند. معادله (۵)، شکل عددی معادله (۴) را بر اساس طرح تفاضل محدود نشان می‌دهد (Leclerc and J.C., 1973)

$$\begin{aligned} & \frac{A_i^j - A_i^{j-1}}{\Delta t} \\ & + am \left[\frac{A_i^{j-1} + A_{i-1}^{j-1}}{2} \right]^{m-1} \left[\frac{A_i^{j-1} - A_{i-1}^{j-1}}{\Delta x} \right] \\ & = \frac{q_i^j + q_i^{j-1}}{2} \end{aligned} \quad (5)$$

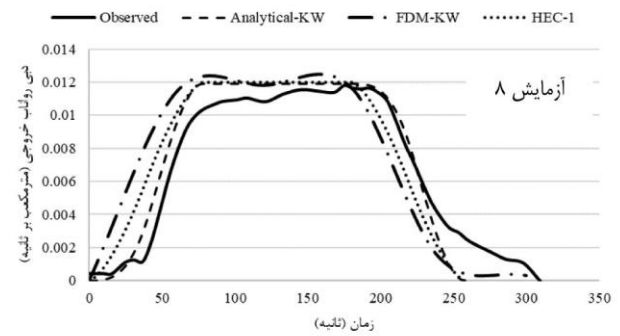
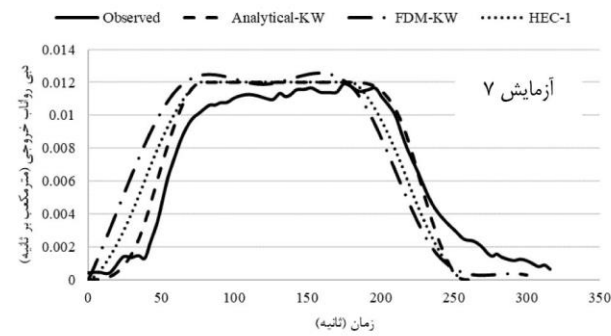
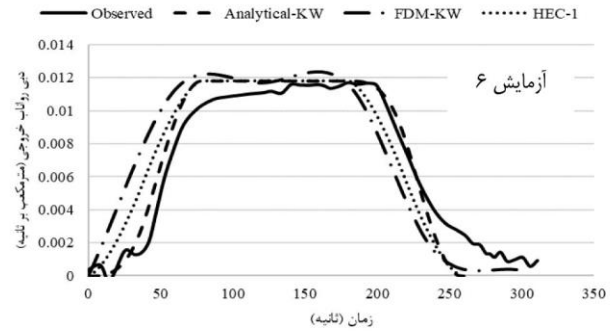
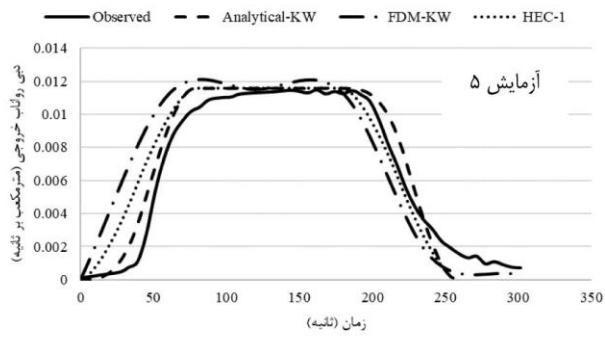
در معادله (۵)، i موقعیت مقطع عرضی در طول مسیر جریان، L طول مسیر جریان (بر حسب متر) و j گام زمانی را در طرح عددی معادله نشان می‌دهد. معادله (۵) را می‌توان به شکل معادله (۶) بازنویسی نمود.

$$\begin{aligned} & A_i^j \\ & = q_a \Delta t + A_i^{j-1} \\ & - am \left[\frac{\Delta t}{\Delta x} \right] \left[\frac{A_i^{j-1} + A_{i-1}^{j-1}}{2} \right]^{m-1} [A_i^{j-1} - A_{i-1}^{j-1}] \end{aligned} \quad (6)$$

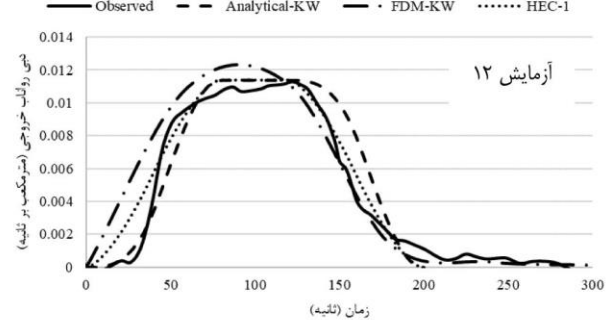
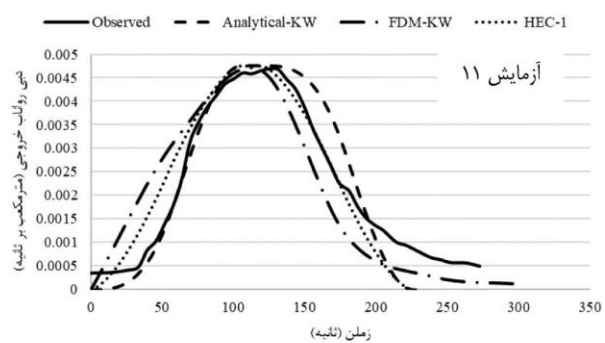
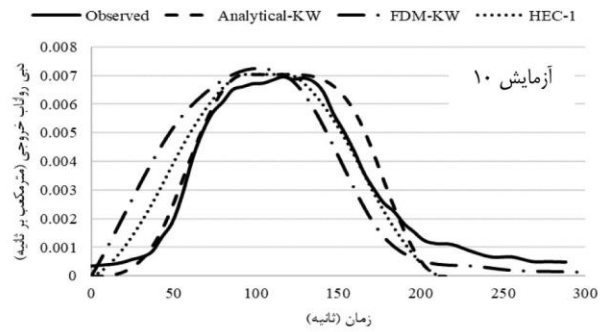
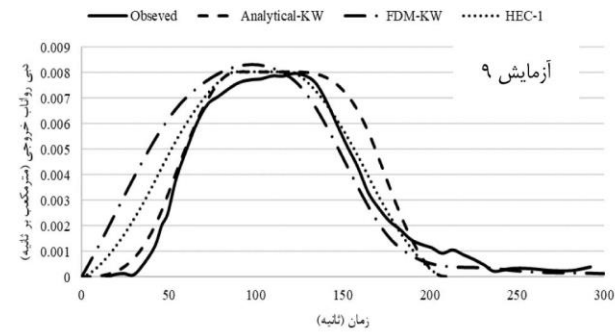
در نهایت با استفاده از معادله (۶) مقدار دبی خروجی حوضه متناظر با معادله (۷) محاسبه می‌گردد.



شکل ۲ - نمودارهای هیدروگراف رواناب خروجی متناظر با مدل‌سازی‌های آزمایش ۱ تا ۴



شکل ۳ - نمودارهای هیدروگراف رواناب خروجی متناظر با مدل‌سازی‌های آزمایش‌های ۵ تا ۸



شکل ۴ - نمودارهای هیدروگراف رواناب خروجی متناظر با مدل‌سازی‌های آزمایش‌های ۹ تا ۱۲

نتایج و بحث

مدل سازی است. آنچه که از کلیه نتایج بر می آید متناسب با شدت بارش مقدار ماکزیمم دبی در نمودار هیدروگراف نیز افزایش یافته است. همچنین با افزایش مدت بارش، مدت ناحیه ی تخت شدگی هیدروگراف ها نیز در نتایج هر سه مدل افزایش پیدا کرده است. این موضوع ناشی از رسیدن حوضه به شرایط تعادل هیدرولوژیکی است؛ به بیان دیگر، مدت بارش بزرگتر از زمان تمرکز حوضه بوده است (Saghafian and Julien, 1995). جدول (۲)، مقایسه نتایج سه مدل را در تعیین مقدار ماکزیمم هیدروگراف نشان می دهد. برای بیان میزان تفاوت ها و سنجش عملکرد مدل ها، از معیار خطای نسبی (مقادیر محاسباتی نسبت به مقادیر مشاهداتی) استفاده گردید.

با توجه به شرایط موجود در جدول (۱)، مدل سازی رخداد بارش - رواناب با بهره گیری از مدل های معرفی شده، در ۱۲ دسته رخداد، با تفاوت در شدت بارش صورت پذیرفت. نمودارهای هیدروگراف رواناب خروجی حوضه مطابق شکل های (۲) تا (۴) به دست آمد. در این نمودارها، نمودار مربوط به روش های مدل تحلیلی موج سینماتیک، مدل عددی موج سینماتیک و روش HEC-1 به ترتیب با نام های Analytical-KW، FDM-KW و HEC-1 نمایش داده شده است. همانگونه که در نمودارهای شکل های (۲) تا (۴) مشخص است، هیدروگراف های رواناب خروجی در ۱۲ رخداد بارش با شدت و مدت های متفاوت دارای نتایج مختلف در مقادیر مشاهداتی و نیز در نتایج

جدول ۲ - مقایسه مقدار دبی ماکزیمم حاصل از روش های محاسباتی و مشاهداتی

شماره آزمایش	* مقادیر مشاهداتی	* مدل تحلیلی موج سینماتیک	* مدل عددی موج سینماتیک	* روش HEC-1	** خطای نسبی مدل تحلیلی موج سینماتیک	** خطای نسبی مدل عددی موج سینماتیک	** خطای نسبی روش HEC-1
۱	۸/۳۹	۸/۳۹	۸/۳۹	۸/۳۹	۰	۰	۰
۲	۸/۹۰	۸/۹۳	۸/۹۳	۸/۹۳	۰/۳	۰/۳	۰/۳
۳	۷/۰۸	۷/۱۱	۷/۱۱	۷/۱۱	۰/۴	۰/۴	۰/۴
۴	۴/۵۲	۴/۵۵	۴/۵۵	۴/۵۵	۰/۷	۰/۷	۰/۷
۵	۱۱/۴۹	۱۱/۴۹	۱۱/۴۹	۱۱/۴۹	۰	۰	۰
۶	۱۱/۶۸	۱۱/۷۰	۱۱/۷۰	۱۱/۷۰	۰/۲	۰/۲	۰/۲
۷	۱۱/۹۱	۱۱/۹۱	۱۱/۹۱	۱۱/۹۱	۰	۰	۰
۸	۱۱/۷۹	۱۱/۸۲	۱۱/۸۳	۱۱/۸۲	۰/۳	۰/۳	۰/۳
۹	۷/۹۶	۷/۹۷	۷/۸۱	۷/۹۷	۰/۱	۱/۸	۰/۱
۱۰	۶/۹۷	۶/۹۸	۶/۹۰	۶/۹۸	۰/۱	۱	۰/۱
۱۱	۴/۶۹	۴/۷۱	۴/۶۴	۴/۷۱	۰/۴	۱	۰/۴
۱۲	۱۱/۲۸	۱۱/۲۸	۱۱/۱۲	۱۱/۲۸	۰	۱	۰
میانگین خطا	-	-	-	-	۰/۲	۰/۶	۰/۲

* مقادیر بر حسب متر مکعب بر ثانیه ($\times 10^{-3}$) است. ** مقادیر بر حسب درصد است.

با هدف بررسی میزان تطابق دو هیدروگراف محاسباتی و مشاهداتی در سه مدل مورد ارزیابی با استفاده از شاخص های رگرسیون و نش-ساتکلیف مقایسه نتایج مدل تحلیلی موج سینماتیک، مدل عددی موج سینماتیک و مدل HEC-1 با مقادیر مشاهداتی، در تعیین هیدروگراف رواناب خروجی حوضه مورد مطالعه قرار گرفت. جدول (۳)، نتایج این بررسی را نشان می دهد.

مطابق جدول (۲)، اگرچه میانگین خطای مدل تحلیلی موج سینماتیک، مدل عددی موج سینماتیک و مدل HEC-1 با مقدار کمتر از یک درصد ناچیز بود. اما از بین سه مدل مذکور، مدل عددی موج سینماتیک، خطای بیشتری نسبت به دو مدل دیگر داشت و به طور کلی نتایج حاکی از دقت بالای سه مدل در تعیین مقدار دبی ماکزیمم در نمودار هیدروگراف رواناب خروجی حوضه بود.

جدول ۳ - تطابق هیدروگراف‌های حاصل از روش‌های محاسباتی با نتایج مشاهداتی

نش-ساتکلیف (NS)			رگرسیون (R)			شاخص
HEC-1	مدل عددی موج سینماتیک	مدل تحلیلی موج سینماتیک	HEC-1	مدل عددی موج سینماتیک	مدل تحلیلی موج سینماتیک	شماره آزمایش
-/۹۱۵	-/۸۴۳	-/۹۴۶	-/۹۵۵	-/۹۱۹	-/۹۴۷	۱
-/۸۷۷	-/۸۶۱	-/۹۲۰	-/۹۴۱	-/۸۹۹	-/۹۳۴	۲
-/۸۸۰	-/۸۱۹	-/۹۳۹	-/۹۳۷	-/۸۹۲	-/۹۳۱	۳
-/۸۶۲	-/۷۵۴	-/۹۱۴	-/۹۲۲	-/۸۹۱	-/۹۱۴	۴
-/۸۷۵	-/۹۰۲	-/۹۵۱	-/۹۴۹	-/۹۱۱	-/۹۴۴	۵
-/۸۲۸	-/۸۳۵	-/۹۳۳	-/۹۴۸	-/۸۹۵	-/۹۴۵	۶
-/۷۹۹	-/۸۱۱	-/۹۱۸	-/۹۳۳	-/۸۷۸	-/۹۳۱	۷
-/۸۱۵	-/۸۱۷	-/۹۲۳	-/۹۳۸	-/۸۷۶	-/۹۳۵	۸
-/۹۰۰	-/۹۰۰	-/۹۱۵	-/۹۳۷	-/۸۸۹	-/۹۰۶	۹
-/۹۰۱	-/۷۸۸	-/۹۳۸	-/۹۵۰	-/۸۷۳	-/۹۳۹	۱۰
-/۹۱۶	-/۷۴۵	-/۹۱۳	-/۹۶۸	-/۹۱۵	-/۹۳۷	۱۱
-/۹۴۲	-/۹۸۲	-/۸۹۶	-/۹۶۱	-/۹۵۲	-/۹۳۱	۱۲
-/۸۷۶	-/۸۳۸	-/۹۲۶	-/۹۴۴	-/۸۹۹	-/۹۳۲	میانگین شاخص

تحقیق حاضر هم اثرات دامنه‌ای و هم اثرات کانال در پاسخ هیدرولوژیکی حوضه لحاظ گردید. همچنین در هر دو تحقیق تفاوت در شدت بارش در نظر گرفته شده و حوضه به شرایط تعادل رسیده است و از لحاظ شکل هیدروگراف، نتایج هر دو تحقیق مشابه است. در تحقیق Xiong و Melching (۲۰۰۵) نیز حوضه آزمایشگاهی وی-شکل دانشگاه ایلینویز مورد بررسی قرار گرفت. در تحقیق ایشان به مقایسه مدل‌های مخزن غیرخطی و موج سینماتیک پرداخته شد که نتایج نشان داد دقت مدل مخزن غیرخطی در شبیه‌سازی بازوی بالارونده هیدروگراف در مقایسه با دقت مدل موج سینماتیک کمتر است. در تحقیق حاضر نیز دقت مدل تحلیلی موج سینماتیک در تعیین بازوی بالارونده هیدروگراف نسبت به دو مدل دیگر بیشتر بود.

نتیجه گیری

از عوامل مهم در مطالعات حوضه، تعیین پاسخ هیدرولوژیکی حوضه در مقابل رخداد بارش است. پاسخ حوضه در مقابل بارندگی، نحوه تولید رواناب خروجی حوضه را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، مولفه‌هایی از هیدروگراف رواناب، شامل مقدار ماکزیمم رواناب خروج، زمان رسیدن به پیک هیدروگراف و ... وابسته به مشخصات فیزیکی حوضه و ویژگی‌های رخداد بارش است. در این مطالعه با هدف بررسی رفتار هیدرولوژیکی حوضه، سه مدل بارش-رواناب مورد ارزیابی قرار گرفت. این مدل‌ها شامل مدل تحلیلی موج سینماتیک، مدل عددی موج سینماتیک و روش HEC-1 بود. حوضه مورد مطالعه یک حوضه آزمایشگاهی وی-شکل شامل دو صفحه جانبی به ابعاد $۱۲/۲ \times ۱۲/۲$ مترمربع و یک کانال میانی به طول $۱۲/۲$ متر بود. مقدار شیب

با توجه با مقادیر موجود در جدول (۳)، می‌توان بیان نمود که تقریباً در همه‌ی هیدروگراف‌های محاسباتی حاصل از سه روش مدل تحلیلی موج سینماتیک، مدل عددی موج سینماتیک و HEC-1، هیدروگراف‌های محاسباتی مدل تحلیلی موج سینماتیک انطباق بیشتری با هیدروگراف مشاهداتی داشت. این موضوع به طور کلی از نتیجه مقایسه و کسب مقدار $۰/۹۲۶$ از شاخص نش-ساتکلیف و $۰/۹۳۲$ از شاخص رگرسیون مشخص گردید. همچنین بین دو روش مدل عددی موج سینماتیک و HEC-1، روش HEC-1 دارای نتایج نزدیک‌تر به مقادیر مشاهداتی بود. اما با بررسی دقیق‌تر دریافت شد که در مدل‌سازی بازوهای پایین‌رونده هیدروگراف، عملکرد مدل عددی موج سینماتیک از دو مدل دیگر بهتر بود. این موضوع بیان خاصیت مخزنی حوضه بوده و دنباله‌ی هیدروگراف در بازوی پایین رونده شکل دقیق‌تری در نتایج مدل عددی موج سینماتیک دارد، درحالی‌که این موضوع در دو مدل تحلیلی موج سینماتیک و HEC-1 کمتر مشاهده گردید و همین موضوع یکی از ضعف‌های این دو نوع مدل در موج سینماتیک محسوب می‌گردد.

این تحقیق بر اساس معادلات موج سینماتیک و نیز روش پیشنهادی در مدل HEC-1 انجام شد که در شبیه‌سازی بارش-رواناب، نتایج قابل مقایسه با نتایج سایر محققان در حوضه آزمایشگاهی است؛ از جمله تحقیق Kirstetter و همکاران (۲۰۱۶) که به شبیه‌سازی بارش-رواناب در حوضه آزمایشگاهی مستطیلی پرداختند. ایشان نیز شدت‌های بارش مختلف و اثر آن بر روی هیدروگراف را مورد بررسی قرار دادند. در تحقیق مذکور حوضه به صورت یک صفحه با شیب در یک جهت فرض گردید و لی در

(ع). چاپ چهل و پنجم.

نوری، ح. و کرمی، ح. ۱۳۹۷. توسعه عملکرد روش های نوین با استفاده از بهینه سازی چند هدفه در کنترل رواناب شهری. مجله تحقیقات منابع آب ایران. ۱۴(۳): ۴۵-۵۸.

Ajward, M. and Muzik, I. 2000. A spatially varied unit hydrograph model. *Journal of Environmental Hydrology*. 8 (May):1-8.

Chabokpour, J. 2022. Operation of the non-linear Muskingum model in the prediction of the pollution breakthrough curves through the river reaches. *Amirkabir Journal of Civil Engineering*. Civil engineering department, university of Maragheh. 54 (1): 21-34.

Chaudhry, H. C. 1993. *Open-channel hydraulics*. NJ: Prentice Hall.

Chow, V. T. 1959. *Open channel flow*. New York, NY: McGraw-Hill.

Chow, V. T., Maidment, D. R. and Mays, L. W. 1988. *Applied hydrology*. McGraw Hill.

Clark, C. O. 1945. Storage and the unit hydrograph. *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*. 69 (9): 1419-1446.

Her, Y. and Heatwole, C. 2016. HYSTAR Sediment Model: Distributed Two-Dimensional Simulation of Watershed Erosion and Sediment Transport Using Time-Area Routing. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*. 52 (2): 376-396.

Islam, A. 2013. Flood routing by kinematic wave model. *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering*. 9 (6): 55-60.

Kang, K. and Merwade, V. 2011. Development and application of a storage-release based distributed hydrologic model using GIS. *Journal of Hydrology*. 403 (1-2): 1-13.

Kirstetter, G., Hu, J., Delestre, O., Darboux, F., Lagrée, P. Y., Popinet, S., Fullana, J. M. and Josserand, Ch. 2016. Modeling rain-driven overland flow: Empirical versus analytical friction terms in the shallow water approximation. *Journal of Hydrology*. 536: 1-9.

Kokovska, Y. and Venherskyi, P. 2022. Using of FEM for Modeling of Compatible Movement of Surface Kinematic Waves and River Flows. in 2022 IEEE 16th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET). IEEE. 793-797.

Krutov, A. N. and Shkol'nikov, S. Y. 2021. Kinematic Wave Equations for Movable Riverbeds. *Meteorologiya i Gidrologiya*. (6). 43-54.

Leclerc, G. and J.C., S. 1973. *Methodology for*

صفحات و کانال برابر ۰/۰۱ و مقدار زبری مایننگ نیز برابر ۰/۰۱۴ در نظر گرفته شد. مجموعه رخدادهای این حوضه شامل تغییرات در شدت و مدت بارش، با ثابت بودن شرایط فیزیکی حوضه، شامل چهار رخداد بارش-رواناب مورد بررسی قرار گرفت.

مدل تحلیلی موج سینماتیک این تحقیق شامل مدل توزیعی بر پایه GIS و با استفاده از معادلات موج سینماتیک در دو ناحیه صفحات جانبی و کانال بود. مدل عددی موج سینماتیک نیز بر اساس طرح تفاضل محدود و بهره‌مندی از معادله موج سینماتیک تهیه گردید. مدل HEC-1 نیز شامل دو دسته معادله با تعیین زمان تمرکز حوضه، نمودار زمان-مساحت را تعیین نموده و با انجام انتگرال کانولوشن، هیدروگراف رواناب خروجی حوضه تعیین می‌کند.

در این تحقیق مدل سازی در ۱۲ رخداد بارش-رواناب با مدت بارش ۱۲۰، ۱۸۰ و ۲۴۰ ثانیه و هر یک با چهار مقدار مختلف شدت بارش انجام شد و نمودارهای هیدروگراف رواناب خروجی حوضه، متناظر با هر رخداد حاصل گردید. با بررسی نمودارهای محاسباتی و مقایسه با نمودارهای مشاهداتی مشخص شد میانگین خطای مدل تحلیلی موج سینماتیک، مدل عددی موج سینماتیک و مدل HEC-1 در تعیین مقدار دبی ماکزیمم حدود یک درصد بود. گرچه از بین سه مدل مذکور، مدل تحلیلی موج سینماتیک با اختلاف نسبت به دو مدل دیگر کمترین میزان خطا را داشت ولی به طور کلی نتایج حاکی از دقت بالای سه مدل، به خصوص مدل تحلیلی موج سینماتیک در تعیین مقدار دبی ماکزیمم در نمودار هیدروگراف رواناب خروجی حوضه بود. همچنین در تعیین هیدروگراف رواناب خروجی حوضه و میزان تطابق نتایج محاسباتی با مقادیر مشاهداتی، طبق شاخص نش-ساتکلیف، مدل تحلیلی موج سینماتیک مقدار ۰/۹۲۶ بهترین عملکرد و مدل عددی موج سینماتیک با مقدار ۰/۸۳۸ نسبت به دو مدل دیگر ضعیف تر عمل نمود. اما طبق شاخص رگرسیون، مدل HEC-1 با مقدار ۰/۹۴۴ بهترین عملکرد، مدل تحلیلی موج سینماتیک با مقدار ۰/۹۳۲ در رتبه دوم و مدل عددی موج سینماتیک با مقدار ۰/۸۹۹ رتبه سوم را به دست آورد. نتایج تحقیق موید قابلیت بالای مدل موج سینماتیک به خصوص در روش تحلیلی در مدل-سازی بارش-رواناب در حوضه آزمایشگاهی بود و نشان از تطابق با واقعیت رخداد بارش-رواناب در سطح حوضه دارد.

منابع

رضایی انور، م. ذاکری نیری، م. و سهرابی ملایوسفی، م. ۱۳۹۹. روندیابی سیل به روش موج سینماتیک در بستر GIS (مطالعه موردی: رودخانه قره‌چای). نشریه آبیاری و زهکشی ایران. ۱۵ (۱): ۱۶۳-۱۵۱.

علیزاده، الف. ۱۴۰۰. اصول هیدرولوژی کاربردی. دانشگاه امام رضا

- and time-area histogram of hillslopes. *Journal of Hydrology*. 531: 638–648.
- Saghafian, B. and Julien, P. Y. 1995. Time to equilibrium for spatially variable watersheds. *Journal of Hydrology*. 172 (1–4): 231–245.
- Saghafian, B., Julien, P. Y. and Rajaie, H. 2002. Runoff hydrograph simulation based on time variable isochrone technique. *Journal of Hydrology*. 261 (1–4): 193–203.
- Saghafian, B., van Lieshout, A. M. and Rajaei, H. M. 2000. Distributed catchment simulation using a raster GIS. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*. 2 (3–4): 199–203.
- Saghafian, B. and Shokoohi, A. 2006. A corrected time-area technique for one-dimensional flow. *International Journal of Civil Engineering*. 4 (1): 34–41.
- Shokoohi, A. and Saghafian, B. 2012. A semi analytical solution for rising limb of hydrograph in 2D overland flow. *International Journal of Civil Engineering*. 10 (1): 43–50.
- Syed, A. U., Nejadhashemi, A. P., Safferman, S., Lusch, D., Bartholic, J. and Segerlind, L. J. 2012. A Comparative Analysis of Kinematic Wave and SCS-Unit Hydrograph Models in Semi-Arid Watershed. in XIX International Conference on Water Resources CMWR 2012.
- Rosli, M. H., Abdul Malek, N. Kh., Jamil, N. R., Kamarudin, M. Kh. A. and Abdul Maulud, Kh. N. 2022. Performance evaluation of spatial lumped model and spatial distributed travel time model using event based rainfall for hydrological simulation. *Arabian Journal of Geosciences*. 15 (24): 1765.
- Xiong, Y. and Melching, C. S. 2005. Comparison of Kinematic-Wave and Nonlinear Reservoir Routing of Urban Watershed Runoff. *Journal of Hydrologic Engineering*. 10 (1): 39–49.
- Zakeri Niri, M., Saghafian, B., Golian, S., Moramarco, T. and Shamsai, A. 2012. Derivation of Travel Time Based on Diffusive Wave Approximation for the Time-Area Hydrograph Simulation. *Journal of Hydrologic Engineering*. 17 (1): 85–91.
- Zakeri Niri, M., Saghafian, B. and Golian, S. 2016. Analytical Derivation of Overland Travel Time Based on Diffusive Wave Solution. *Journal of Hydrologic Engineering*. 21 (2): 04015065.
- Zeraatkar, Z. 2016. Simulation of Birjand Urban Flood Using HEC-RAS and ARC-GIS. *Watershed Management Research Journal*. 29 (3): 41–56.
- assessing the potential impact of urban development on urban runoff and the relative efficiency of runoff control alternatives. *Mass Inst Technol, Dep Civ Eng, Ralph M. Parsons Lab Water Res Hydrody*.
- Liang, J. 2010. Evaluation of Runoff Response to Moving Rainstorms. A Dissertation submitted to the Faculty of the Graduate School, Marquette University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy.
- Liang, J. and Melching, C. S. 2012. Comparison of Computed and Experimentally Assessed Times of Concentration for a V-Shaped Laboratory Watershed. *Journal of Hydrologic Engineering*. 17 (12): 1389–1396.
- Liang, J. and Melching, C. S. 2015. Experimental evaluation of the effect of storm movement on peak discharge. *International Journal of Sediment Research*. 30 (2): 166–177.
- Luo, C. 2021. Comparing Five Kinematic Wave Schemes for Open-Channel Routing for Wide-Tooth-Comb-Wave Hydrograph. *Journal of Hydrologic Engineering*. 26 (4): 1-9.
- Maidment, D. R. 1993. Developing a spatially distributed unit hydrograph by using GIS. *Proc. of HydroGIS*. IAHS Publication, Wallingford, No. 211. 181-192.
- Melesse, A. M. and Graham, W. D. 2004. Storm Runoff Prediction Based on a Spatially Distributed Travel Time Method Utilizing Remote Sensing and GIS. *Journal of the American Water Resources Association*. 40 (4): 863–879.
- Melesse, A. M., Graham, W. D. and Jordan, J. D. 2003. Spatially distributed watershed mapping and modeling: GIS-based storm runoff response and hydrograph analysis: part 2', *Journal of Spatial Hydrology*. 3 (2): 1–28.
- Mohammadi Hashemi, M., Saghafian, B., Zakeri Niri, M. and Najarchi, M. 2022. Applicability of Rainfall-Runoff Models in Two Simplified Watersheds. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*. 46: 3295–3306.
- Sabzevari, T., Ardakanian, R., Shamsaee, A. and Talebi, A. 2009. Estimation of flood hydrograph in no statistical watersheds using HEC-HMS model and GIS (Case study: Kasilian watershed). *Journal of Water Engineering*. 4: 1–11.
- Sabzevari, T., Noroozpour, S. and Pishvaei, M. H. 2015. Effects of geometry on runoff time characteristics

Extracting Hydrological Response Using Numerical and Analytical Solution of Kinematic Wave based on Physical Model Data

M. Mohammadi Hashemi¹, B. Saghafian^{*2}, M. Zakeri Niri³, M. Najarchi⁴

Received: Oct.19, 2022

Accepted: Mar.13, 2023

Abstract

Hydrological response is one of the most important issues in watershed studies. Various researches have been performed in order to determine the hydrological response, including the kinematic wave model, and the results indicate the advantages and disadvantages of the models. In this paper, the numerical and analytical methods of solving the kinematic wave equation were investigated and the results were evaluated in a laboratory watershed. So, the finite difference method was used in the framework of HEC-HMS software, and to evaluate the analytical method, by the kinematic wave equation and using GIS software, the flow routing in the laboratory watershed were investigated. The results of the two mentioned methods were placed next to the results of the time-area method in the HEC-1 model, and finally the results of these three methods were compared with the observational results of the rainfall-runoff events in the laboratory watershed. The error of the kinematic wave analytical model, the kinematic wave numerical model and the HEC-1 model in determining the maximum flow rate, according to the relative error index, was about one percent. Also, according to Nash-Sutcliffe index, the kinematic wave analytical model had the best performance with a value of 0.926 and the numerical solution of the kinematic wave with a value of 0.838 was weak compared to the other two models in derivation of the hydrograph. However, the regression index of the HEC-1 model was 0.944 and analytical method with a value of 0.932 ranked second, and the numerical model of the kinematic wave with a value of 0.899 was ranked third.

Keywords: Analytical solution, Hydrological response, Kinematic wave, Numerical solution, V-shaped watershed

1-PhD Student, Department of Civil Engineering, Arak Branch, Islamic Azad University, Arak, Iran

2- Professor, Department of Civil Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

3- Associate Professor, Department of Civil Engineering, Islamshahr Branch, Islamic Azad University, Islamshahr, Iran

4- Associate Professor, Department of Civil Engineering, Arak Branch, Islamic Azad University, Arak, Iran

(*- Corresponding author), Email: b.saghafian@gmail.com