

مقاله علمی-پژوهشی

ارزیابی توابع غیرخطی رشد در توصیف شاخص سطح برگ

ایمان حاجی‌راد^۱، خالد احمدآلی^{۲*}، عبدالمجید لیاقت^۳

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۲/۲۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۱/۲۵

چکیده

شاخص سطح برگ (LAI) یکی از مهم‌ترین پارامترها در مطالعات رشد گیاه است که رابطه مستقیمی با میزان جذب نور، فتوسنتز، شاخص‌های فیزیولوژیکی گیاه، عملکرد و غیره دارد و کمی‌سازی آن بر اساس عوامل زودیاقت امری مهم تلقی می‌شود. در این مطالعه، از توابع مختلف رشد نظیر گومپرتز، گوسین، پلی‌نومیال و لجستیک برای مدل‌سازی شاخص سطح برگ ذرت علوفه‌ای (به‌عنوان متغیر وابسته) بر اساس درجه-روز-رشد (به‌عنوان متغیر مستقل) استفاده شد. تیمارهای مورد مطالعه شامل دو مدیریت آبیاری پالسی و آبیاری پیوسته، هر کدام در سه سطح MAD برابر ۱۰۰، ۸۰ و ۶۰ درصد بود که به‌صورت طرح بلوک‌های کامل تصادفی اعمال گردید. نتایج نشان داد که بر اساس فراسنجه‌های R^2 ، NRMSE و EF، هر چهار مدل مورد استفاده، در برآورد شاخص سطح برگ در طول دوره رشد، از صحت و دقت بالایی برخوردار بودند. از میان چهار مدل مورد بررسی، مدل لجستیک در بین مدیریت‌ها و سطوح مختلف آبیاری، بهترین نتیجه را از خود نشان داد. همچنین این مدل، در بین هر دو تیمار آبیاری پیوسته و پالسی، در MAD برابر ۱۰۰ درصد، بالاترین کارایی را داشت. نتایج این مطالعه می‌تواند پایه و اساسی جهت پایش رشد محصول و ارزیابی مدیریت‌های مختلف در زنجیره آب، خاک و گیاه و نهایتاً ابزاری مفید برای مدیریت و برنامه‌ریزی جهت نیل به‌امنیت غذایی باشد.

واژه‌های کلیدی: آبیاری کامل، ذرت علوفه‌ای، کم‌آبیاری، مدل‌سازی گیاه، مدل لجستیک

مقدمه

(et al., 2021). به‌عبارتی در بیشتر مدل‌هایی که برای شبیه‌سازی رشد و عملکرد محصول، عواملی نظیر پیچیدگی، دشواری در درک و نیز کمبود داده‌های ورودی سبب شده که کمتر مورد استفاده قرار گیرند. برای حل این مشکل مدل‌های ساده رشد گیاه توسط پژوهشگران ارائه شده است تا پیچیدگی و داده‌های ورودی را کاهش دهند، که به‌عنوان نمونه می‌توان به‌مدلسازی محصولاتی نظیر لوبیا (Sepaskhah et al., 2006)، برنج (Yu et al., 2002)؛ (Pirmoradian and Sepaskhah, 2006) و ذرت (Lizaso et al., 2003) اشاره نمود. مدل‌های مورد استفاده جهت پیش‌بینی رشد گیاهان، به‌طور کلی از نوع توابع رگرسیونی غیرخطی همانند گومپرتز^۴، ریچاردز^۵ و لجستیک^۶ می‌باشند (Knížetová et al., 1985; Nahashon et al., 2006) که براساس توانایی هر یک در پیش‌بینی رشد و همچنین تعداد شاخص‌های مدل به دو گروه کلی تقسیم می‌شوند که عبارتند از: الف) توابعی که حرکت سیگموئیدی آرام داشته، نقطه عطف آن‌ها ثابت و به‌صورت درصدی از وزن نهایی بیان می‌شوند

رشد گیاه پیچیده و شامل فرآیندهای زیادی می‌باشد که درک آن برای به‌حداکثر رساندن پتانسیل محصول امری ضروری تلقی می‌شود. از طرفی استفاده از مدل‌سازی، یک ابزار ضروری برای توصیف رشد و نمو گیاه به‌حساب می‌آید، که علاوه بر این، می‌تواند استراتژی‌هایی مدیریتی را برای تدوین الگوی کشت در آینده ارائه نماید (Meade et al., 2013; Mello et al., 2023). در این راستا، انواع مختلفی از مدل‌ها وجود دارد، از مدل‌های بسیار ساده که بر پایه یک معادله استوار هستند تا مدل‌های بسیار پیشرفته که معادلات زیادی را شامل می‌شوند (Hoogenboom, 2000). با این حال، یکی از مشکلاتی که کاربران مدل‌ها با آن مواجه هستند، سختی تهیه داده‌های ورودی مورد نیاز آن‌ها است (Hunt and Boote, 1998; Wu)

- ۱- دانشجوی دکتری گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشکده‌گان کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران، کرج، ایران
 - ۲- استادیار، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشکده‌گان کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران، کرج، ایران
 - ۳- استاد، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشکده‌گان کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران، کرج، ایران
- *- نویسنده مسئول:
(Email: khahmadauli@ut.ac.ir)

- 4- Gompertz
- 5- Richards
- 6- Logistic

مدل لجستیک تحت رژیم‌های مختلف آبیاری و مقادیر مختلف نیروژن مورد بررسی قرار دادند. نتایج حاکی از آن بود که مدل لجستیک میزان تولید ماده خشک اندام‌های هوایی و عملکرد دانه محصول گندم را به خوبی شبیه‌سازی کرد (Mahbob et al., 2014). همچنین کمالی و زند پارسا از مدل لجستیک برای تخمین عملکرد چغندر قند تحت شرایط مختلف آبی و نیتروژن استفاده کردند. نتایج این پژوهش نشان داد که مدل لجستیک قابلیت خوبی در تخمین عملکرد محصول چغندر قند دارد (Kamali and Zand-Parsa, 2017). در مطالعه دیگر، آندرسون و همکاران با ارزیابی مدل‌های غیرخطی رشد بر روی سه رقم آفتابگردان در طی سه فصل زراعی، دریافتند که مدل لجستیک در شبیه‌سازی مراحل مختلف رشد از دقت بالایی برخوردار است (Anderson et al., 2023).

برای تولید ذرت، ارتفاع بوته، شاخص سطح برگ^۴ (LAI) و ماده خشک از جمله شاخص‌های مهم وضعیت رشد به حساب می‌آیند و مقادیر آن‌ها ارتباط نزدیکی با تولید ماده خشک دارد. در شرایط تنش آبی، نرخ رشد برگ در گیاه کاهش می‌یابد (Lecoeur and Guilioni, 1998; Mello et al., 2023). بنابراین، تجزیه و تحلیل ویژگی‌های تغییرات شاخص‌های رشد ذرت و ارائه مدل‌های ریاضی در شرایط کم‌آبیاری می‌تواند مبنایی نظری مناسبی برای بررسی مصرف آب و پیش‌بینی عملکرد آن و نهایتاً مدیریت صحیح منابع آب و خاک فراهم سازد. اندازه‌گیری سطح برگ امری پرهزینه و زمان‌بر است و نیاز به ادوات خاص خود دارد. لذا ارائه مدلی که بتواند این شاخص را در هر لحظه و هر بازه زمانی دلخواه از دوره‌ی رشد با دقت بالا برآورد کند، ابزاری مفید باشد. این مطالعه با هدف مدل‌سازی ریاضی شاخص سطح برگ محصول ذرت علوفه‌ای با استفاده از متغیر مستقل زمان و درجه-روز-رشد در طول دوره رشد انجام گرفت. از طرفی، مدل‌سازی شاخص سطح برگ به‌درک بهتر فرآیندهای توسعه سطح برگ، پیری و نقش شاخص سطح برگ در کنترل سازگاری گیاه با تغییرات محیطی و نهایتاً برآورد عملکرد می‌تواند کمک شایانی کند و در مدیریت آب در مزرعه ابزار مفیدی باشد.

مواد و روش‌ها

این آزمایش در زمینی به مساحت ۱۳۰۰ مترمربع در منطقه پیشوای ورامین در سال ۱۳۹۸ انجام شد. تیمارهای مورد بررسی شامل دو مدیریت آبیاری پالسی^۵ (P) و آبیاری پیوسته^۶ (C) به‌عنوان فاکتور اصلی، هر کدام در سه سطح MAD برابر ۱۰۰، ۸۰ و ۶۰

(گومپرتز و لجستیک) و (ب) توابعی که دارای حرکت سیگموئیدی پیوسته بوده، نقطه عطف آن‌ها متغیر بوده و می‌تواند در هر جایی از شروع تا پایان منحنی رشد رخ دهد (Rogers et al., 1987; Guo et al., 2023). مدل‌های ریاضی ساده مانند معادلات لجستیک، ریچاردز، گومپرتز و ویبول^۱ اغلب برای نشان دادن پویایی رشد ارتفاع، جمعیت، گسترش بیماری، مساحت برگ و تجمع بیوماس گیاه استفاده می‌شوند (Arazi; Berger, 1981; Yu et al., 2002; Kage and Stutzel 1999; et al., 1993; Sepaskhah et al., 2011; Lizaso et al., 2003). مدل لجستیک می‌تواند در شبیه‌سازی روند رشد محصولات کشاورزی استفاده شود (کمالی و همکاران، ۱۴۰۰). به این صورت که این مدل‌ها برای پیش‌بینی پارامترهای رشد وابسته (ارتفاع، جمعیت، پیشرفت بیماری، مساحت برگ و تجمع بیوماس گیاه) با توجه به روزهای پس از کاشت^۲ (DAP) استفاده می‌شوند. مدل‌های لجستیک که بر اساس روزهای پس از کاشت در یک منطقه خاص و شرایط آب و هوایی معین استوار هستند، ممکن است در مناطق با شرایط آب و هوایی و تاریخ کاشت متفاوت، قابلیت پیش‌بینی قابل قبولی از خود نشان ندهند. بنابراین برای حل این مشکل، مدل‌های لجستیک باید بر اساس واحدهای حرارتی تجمعی^۳ (GDD) به جای DAP مورد استفاده قرار گیرند.

برخی پژوهشگران مدل‌های ساده‌تری ارائه نموده‌اند که نیاز به اطلاعات ورودی کمتری دارد. به‌طور مثال نتایج مطالعه‌ای که توسط سپاسخواه و همکاران در زمینه بررسی تأثیر آب و نیتروژن بر پویایی رشد مدل لجستیک برای ذرت انجام شد، نشان داد که ضرایب مدل لجستیک تحت تأثیر ورودی‌های زراعی قرار می‌گیرند و همچنین آن‌ها این ضرایب را به‌عنوان یک تابع از آبیاری و نرخ کاربرد نیتروژن ارائه دادند (Sepaskhah et al., 2011). ژیانگ‌ژیانگ و همکاران معادله‌ای با الگوی مدل لجستیک برای محاسبه شاخص سطح برگ و زیست‌توده هوایی محصول گندم زمستانه با استفاده از ارتفاع گیاه برای سطوح مختلف آبیاری ارائه کردند که نتایج حاکی از دقت قابل قبول این مدل بود (Xiangxiang et al., 2014). رفیعی و مهبود از مدل لجستیک برای برآورد مقدار ماده خشک بادمجان تحت شرایط گلخانه‌ای و مزرعه‌ای و سطوح مختلف شوری آب آبیاری و تنش آبی استفاده کرد. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که مدل لجستیک قابلیت خوبی در پیش‌بینی میزان محصول تولیدی و ماده خشک بادمجان دارد (Rafiee and Mahbod, 2020). در مطالعه‌ای دیگر مهبود و همکاران برآورد عملکرد و ماده خشک گندم زمستانه را با استفاده از

4- Leaf Area Index

5- Pulse Irrigation

6- Continuous Irrigation

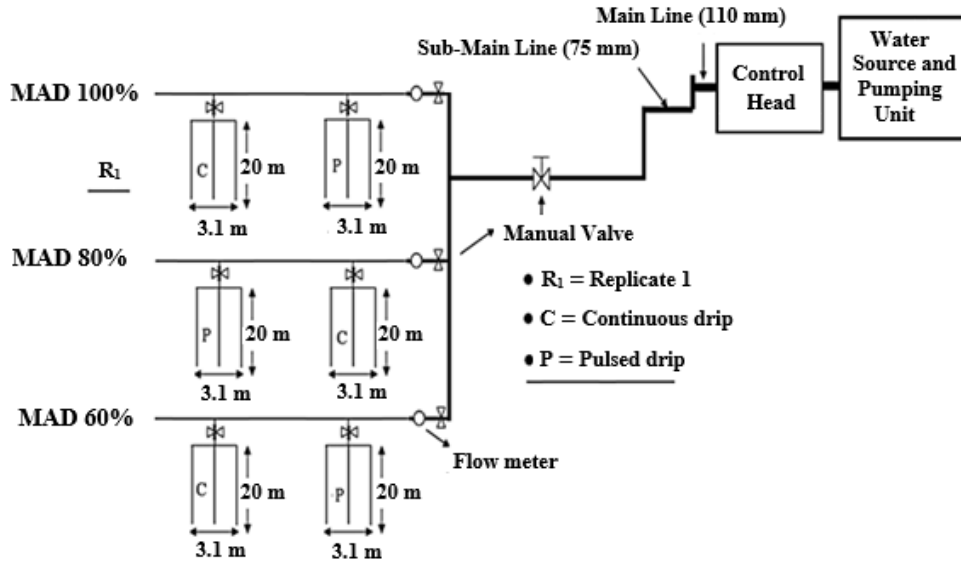
1- Weibull

2- Day After Planting

3- Effective accumulated temperature

عنوان حاشیه در نظر گرفته شد و داده‌های مورد نیاز از خط میانی برداشت شد. طول خطوط کشت ۲۰ متر بود. مشخصات فیزیکی خاک محل مورد آزمایش در جدول (۱) ارائه شده است.

درصد به صورت طرح بلوک‌های کامل تصادفی انجام شد. در شکل (۱) آرایش تیمارهای مورد بررسی نشان داده شده است. هر تیمار شامل سه خط دو ردیفه کشت بود که دو خط کناری به-



شکل ۱. شماتیک تیمارهای مورد مطالعه

جدول ۱- خصوصیات فیزیکی خاک محل مورد مطالعه

پارامترها	اعماق خاک (سانتی‌متر)		
	۰-۳۰	۳۰-۶۰	۶۰-۱۰۰
نقطه پژمردگی دائم (درصد حجمی)	۱۳/۷	۱۷/۵	۱۵/۳
ظرفیت زراعی (درصد حجمی)	۳۶	۳۱	۳۴
چگالی ظاهری (گرم برسانتی‌متر مکعب)	۱/۴۹	۱/۵۱	۱/۵۱
بافت خاک	لوم	لوم	لوم
رس (%)	۲۷	۲۳	۲۶
سیلت (%)	۳۵	۴۱	۳۹
شن (%)	۳۸	۳۶	۳۵

رطوبت خاک توسط دستگاه پروفایل پروب^۱ مدل PR2/6 انجام شد. برنامه‌ریزی آبیاری با توجه به مقادیر MAD برابر ۱۰۰، ۸۰ و ۶۰ درصد تنظیم شد و عمق آب آبیاری با توجه به پایش رطوبت با دستگاه پروفایل پروب و با استفاده از رابطه (۱) محاسبه و اعمال گردید (حاجی‌راد و همکاران، ۱۴۰۰؛ Mohammadi et al., 2023).

$$d_n = MAD \times (\theta_{FC} - \theta_i) \times D_{RZ} \quad (1)$$

در رابطه بالا d_n عمق خالص آبیاری (میلی‌متر)، θ_{FC} رطوبت وزنی خاک در حد ظرفیت زراعی (درصد)، θ_i رطوبت وزنی خاک قبل از آبیاری (درصد) و D_{RZ} عمق توسعه ریشه (میلی‌متر) است. لازم به

جدول ۲- معرفی تیمارهای آبیاری پژوهش انجام شده

نوع مدیریت آبیاری		سطح آب اعمال شده
پالسی	پیوسته	
CW _۱	PW _۱	آبیاری کامل (۱۰۰٪)
CW _۲	PW _۲	کم آبیاری (۸۰٪)
CW _۳	PW _۳	کم آبیاری (۶۰٪)

آبیاری گیاه به روش آبیاری موضعی نواری انجام شد که در آن دبی گسیلنده‌ها ۰/۷ لیتر در ساعت و فاصله آن‌ها از هم ۲۰ سانتی‌متر بود. نوارهای تیپ در فاصله بین دو ردیف کشت قرار گرفت. دور آبیاری برای همه تیمارها دو روز در نظر گرفته شد. اندازه‌گیری

GDD همبستگی بیشتری با رشد و نمو گیاه از خود نشان داده است (Tollenaar et al., 1979; Coelho and Dale, 1980; Kiniry and Keener, 1982). دمای تجمعی مورد نیاز یک محصول اساساً در طول کل دوره رشد پایدار است، اگرچه مکان و دوره رشد متفاوت است. بنابراین دمای تجمعی می‌تواند تفاوت‌های مربوط به سال و مکان رشد محصول را کاهش دهد (Russelle et al., 1984). GDD با کم کردن دمای پایه از میانگین دمای هوا به صورت زیر محاسبه می‌شود (McMaster and Wilhelm, 1997):

$$GDD = \sum_{i=1}^n \left(\frac{T_{max_i} - T_{min_i}}{2} - T_b \right) \quad (2)$$

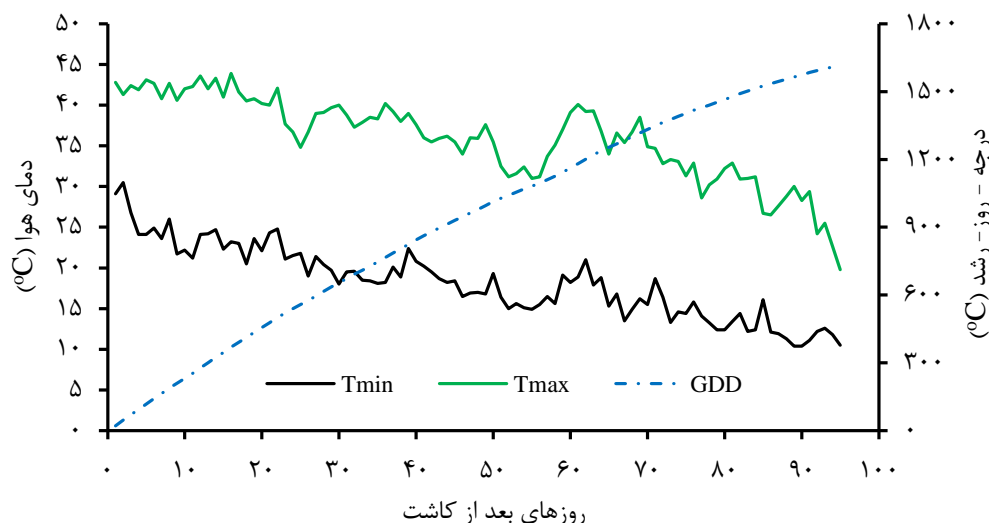
که در آن T_{max} ، T_{min} و T_b به ترتیب بیانگر دمای بیشینه، کمینه و دمای پایه است. دمای پایه برای گیاه ذرت برابر 10°C می‌باشد (Guo et al., 2023). در شکل ۲، GDD محاسبه شده و میانگین دمای ارائه شده است.

ذکر است که آبیاری کلیه تیمارها هم‌زمان انجام شد. در جدول (۲) تیمارهای مختلف آبیاری در این پژوهش آورده شده است.

لازم به ذکر است که در طی مراحل انجام پژوهش، هیچ بارندگی رخ نداد. در آبیاری با مدیریت پیوسته، آب به صورت مداوم، اما در آبیاری با مدیریت پالسی، عمق آبیاری محاسبه شده به سه بخش مساوی تقسیم و در طی سه مرحله با مدت زمان روشن و خاموش بودن یکسان در اختیار گیاه قرار گرفت.

توصیف مدل‌های رشد

مطالعات مختلف حاکی از سودمندی درجه-روز-رشد (GDD) به عنوان یک متغیر مستقل برای پیش‌بینی رشد و توسعه گیاه، طبقه‌بندی گونه‌های گیاهی، هیبریدها و وارته‌ها، یا ارزیابی اقلیم برای ترکیب‌های مدیریت خاص گیاه نشان داده‌اند (Blackman, 1919; Cross and Zuber, 1972; Tscheschke and Gilley, 1979). تحقیقات مختلف نشان داد که در مقایسه با زمان تجمعی،



شکل ۲- نمودار دما و درجه-روز-رشد ذرت علوفه‌ای در طول فصل رشد

بازنویسی می‌شود:

$$LAI(GDD) = \frac{A}{1 + e^{B+C \times GDD}} \quad (3)$$

که در آن: LAI بیانگر شاخص سطح برگ، GDD درجه-روز-رشد، A ، B و C پارامترهای معادله می‌باشند.

مدل گوسین یک تابع زنگوله‌ای متقارن سه پارامتری است و به کرات برای مدل‌سازی استفاده شده است (حاجی‌راد و همکاران، ۱۴۰۲; Jonsson and Eklundh, 2002):

$$LAI(GDD) = A e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{GDD-B}{C} \right)^2} \quad (4)$$

که در آن: پارامتر A تعیین‌کننده مقدار حداکثر منحنی که در اینجا

لذا در این پژوهش برای کمی‌سازی شاخص سطح برگ با توجه به متغیر مستقل درجه-روز-رشد، از مدل‌های پرکاربرد نظیر گومپرتز، گوسین، پلی‌نومیال و لجستیک استفاده شد و معادلات مدل‌های ذکر شده در زیر آورده شده است.

مدل لجستیک اولین بار توسط زیست‌شناس و ریاضیدان هلندی به نام ورهولست^۱ معرفی شد. این مدل برای توصیف رشد جمعیت (Coleman, 1981) و رشد محصول استفاده می‌شود و از طرفی به-عنوان منحنی رشد نیز شناخته می‌شود (Loss et al., 1989). بنابراین، مدل لجستیک را بر اساس دمای تجمعی مؤثر، به شرح زیر

1. Verhulst

$NRMSE < 20$ دقت مدل قابل قبول و اگر $NRMSE > 30$ دقت مدل ضعیف می‌باشد. محدوده شاخص EF از منفی بی‌نهایت تا یک می‌باشد. اگر EF برابر یک باشد، نشان‌دهنده تطابق کامل داده‌های پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده است و اگر این شاخص در محدوده ۰ تا ۱ قرار داشته باشد، نشان‌دهنده این است که دقت مدل قابل قبول است و اگر این شاخص کوچک‌تر از صفر باشد، بیانگر این است که هیچ تطابقی بین داده‌های پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده وجود ندارد. همچنین مقدار منفی این ضریب دلالت بر آن دارد که میانگین مقادیر اندازه‌گیری شده، تخمین بهتری را نسبت به مقادیر پیش‌بینی شده ارائه می‌دهند (Guo et al., 2023).

نتایج و بحث

در شکل (۳) تغییرات شاخص سطح برگ در طول دوره رشد محصول ذرت علوفه‌ای تحت دو مدیریت آبیاری پیوسته و پالسی برای سه سطح آبیاری (۶۰، ۸۰ و ۱۰۰ درصد تأمین نیاز آبیاری) نشان داده شده است.

با توجه به شکل (۳) ملاحظه می‌گردد که تغییرات شاخص سطح برگ برای هر دو تیمار آبیاری پیوسته و پالسی از روند نسبتاً یکسانی پیروی می‌کنند به این صورت که با افزایش درجه-روز-رشد تا نقطه معینی، مقدار شاخص سطح برگ افزایش پیدا کرده و از آن نقطه به بعد این شاخص سطح برگ، با شیب کمتری نسبت به شاخه بالارونده آن، روندی نزولی پیدا می‌کند. شاخص سطح برگ در مراحل گل‌دهی و پر شدن دانه به‌حداکثر مقدار خود رسید ($GDD > 1000$). با مقایسه شاخص سطح برگ در سطوح مختلف آبیاری ملاحظه می‌گردد که در هر دو مدیریت آبیاری پیوسته و پالسی، این شاخص در آبیاری ۱۰۰ درصد بیشتر از آبیاری ۸۰ درصد و آن هم بیشتر از آبیاری ۶۰ درصد است.

نتیجه مدل‌سازی شاخص سطح برگ نسبت به درجه-روز-رشد (GDD) برای گیاه ذرت علوفه‌ای تحت دو مدیریت آبیاری پیوسته و پالسی در سه سطح آبیاری کامل، کم آبیاری (در سطح ۸۰ و ۶۰ درصد تأمین نیاز آبی گیاه) در جدول (۳) آورده شده است.

با توجه به جدول (۳) و استناد به شاخص‌های آماری مورد استفاده، ملاحظه می‌گردد که عملکرد همه مدل‌ها در برآورد شاخص سطح برگ در سطح مطلوبی قرار داشته و نتایج آن‌ها از دقت بالایی برخوردار می‌باشند، به‌گونه‌ای که مقادیر R^2 ، $NRMSE$ و EF در همه مدل‌ها، برای تیمار CW_1 به‌ترتیب بین ۰/۸۶۲۱ تا ۰/۹۶۸۶، ۰/۲۰۷۲ تا ۰/۸۰۰۴ و ۱۲/۸۰۸۸ تا ۰/۶۰۶۵، برای تیمار CW_2 به‌ترتیب بین ۰/۹۵۱۴ تا ۰/۱۲۲۷، ۰/۲۸۳۲ تا ۰/۴۳۳۵ و ۰/۹۵۱۴ تا ۰/۱۲۱۱، برای تیمار CW_3 به‌ترتیب بین ۰/۸۶۲۹ تا ۰/۹۷۱۱، ۰/۲۷۶۰ تا ۰/۶۵۵۷ و ۰/۹۵۱۷، برای تیمار PW_1 به‌ترتیب بین

مصادف با حداکثر شاخص سطح برگ است، B معادل زمانی است که پیک منحنی در آن اتفاق می‌افتد و C (انحراف معیار) تعیین‌کننده‌ی میزان کشیدگی یا پهن‌شدگی زنگوله است.

مدل گومپرتز در ابتدا برای بررسی نرخ مرگ و میر در جوامع انسانی مورد استفاده قرار گرفته است. پس از آن اشکال مختلف این رابطه در انواع کاربری‌های کشاورزی همانند بررسی میزان جوانه‌زنی بذر و سرعت رشد و نمو گیاه استفاده شده است (Steppuhn, et al., 2005).

$$LAI(GDD) = A \times e^{(-e^{-B(GDD-C)})} \quad (5)$$

که در آن: A حداکثر شاخص سطح برگ، B ضریب نشان‌دهنده نرخ افزایش شاخص سطح برگ در C ، C زمانی بیانگر زمانی است که سرعت رشد محصول به حداکثر مقدار خود می‌رسد. طبق مدل گومپرتز، در زمان C مقدار سرعت رشد محصول برابر با مقدار ضریب B است (Gompertz, 1825; Yin et al., 2003; Meade et al., 2013).

آخرین مدلی که استفاده شد، مدل چهار پارامتری پلی‌نومیال مرتبه سه است که فرم کلی آن به صورت زیر تعریف می‌شود (حاجی-راد و همکاران، ۱۴۰۲؛ Abramowitz et al., 1988):

$$LAI(GDD) = a_0 + a_1(GDD) + a_2(GDD)^2 + a_3(GDD)^3 \quad (6)$$

که در آن a_0 ، a_1 ، a_2 و a_3 پارامترهای معادله می‌باشند که باید بهینه گردند. برازش مدل‌های مورد استفاده بر داده‌های شاخص سطح برگ گیاه ذرت علوفه‌ای و درجه-روز-رشد، با کدنویسی در محیط MATLAB انجام شد.

معیارهای ارزیابی

به‌منظور ارزیابی مدل‌های مورد استفاده، از شاخص‌های ضریب تعیین (R^2)، ریشه میانگین مربعات خطا نرمال شده ($NRMSE$) و کارایی مدل (EF) استفاده شد (Homaei et al., 2002; Shiri et al., 2014; Guo et al., 2023):

$$NRMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{n \bar{O}}} \quad (7)$$

$$R^2 = \frac{[\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})(P_i - \bar{P})]^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2 \times \sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2} \quad (8)$$

$$EF = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2 - \sum_{i=1}^n (P_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2} \quad (9)$$

که در آن، O_i مقادیر مشاهداتی، P_i مقادیر پیش‌بینی شده، \bar{O} میانگین مقادیر مشاهداتی، \bar{P} میانگین مقادیر پیش‌بینی شده و n تعداد داده‌ها می‌باشند. شاخص $NRMSE$ بیانگر ریشه مربعات خطای نرمال شده است، به‌طوری که اگر $NRMSE < 10$ دقت مدل عالی، اگر $20 < NRMSE < 30$ دقت مدل خوب، اگر $30 < NRMSE$

۰/۸۹۹۷ تا ۰/۹۶۳۴، ۰/۱۷۹۲ تا ۰/۲۹۹۸ و ۰/۷۰۶۴ تا ۰/۹۶۳۰، ۰/۶۰۹۷ تا ۰/۹۹۰۵، ۰/۱۰۳۸ تا ۰/۳۲۱۰ و ۰/۷۲۳ تا ۰/۹۵۹۴ متغیر برای تیمار PW_2 به ترتیب بین ۰/۸۵۲۶ تا ۰/۹۷۲۶، ۰/۱۳۲۲ تا ۰/۲۸۹۳ و ۰/۵۷۸۰ تا ۰/۹۴۶۲ و برای تیمار PW_3 به ترتیب بین ۰/۶۰۹۷ تا ۰/۹۹۰۵، ۰/۱۰۳۸ تا ۰/۳۲۱۰ و ۰/۷۲۳ تا ۰/۹۵۹۴ متغیر است.

جدول ۳- نتایج مدل سازی شاخص سطح برگ ذرت علوفه ای براساس GDD

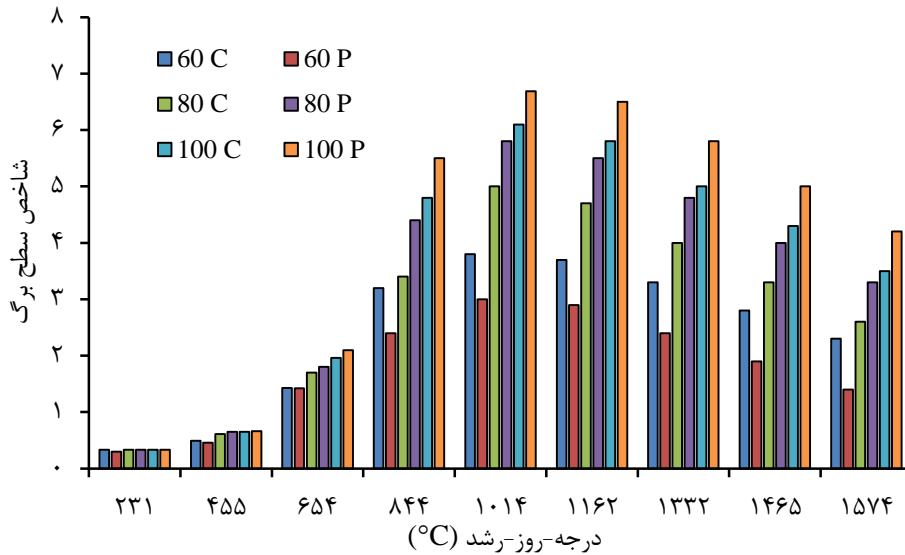
مدل	تیمار	A	B	C	EF	NRMSE	R ²	
<i>Gompertz</i>	CW_1	۴/۹۲۹۰۸	-۰/۰۲۱۸۴	۶۵۰/۴۶۹۴۶	-۰/۶۰۶۵	-۰/۲۰۹۰	۰/۸۶۲۱	
	CW_2	۳/۱۷۴۷۷	-۰/۰۱۳۸۳	۶۴۱/۵۳۸۸۶	-۰/۴۴۳۵	-۰/۲۴۸۶	۰/۸۰۰۴	
	CW_3	۳/۱۸۳۳۳	-۰/۰۱۲۱۹۳	۶۵۲/۳۲۲۵۰	-۰/۶۵۵۷	-۰/۱۹۵۶	۰/۸۶۲۹	
	PW_1	۵/۶۲۸۸۶	-۰/۰۲۲۲۸	۶۵۳/۵۳۶۶۶	-۰/۷۰۶۴	-۰/۱۸۰۶	۰/۸۹۸۳	
	PW_2	۴/۶۵۹۳۹	-۰/۰۱۷۹۵	۶۵۱/۵۳۲۳۵	-۰/۵۷۸۰	-۰/۲۱۶۵	۰/۸۵۲۶	
	PW_3	۲/۲۸۳۶۸	-۰/۰۰۴۰۷	۳۳۸/۸۰۳۴۲	-۰/۰۷۲۳	-۰/۳۲۱۰	۰/۶۰۹۷	
<i>Polynomial</i>	CW_1	a_0	a_1	a_2	a_3	EF	NRMSE	R ²
	CW_2	۰/۹۴۶۴	-۰/۰۰۸۸۵۴	$2/498 \times 10^{-5}$	$-1/176 \times 10^{-8}$	۰/۹۴۱۱	۱۲/۸۰۸۸	۰/۹۴۱۱
	CW_3	۱/۱۵۹	-۰/۰۰۸۶۹۹	$2/189 \times 10^{-5}$	$-1/0.12 \times 10^{-8}$	۰/۹۵۱۴	-۰/۱۲۲۷	۰/۹۵۱۴
	PW_1	۰/۶۰۶۶	-۰/۰۰۴۹۶۱	$1/485 \times 10^{-5}$	$-7/0.7 \times 10^{-9}$	۰/۹۴۷۵	-۰/۱۲۱۱	۰/۹۴۷۵
	PW_2	۱/۰۱۲	-۰/۰۰۹۱۷۷	$2/778 \times 10^{-5}$	$-1/298 \times 10^{-8}$	۰/۹۴۱۳	-۰/۱۸۰۵	۰/۹۴۲۸
	PW_3	۱/۱۲	-۰/۰۰۹۴۱۲	$2/482 \times 10^{-5}$	$-1/154 \times 10^{-8}$	۰/۹۴۴۱	-۰/۱۳۳۲	۰/۹۴۴۳
PW_3	۰/۳۶۲۲	-۰/۰۰۳۰۱۲	$1/0.78 \times 10^{-5}$	$-5/417 \times 10^{-9}$	۰/۹۵۹۴	-۰/۱۰۳۸	۰/۹۵۹۵	
<i>Logistic</i>	CW_1	A	B	C	EF	NRMSE	R ²	
	CW_2	۴/۹۵۷۲۹	۱۱/۵۴۴۷۱	-۰/۰۱۷۱۱	۰/۹۴۹۸	-۰/۲۰۷۲	۰/۸۶۴۵	
	CW_3	۳/۹۰۳۴	۸/۰۷۹۲	-۰/۰۱۲۱۶	۰/۹۲۸۲	-۰/۲۴۲۰	۰/۸۱۰۹	
	PW_1	۳/۲۰۸۸۴	۹/۹۳۴۶۱	-۰/۰۱۵۰۷	۰/۹۵۳۷	-۰/۱۹۲۸	۰/۸۶۶۷	
	PW_2	۵/۶۵۶۱۴	۱۲/۶۱۶۷۷	-۰/۰۱۸۵۶	۰/۹۶۳۰	-۰/۱۷۹۲	۰/۸۹۹۷	
	PW_3	۴/۶۸۷۳۵	۱۰/۵۷۱۰۴	-۰/۰۱۵۵۸	۰/۹۴۶۲	-۰/۲۱۳۷	۰/۸۵۶۳	
<i>Gaussian</i>	CW_1	A	B	C	EF	NRMSE	R ²	
	CW_2	۶/۱۴۷	۱۱۵۰	۵۱۳/۴	۰/۹۲۵۵	-۰/۲۹۱۷	۰/۹۶۸۶	
	CW_3	۴/۹۰۶	۱۱۴۶	۵۰۱/۲	۰/۹۲۸۱	-۰/۲۸۳۲	۰/۹۸۱۴	
	PW_1	۳/۹۱	۱۱۴۹	۵۳۸	۰/۹۳۱۶	-۰/۲۷۶۰	۰/۹۷۱۱	
	PW_2	۶/۹۸	۱۱۶۴	۵۲۳/۶	۰/۹۲۲۵	-۰/۲۹۹۸	۰/۹۶۳۴	
	PW_3	۵/۸۲۲	۱۱۵۲	۵۰۸/۷	۰/۹۲۶۵	-۰/۲۸۹۳	۰/۹۷۲۶	
PW_3	۳/۰۱۳	۱۱۰۵	۵۱۹/۳	۰/۹۲۹۲	-۰/۲۷۶۳	۰/۹۹۰۵		

نتایج بهتری در مقایسه با مدیریت آبیاری پالسی ارائه دهد که این با نتایج Su et al., (2022) همخوانی دارد. نتایج ارزیابی جهت برآورد شاخص سطح برگ در شکل (۴) ارائه شده است. همانطور از شکل (۴) پیداست، بین مقادیر برآورد و اندازه گیری شده در طول فصل رشد مطابقت مناسبی وجود دارد. به طوری که برای هر تیمار در سطوح مختلف آبیاری ارتباط بین مدل ها مشخص می باشد. نتایج نشان داد که مدل رگرسیونی لجستیک می تواند با دقت قابل قبولی شاخص

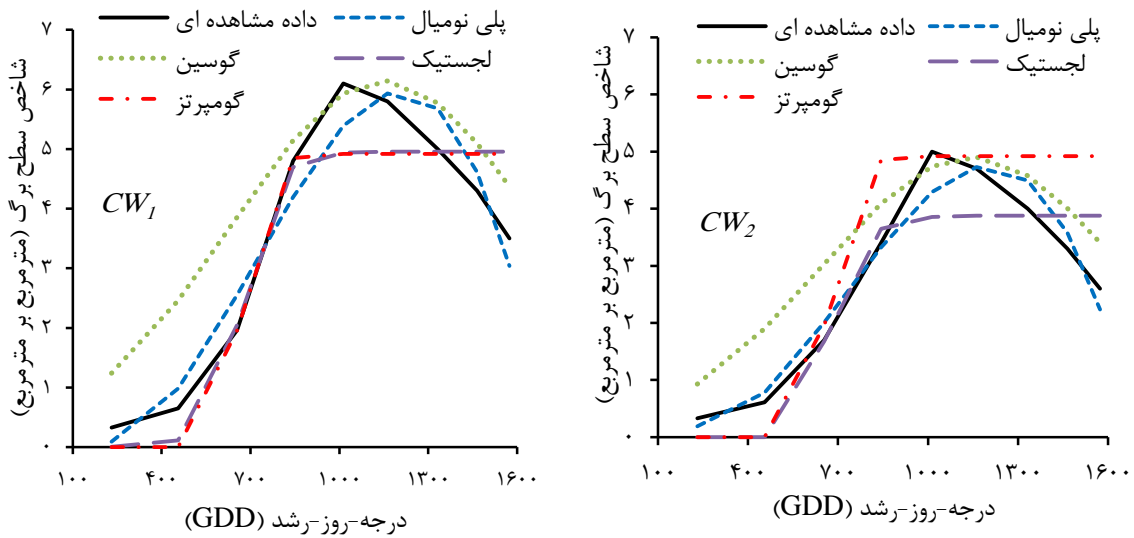
در حالت کلی، می توان بیان نمود که مدل لجستیک در مقایسه با مدل گوسین در هر دو مدیریت آبیاری پیوسته و پالسی در هر سه سطح آبیاری یعنی به ترتیب تیمارهای CW_1 ، CW_2 و CW_3 و PW_1 ، PW_2 و PW_3 عملکرد بهتری در برآورد شاخص سطح برگ دارد هر چند که بین تیمارهای مدیریت آبیاری پالسی و پیوسته اختلاف کمی مشاهده شد. همچنین نتایج نشان داد که در تیمارهای کم آبیاری با کاهش عمق آب آبیاری، مدیریت آبیاری پیوسته می تواند

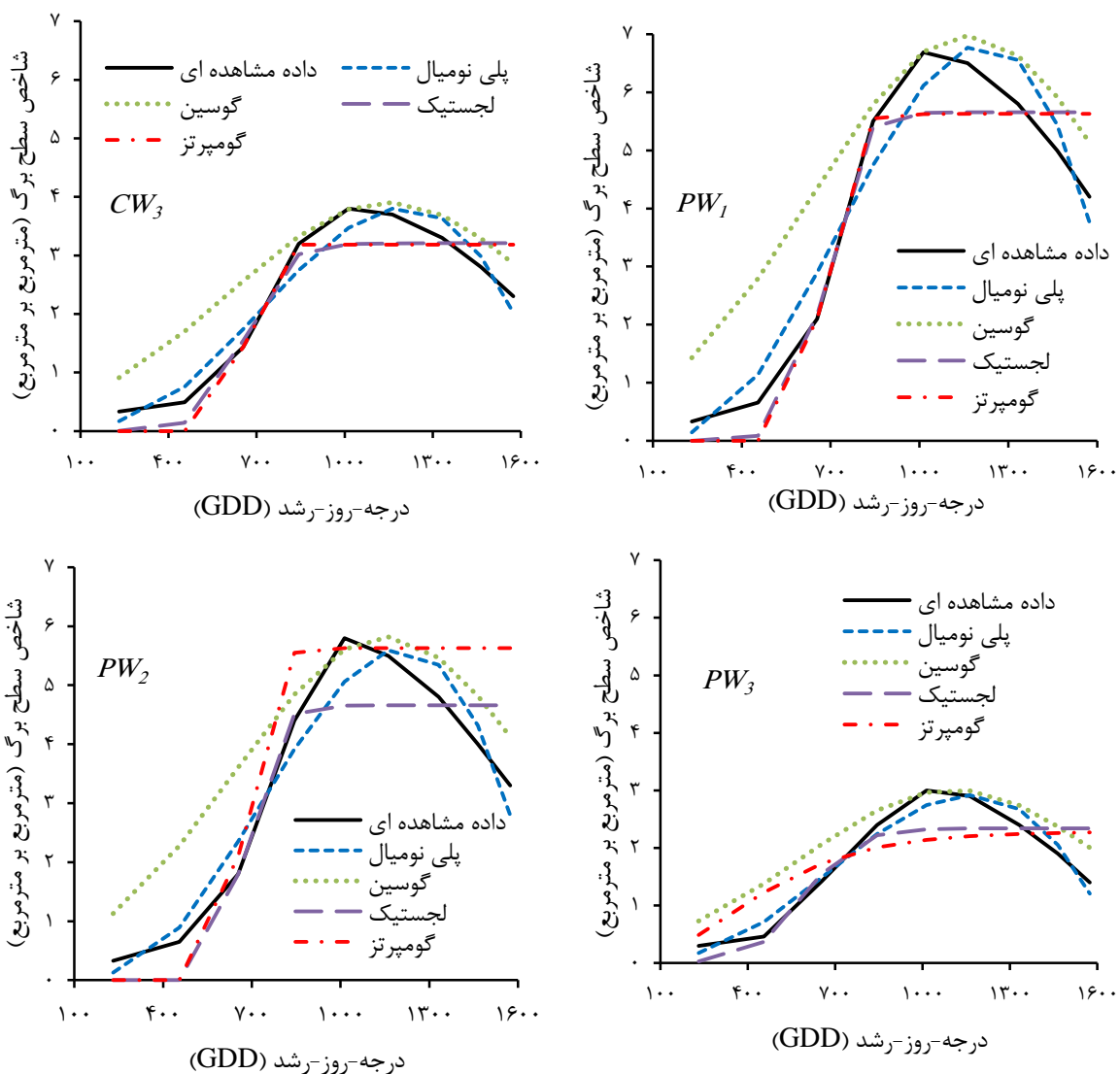
Rafiee and Mahbod, (2020) Hammad et al., (2021) و (2020) Chang et al., از نظر عملکرد مدل لجستیک مطابقت دارد.

سطح برگ را در طول دوره رشد، به خوبی شبیه‌سازی کند که این نتیجه با مطالعات (2023) GUO et al., (2014) Shanani et al., (2023) Mello et al., (2014) Mahbod et al., و (2023) Wu et al., مطابقت دارد.



شکل ۳- تغییرات دینامیکی شاخص سطح برگ در مقابل درجه-روز - رشد برای تیمارهای مختلف آبیاری





شکل ۴- رابطه بین مقادیر پیش‌بینی شده و شبیه‌سازی شده شاخص سطح برگ در سطوح مختلف آبیاری برای مدل‌های مختلف

نتیجه‌گیری

در تولید ذرت علوفه‌ای، ارتفاع بوته و شاخص سطح برگ پارامترهای مهمی می‌باشند که جزو شاخص‌های کمی ساختار گیاه به حساب می‌آیند و منعکس‌کننده شرایط رشد محصول بوده و به‌طور غیرمستقیم بر عملکرد آن تأثیر می‌گذارند. در این پژوهش مدل‌سازی ریاضی شاخص سطح برگ ذرت علوفه‌ای با استفاده از چهار مدل گوسین، لجستیک، پلی‌نومیال و گومپرتز شده در حالت متغیر GDD انجام گرفت. نتایج مدل‌سازی براساس شاخص‌های R^2 ، $NRMSE$ و EF نشان داد که در هر دو مدیریت آبیاری پالسی و پیوسته و در هر سه سطح آبیاری، عملکرد همه مدل‌ها در سطح مطلوبی قرار داشته اما

مدل لجستیک نسبت به سه مدل گوسین، پلی‌نومیال و گومپرتز عملکرد مطلوب‌تری داشته و به‌عنوان مدل پیشنهادی انتخاب شد که با استفاده از آن می‌توان شاخص سطح برگ را در هر زمانی از ابتدای کشت با دقت بالا برآورد نمود. همچنین مشخص شد که بین شاخص سطح برگ و دما رابطه مستقیمی وجود دارد به‌طوری که در مناطقی با دمای بالا، رشد برگ سریع‌تر و در مناطقی با دمای پایین، سرعت رشد برگ کندتر خواهد بود. همچنین هر فرد با داشتن دانش نه‌چندان زیاد در این زمینه، می‌تواند به راحتی و بدون صرف هزینه و زمان اضافی و بدون نیاز به استفاده از روابط پیچیده، شاخص سطح برگ مورد نظر خود را از روابط ارائه شده در این پژوهش تخمین بزند.

منابع

- Hammad, H. M., Abbas, F., Ahmad, A., Bakhat, H. F., Farhad, W., Wilkerson, C. J. and Hoogenboom, G. 2020. Predicting kernel growth of maize under controlled water and nitrogen applications. *International Journal of Plant Production*. 14: 609-620.
- Hocaoğlu, O., & Coşkun, Y. 2018. Evaluation of dry matter accumulation in triticale by different sigmoidal growth models in west anatolia of Turkey. *Genetika*, 50(2): 561-574.
- Homaee, M., Dirksen, C. and Feddes, R. A. 2002 . Simulation of root water uptake: I. Non-uniform transient salinity using different macroscopic reduction functions. *Agricultural water management*. 57(2): 89-109.
- Hoogenboom, G. 2000. Contribution of agrometeorology to the simulation of crop production and its applications. *Agricultural and forest meteorology*. 103(1-2): 137-157.
- Hunt, L. A. and Boote, K. J. 1998. Data for model operation, calibration, and evaluation. *Understanding options for agricultural production*. 9-39.
- Jonsson, P. and Eklundh, L. 2002. Seasonality extraction by function fitting to time-series of satellite sensor data. *IEEE transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 40(8): 1824-1832.
- Kage, H., and Stützel, H. 1999. A simple empirical model for predicting development and dry matter partitioning in cauliflower (*Brassica oleracea* L. botrytis). *Scientia horticultrae*, 80(1-2): 19-38.
- Kamali, H., and Zand-Parsa, S. 2017. Estimation of sugar beet yield and its dry matter partitioning under different irrigation and nitrogen levels. *Modern Applied Science*, 11(1): 141-156.
- Kiniry, J. R., and Keener, M. E. 1982. An Enzyme Kinetic Equation to Estimate Maize Development Rates 1. *Agronomy Journal*, 74(1): 115-119.
- Knížetová, H., Hyánek, J., Hájková, H., Kníže, B. and Šiler, R. 1985. Growth curves of chickens with different type of performance. *Journal of Animal Breeding and Genetics*. 102(1-5): 256-270.
- Lecoeur, J., and Guilioni, L. 1998. Rate of leaf production in response to soil water deficits in field pea. *Field Crops Research*, 57(3): 319-328.
- Lizaso, J. I., Batchelor, W. D. and Westgate, M. E. 2003. A leaf area model to simulate cultivar-specific expansion and senescence of maize leaves. *Field crops research*. 80(1): 1-17.
- Loss, S. P., Kirby, E. J. M., Siddique, K. H. M. and حاجی‌راد، ا.، احمدآلی، خ. و عبدالمجید، ل. ۱۴۰۲. مدل‌سازی ریاضی تبخیر- تعرق محصولات استراتژیک در عرض‌های جغرافیایی مختلف کشور. *تحقیقات منابع آب ایران*. ۱۹(۵): ۵۱-۶۱.
- حاجی‌راد، ا.، میرلطیفی، م.، دهقانی‌سانیچ، ح. و محمدی، س. ۱۴۰۰. تأثیر دو نوع مدیریت آبیاری بر شاخص‌های رشد ذرت علوفه‌ای در اقلیم خشک و نیمه‌خشک. *نشریه آبیاری و زهکشی*. ۱۵(۵): ۱۴۴۴-۱۴۵۸.
- کمالی، ح.، خرمیان، م.، ناصرین، ا. و حسین‌پور، م. ۱۴۰۰. مدل لجستیکی برآورد مقدار محصول چغندر قند پاییزه در استان خوزستان. *چغندر قند*. ۳۷(۱): ۸۷-۹۸.
- Abramowitz, M., Stegun, I. A. and Romer, R. H. 1988. *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*.
- Berger, R. D. 1981. Comparison of the Gompertz and Logistic Equations to Describe Plant Disease Progress. *Phytopathology*. 71(7): 716-719.
- Blackman, V. H. 1919. The compound interest law and plant growth. *Annals of botany*, 33(131): 353-360.
- Chang, H., Cai, J., Zhang, B., Wei, Z. and Xu, D. 2023. Early yield forecasting of maize by combining remote sensing images and field data with logistic models. *Remote Sensing*. 15(4): 1025.
- Coelho, D. T. and Dale, R. F. 1980. An Energy-Crop Growth Variable and Temperature Function for Predicting Corn Growth and Development: Planting to Silking 1. *Agronomy Journal*, 72(3): 503-510.
- Coleman, B. D. 1981. On optimal intrinsic growth rates for populations in periodically changing environments. *Journal of Mathematical Biology*. 12(3): 343-354.
- Cross, H. Z. and Zuber, M. S. 1972. Prediction of flowering dates in maize based on different methods of estimating thermal units 1. *Agronomy Journal*. 64(3): 351-355.
- Gompertz, B. 1825. XXIV. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. In a letter to Francis Baily, Esq. FRS &c. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*. (115): 513-583.
- Guo, Y., Wang, Q. J., Zhang, J. H. and Wei, K. 2023. PREDICTION OF DRY MATTER AND YIELD OF SPRING MAIZE (*ZEA MAYS* L.) IN NORTHWEST CHINA BASED ON LOGISTIC MODEL. *Applied Ecology & Environmental Research*. 21(1).

- under variable seasonal rainfall and planning scenarios for consequent crops in a semi-arid region. *Agricultural water management*. 84(1-2): 113-122.
- Sepaskhah, A. R., Fahandezh-Saadi, S., and Zand-Parsa, S. 2011. Logistic model application for prediction of maize yield under water and nitrogen management. *Agricultural Water Management*. 99(1): 51-57.
- Shabani, A., Sepaskhah, A. R. and Kamgar-Haghighi, A. A. 2014. Estimation of yield and dry matter of rapeseed using logistic model under water salinity and deficit irrigation. *Archives of Agronomy and Soil Science*. 60(7): 951-969.
- Shiri, J., Nazemi, A. H., Sadraddini, A. A., Landaras, G., Kisi, O., Fard, A. F., and Marti, P. 2014. Comparison of heuristic and empirical approaches for estimating reference evapotranspiration from limited inputs in Iran. *Computers and Electronics in Agriculture*. 108: 230-241.
- Steppuhn, H. A. R. O. L. D., Van Genuchten, M. T. and Grieve, C. M. 2005. Root-zone salinity: I. Selecting a product-yield index and response function for crop tolerance. *Crop Science*. 45(1): 209-220.
- Su, L., Tao, W., Sun, Y., Shan, Y. and Wang, Q. 2022. Mathematical Models of Leaf Area Index and Yield for Grapevines Grown in the Turpan Area, Xinjiang, China. *Agronomy*. 12(5): 988.
- Tollenaar, M., Daynard, T. B. and Hunter, R. B. 1979. Effect of temperature on rate of leaf appearance and flowering date in maize 1. *Crop Science*. 19(3): 363-366.
- Tscheschke, P. D., and Gilley, J. R. 1979. Status and verification of Nebraska's corn growth model—CORNGRO. *Transactions of the ASAE*. 22(6): 1329-1337.
- Wang, X. L. 1986. Logistic simulating model on crop dry matter accumulating dynamics. *Agric. Meteorol*, 7: 14-19.
- Wardhani, W. S., and Kusumastuti, P. 2014. Describing the height growth of corn using Logistic and Gompertz model. *AGRIVITA, Journal of Agricultural Science*. 35(3): 237-241.
- Weibull, W. 1951. A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of applied mechanics*.
- Wu, Y., Yan, S., Fan, J., Zhang, F., Xiang, Y., Zheng, J. and Guo, J. 2021. Responses of growth, fruit yield, and quality and water productivity of greenhouse tomato to deficit drip irrigation. *Scientia Horticulturae*. 275: 109710.
- Xiangxiang, W., Quanjiu, W., Jun, F., Lijun, S. and Xinlei, S. 2014. Logistic model analysis of winter wheat growth on China's Loess Plateau. *Canadian Journal of Plant Science*. 94(8): 1471-1479.
- Perry, M. W. 1989. Grain growth and development of old and modern Australian wheats. *Field Crops Research*. 21(2): 131-146.
- Mahbod, M., Sepaskhah, A. R. and Zand-Parsa, S. 2014. Estimation of yield and dry matter of winter wheat using logistic model under different irrigation water regimes and nitrogen application rates. *Archives of Agronomy and Soil Science*. 60(12): 1661-1676.
- McMaster, G. S. and Wilhelm, W. W. 1997. Growing degree-days: one equation, two interpretations. *Agricultural and forest meteorology*. 87(4): 291-300.
- Meade, K. A., Cooper, M. and Beavis, W. D. 2013. Modeling biomass accumulation in maize kernels. *Field Crops Research*. 151: 92-100.
- Mello, A., Toebe, M., Marchioro, V. S., De Souza, R. R., Paraginski, J. A., Somavilla, J. C. and da Rocha Borges, M. E. 2023. Nonlinear Models in the Description of Sunflower Cultivars Growth Considering Heteroscedasticity. *Journal of Plant Growth Regulation*. 42(11): 7215-7228.
- Mohammadi, S., Mirlatifi, S. M., Homae, M., Dehghanisanij, H. and Hajirad, I. 2023. Evaluation of silage maize production under pulsed drip irrigation in a semi-arid region. *Irrigation Science*. 1-15.
- Nahashon, S. N., Aggrey, S. E., Adefope, N. A. and Amenyenu, A. 2006. Modeling growth characteristics of meat-type guinea fowl. *Poultry science*. 85(5): 943-946.
- Pirmoradian, N. and Sepaskhah, A. R. 2006. A very simple model for yield prediction of rice under different water and nitrogen applications. *Biosystems Engineering*. 93(1): 25-34.
- Rafiee, M. R. and Mahbod, M. 2020. Application of logistic model to estimate eggplant yield and dry matter under different levels of salinity and water deficit in greenhouse and outdoor conditions. *Water SA*. 46(3): 419-428.
- Rogers, S. R., Pesti, G. M. and Marks, H. L. 1987. Comparison of three nonlinear regression models for describing broiler growth curves. *Growth*. 51(2): 229-239.
- Russelle, M. P., Wilhelm, W. W., Olson, R. A. and Power, J. F. 1984. Growth analysis based on degree days 1. *Crop science*. 24(1): 28-32.
- Sahoo, U. K., Nath, A. J. and Lalnunpui, K. 2021. Biomass estimation models, biomass storage and ecosystem carbon stock in sweet orange orchards: Implications for land use management. *Acta Ecologica Sinica*. 41(1): 57-63.
- Sepaskhah, A. R., Azizian, A. and Tavakoli, A. R. 2006. Optimal applied water and nitrogen for winter wheat

- rice biomass accumulation by an extended logistic model including influence of meteorological factors. *International Journal of Biometeorology*. 46: 185-191.
- Zand-Parsa, S., Sepaskhah, A. R. and Ronaghi, A. 2006. Development and evaluation of integrated water and nitrogen model for maize. *Agricultural Water Management*. 81(3): 227-256.
- Yin, Xinyou, J. A. N. Goudriaan, Egbert A. Lantinga, J. A. N. Vos, and Huub J. Spiertz. 2003. A flexible sigmoid function of determinate growth. *Annals of botany*. 91: 361-371.
- Yu, Q., Fu, B. P., and Yao, K. M. 1995. A universal growth model on rice LAI. *Agric. Meteorol*, 16: 6-8.
- Yu, Q., Liu, J., Zhang, Y. and Li, J. 2002. Simulation of

Evaluation of Nonlinear Growth Functions in the Description of Leaf Area Index

I. Hajirad¹, K. Ahmadaali^{2*}, A. Liaghat³

Received: Mar.10, 2024

Accepted: Apr.13, 2024

Abstract

Leaf area index (LAI) is one of the most important parameters in plant growth studies, which has a direct relationship with the amount of light absorption, photosynthesis, plant physiological indicators, yield, etc. to be. In this study, different growth functions such as Gompertz, Gaussian, polynomial and logistic were used to model silage maize leaf area index (as a dependent variable) based on growth degree days (as an independent variable). The studied treatments included pulse irrigation and continuous irrigation, each at three levels of MAD equal to 100, 80 and 60%, which were applied as a completely randomized block design. The results showed that based on R^2 , NRMSE and EF parameters, all four used models were highly accurate and precise in estimating the leaf area index during the growth period. Among the four investigated models, the logistic model showed the best result among different irrigation managements and levels. Also, this model had the highest efficiency among both continuous and pulse irrigation treatments, in MAD equal to 100%. The results of this study can be a basis for monitoring crop growth and evaluating different managements in the water, soil and plant chain, and finally a useful tool for management and planning to achieve food security.

Keywords: Crop Modeling, Deficit Irrigation, Full Irrigation, Logistic Model, Silage Maize

1- Ph.D. Candidate, Department of Irrigation and Reclamation Engineering, College of Agricultural and Natural Resources, University of Tehran, Karaj, Iran.

2- Assistant Professor. Department of Irrigation and Reclamation Engineering, College of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Karaj, Iran.

3- Professor. Department of Irrigation and Reclamation Engineering, College of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Karaj, Iran.

(* - Corresponding Author Email: khahmadauli@ut.ac.ir)