

مقاله علمی-پژوهشی

مکانیابی بهینه چاه‌های پمپاژ در آبخوان ساحلی با استفاده از مدل شبیه‌ساز-بهینه‌ساز
(MLPG - MOIPO)

زهرا باعزم^۱، ابوالفضل اکبرپور^{۲*}، مصطفی یعقوب زاده^۳، سید سعید اسلامیان^۴، حسین خزیمه نژاد^۵

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۶/۱۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۹/۱۴

چکیده

پیشروی آب‌شور در آبخوان‌های شیرین یکی از مسائل مهم و چالش‌برانگیز در مدیریت منابع آب است. این فرآیند معمولاً در نتیجه فعالیت‌های انسانی مانند بهره‌برداری بی‌رویه، کاهش سطح آب زیرزمینی و همچنین عوامل طبیعی مانند تغییرات اقلیمی و فرسایش است. در این مطالعه مدل تلفیقی شبیه‌سازی عددی با گسسته سازی روش بدون شبکه پتروو گالرکین، بر اساس مدل بهینه‌سازی چندهدفه‌ی الگوریتم سطوح شیب‌دار ارائه شد. با توجه به دقت بالا، کارایی و صرفه‌جویی زمانی در مدل‌سازی، مدل شبیه‌ساز-بهینه‌ساز MLPG-MOIPO می‌تواند به‌عنوان یک مدل بهینه‌ساز جهت مکانیابی چاه‌های بهره‌برداری از آبخوان استفاده گردد. نتایج نشان داد که استفاده هم‌زمان از الگوریتم سیستم سطوح شیب‌دار و روش عددی بدون شبکه می‌تواند در مدیریت بهینه‌ساز جهت کاهش افت سطح آب زیرزمینی و حداکثر رساندن استخراج آب، به حداقل رساندن نفوذ آب‌شور کمک شایانی نماید. در این مطالعه جهت بررسی کارایی مدل شبیه‌سازی عددی بر اساس روش بدون شبکه پتروو گالرکین در آبخوان ساحلی مثالی حل و با کارهای پیشین ارزیابی شده که نتایج این ارزیابی نشان‌دهنده دقت و اعتبار مدل تدوین شده بوده است. همچنین تلفیق این مدل با مدل شبیه‌سازی شده قابلیت کاربرد آن را در مدیریت بهینه‌ساز آبخوان‌های ساحلی آشکار ساخته است. نتایج به‌دست‌آمده از بررسی کمی عملکرد الگوریتم MOIPO در مقادیر معیار نزدیکی و پراکندگی نشان می‌دهد الگوریتم چندهدفه‌ی بهینه‌سازی سیستم صفحات شیب‌دار از عملکرد خوبی برخوردار است. لذا مدل تلفیقی MLPG-MOIPO را می‌تواند به‌عنوان یک مدل کارا در شبیه‌سازی و بهینه‌سازی آبخوان ساحلی معرفی نمود.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم فرا ابتکاری سیستم صفحات شیب‌دار، روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین، مدل عددی، نفوذ آب‌شور

مقدمه

(Polemio and Zuffiano, 2020). فعالیت‌های انسانی و فرآیندهای طبیعی با کاهش تغذیه آب زیرزمینی، پمپاژ بیش‌ازحد، اثرات جزر و مدی، امواج اقیانوسی و لرزه‌ای و ... باعث روند رو به رشد جنبه آب‌شور به سمت آب‌های شیرین شده است که حفاظت از منابع آب زیرزمینی ساحلی در برابر شوری را اهمیت بخشیده است (Abd-Elaty et al., 2021; El Shinawi et al., 2022). هیئت بین‌دولتی تغییرات آب‌وهوایی (IPCC)^۷ در گزارش خود عنوان کرده است که با توجه به افزایش دما جهانی سطح دریا تغییر پیدا خواهد کرد (هیئت بین‌دولتی تغییرات آب‌وهوایی، ۲۰۲۱) و در یکی از ویرایش‌ها پیش‌بینی شده بود که تا سال ۲۰۱۱ سطح آب دریاها از ۱۸ سانتیمتر تا ۵۹ سانتیمتر افزایش پیدا خواهد کرد هیئت بین‌دولتی تغییرات آب‌وهوایی، ۲۰۰۷ نفوذ آب دریا علاوه بر مانع از توسعه اقتصادی نواحی ساحلی، می‌تواند آسیب‌هایی را نظیر صدمه به اکولوژی آبریان،

افزایش تقاضای آب شیرین با توجه به افزایش جمعیت جهان، آبخوان‌های ساحلی^۶ را در معرض خطر پیشرفت شوری قرار می‌دهد

- ۱- دانشجوی دکتری، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران
 - ۲- استاد، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران،
 - ۳- دانشیار، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران
 - ۴- استاد، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران
 - ۵- دانشیار، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران
- (*) نویسنده مسئول: akbarpour@birjand.ac.ir

DOI: [10.22034/ijdr.2025.545845.2625](https://doi.org/10.22034/ijdr.2025.545845.2625)

6 Coastal Aquifer

قرار دادند. تغییرات آب‌شور باقیمانده را قبل و بعد از دیوار آب‌بند از طریق آزمایش‌ها مشاهده کردند. سپس با استفاده از یک مدل عددی رفتار گوه نفوذ آب‌شور پیش‌رونده و آب‌نمک باقیمانده پس از ساخت دیوار آب‌بند را توسط نرم‌افزار SEAWAT پیش‌بینی کرد (Luyun et al., 2009).

السی و آویوز، در یک آبخوان ساحلی با استفاده از الگوریتم چندهدفه تکامل تفاضلی به بهینه‌سازی هزینه‌ی احداث چاه‌های پمپاژ آب با حفظ پارامترهای کمی و کیفی آبخوان در ازمیر ترکیه پرداختند. نتایج نشان داده است که این الگوریتم توانسته است توابع هدف (کمینه‌سازی هزینه‌ی احداث، پمپاژ چاه و بیشینه کردن نرخ پمپاژ آب) را به خوبی بهینه‌سازی نماید (Elci and Ayvaz, 2014).

محتشمی و همکاران، نوسانات سطح آب زیرزمینی آبخوان بیرجند را با استفاده از روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین (MLPG) تحت دو سناریو افزایش نرخ تخلیه (پمپاژ) چاه‌ها به میزان ۱۰٪ نسبت به سال قبل و کاهش بارش (بارندگی) به میزان ۲۰٪ و افزایش تخلیه چاه‌ها به میزان ۵٪ برای شبیه‌سازی در نظر گرفته شده‌اند. نتایج آن‌ها نشان داده است که در سناریوی اول، کاهش سطح آب بسیار چشمگیر است، در سناریوی دوم نیز، بخش جنوب‌غربی و مرکزی آبخوان کاهش سطح به ترتیب حدود ۱۴/۸۱ متر و ۵/۰۵ متر نشان داده شده است (Mohtashami, 2019).

شن و همکاران، تأثیر دیواره‌های آب‌بند بر جریان آب زیرزمینی و توزیع شوری در سفره‌های آب زیرزمینی ساحلی تحت اثر فعالیت جزر و مدی را نشان داده‌اند (Shen et al., 2020). سان و همکاران، تأثیر قابل‌توجه دیواره‌های آب‌بند بر تجمع نیترات در آبخوان بالادست را نشان دادند (Sun et al., 2021). یانگ و همکاران، توانایی دیواره‌های آب‌بند برای افزایش آب شیرین در جزایر ساحلی را نشان داده‌اند که ارتباط زیادی با مدیریت منابع آب شیرین در جزایر که خطر طغیان اقیانوس در آن‌ها خطر جدی است، دارد (Yang et al., 2021).

سان و همکارانش، مکان بهینه دیواره‌های آب‌بند برای جلوگیری از نفوذ آب دریا به آبخوان ساحلی را با استفاده از روش شبیه‌سازی - بهینه‌سازی مبتنی بر کریجینگ ارزیابی کردند. نتایج آن‌ها نشان داده است که میزان شوری در منبع مورد آزمایش کاهش پیدا کرده است. همچنین آن‌ها معتقدند این روش یک روش پایدار و قابل‌اعتماد برای انتخاب محل دیواره‌های آب‌بند برای پروژه‌های آبی جهت جلوگیری و کنترل نفوذ آب دریا می‌باشد (Sun et al., 2021).

زینلی و همکاران با ترکیب یک مدل شبیه‌سازی عددی مبتنی بر روش المان محدود (FEM) و الگوریتم فراابتکاری چندهدفه NSGA-II به بهینه‌سازی سیستم پمپاژ و تصفیه آب زیرزمینی پرداختند. هدف اصلی آن‌ها تعیین موقعیت بهینه چاه‌های پمپاژ

شور شدن خاک، تخریب بوته‌ها و کاهش کیفیت آب را به منابع آبی مناطق خشکی و محلی نیز وارد کند (Arslan, H. and Demir, 2013). اقدامات متقابل زیادی برای جلوگیری از نفوذ آب دریا مانند تقویت مدیریت منابع آب زیرزمینی، تغذیه مصنوعی آب‌های زیرزمینی، ساختن دیواره‌های آب‌بند زیرزمینی غیرقابل نفوذ، صرفه‌جویی در آب آبیاری و ... وجود دارد (Guo et al., 2013).

بزرگ‌ترین چالشی که امروزه مسؤولین با آن مواجه هستند، امنیت آب است. افزایش جمعیت، فعالیت‌های اجتماعی-اقتصادی باعث بهره‌برداری بیش‌ازحد از منابع آب زیرزمینی و آلودگی منابع آب ذخیره‌شده به‌ویژه در مناطق ساحلی که بیش‌ترین جمعیت و فعالیت‌ها در آن متمرکز هستند، لذا مسؤولین را واداشته است تا جهت مدیریت آبخوان‌های ساحلی تدابیری را اتخاذ نمایند. یکی از راه‌حل‌ها استفاده از دیوار آب‌بند^۱ به‌عنوان سازه‌های غیر قابل نفوذ یا نفوذناپذیر زیرزمینی در امتداد ساحل در یک آبخوان ساحلی برای محدود کردن پدیده نفوذ آب دریا و حفظ منابع آب شیرین است (Abdoulhalik et al., 2017).

اجرای موانع فیزیکی شامل ساخت دیوار نفوذناپذیری برای جلوگیری نفوذ آب‌شور به آب شیرین به دو صورت امکان‌پذیر هست. اگر در قسمت بالایی سفره نصب شوند دیواره‌های قطع یا دیوار آب‌بند و اگر در قسمت پایینی آبخوان باشند سد زیرزمینی^۲ نام دارد که باعث حذف آب‌شور می‌گردد (Luyun et al., 2009).

با توجه به اهمیت موضوع محققان زیادی پیرامون مسئله نفوذ آب‌شور و شیرین را مورد مطالعه قرار داده‌اند که در ادامه مطالعه به برخی از آن‌ها اشاره می‌گردد.

کانسا در مطالعه‌ی خود توابع را بر پایه شعاعی برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی برای اولین بار در آبخوان‌های ساحلی مورد استفاده قرارداد. او در مطالعه خود یک مدل عددی دوبعدی بدون شبکه را برای مسئله نفوذ آب‌شور دریا در آبخوان‌های محدود توسعه داد (Kansa, 1990).

سان و همکاران، مطالعات خود را بر روی دیواره آب‌بند رودخانه هوانگشوئی^۳ در شهر لانگکو^۴ استان شاندونگ^۵ انجام دادند. نتایج آن‌ها نشان داده است که پروژه دیوار آب‌بند زیرزمینی به‌طور مؤثری تخریب کیفیت آب زیرزمینی ناشی از نفوذ آب را حل کرده است (Sun et al., 2006).

لوئیان و همکاران، تأثیر ارتفاع دیواره آب‌بند بر جلوگیری از نفوذ آب‌شور دریا از طریق آزمایش‌ها و تحلیل‌های عددی را مورد بحث

- 1 Cut-off Walls
- 2 Subsurface Dam
- 3 Huangshui River
- 4 Longkou
- 5 Shandong

کتابچی و عطایی آشتیانی (۱۳۸۹)، مدل شبیه‌ساز- بهینه‌ساز را با توسعه الگوریتم جامعه مورچه‌ها و روش عددی تفاضل محدود برای مدیریت بهینه آبخوان‌های ساحلی جهت کنترل خطر پیشروی آب‌شور دریا ارائه کردند. آن‌ها نتایج حاصل از مطالعه خود را با مطالعات پیشین مقایسه نمودند و نتایج مقایسه نشان داد میزان خطای این روش قابل قبول بوده و این روش را روشی کارا و بهینه برای کنترل آب‌شور معرفی نمودند.

قزی و همکاران (۱۴۰۱)، تأثیر هم‌زمان چاه برداشت و دیوار آب‌بند بر کاهش نفوذ آب‌شور در آبخوان ساحلی را با استفاده از روش آزمایشگاهی موردبررسی قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان داده است که استفاده مناسب از دیوار آب‌بند به میزان ۱۵ درصد باعث کاهش نفوذ آب‌شور خواهد داشت.

سارانی ادیمی و همکاران (۱۴۰۲)، به بررسی اثر ترکیبی چاه تزریق و دیوار آب‌بند بر جلوگیری از هجوم آب‌شور در آبخوان ساحلی با استفاده از مدل آزمایشگاهی پرداختند. آن‌ها اثر چاه تزریق و دیواره آب‌بند را به صورت جداگانه و توأم مورد بررسی قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان داده است که چاه تزریق و دیوار آب‌بند در جلوگیری از هجوم آب‌شور به ترتیب ۳۴/۹٪ و ۱۲/۵٪ تأثیرگذار بوده و عملکرد ترکیبی آن‌ها به میزان ۳۸/۶٪ می‌باشد.

میزان آلاینده‌ها و افت سطح آب ناشی از برداشت بیش از حد مجاز آبخوان‌های ساحلی حساسیت و نگرانی مسئولین را دوچندان کرده است. جهت برقراری توسعه پایدار در آبخوان‌های ساحلی باید به جمع‌آوری و تحلیل داده‌های کمی و کیفی (مطالعات پایش) پرداخت. با توجه به اینکه مدیریت آبخوان‌های ساحلی یکی از موضوعات مهم در مدیریت منابع آبی و اکوسیستم منطقه است، در این مطالعه با استفاده از مدل شبیه‌ساز و بهینه‌ساز به آن پرداخته می‌شود.

در بسیاری از مطالعات صورت گرفته به دلیل پیچیدگی ویژگی‌های کمی و کیفی آبخوان ساحلی جهت بررسی و تحلیل از مدل‌های شبیه‌ساز جریان آب زیرزمینی استفاده شده است. در این مطالعه، روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین^۱ برای تحلیل مسئله نفوذ آب دریا پیشنهاد می‌شود. روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین (MLPG) قبلاً برای مدل‌سازی جریان آب زیرزمینی و انتقال املاح استفاده شده است. به دلیل مزایای آن نسبت به روش‌های عددی اجزای محدود (FEM)^۲ و تفاضل محدود (FDM)^۳ این روش در این مطالعه توسعه داده می‌شود (کریم‌زاده و همکاران، ۱۴۰۳).

برای بهینه‌سازی مکان چاه پمپاژ در این مطالعه از الگوریتم فرا ابتکاری سیستم صفحات شیب‌دار^۴ (IPO) استفاده می‌گردد. حل

به‌گونه‌ای بود که دو هدف اساسی در فرایند ترمیم شامل کاهش غلظت آلاینده‌ها و کاهش افت سطح آب زیرزمینی به‌طور هم‌زمان برآورده شود. نتایج پژوهش نشان داد که الگوریتم NSGA-II توانسته است جبهه پارتو مناسبی ارائه دهد که در آن، تعادلی بهینه میان کاهش آلودگی و حداقل‌سازی افت هد برقرار شده است. همچنین یافته‌های مطالعه بیانگر آن بود که مکان‌یابی چاه‌های پمپاژ نقش تعیین‌کننده‌تری نسبت به نرخ پمپاژ در کارایی فرایند ترمیم دارد؛ به‌گونه‌ای که قرارگیری چاه‌ها در مسیر جریان آلاینده و در نزدیکی منبع آلودگی می‌تواند به‌طور چشمگیری عملکرد سیستم پمپاژ و تصفیه را بهبود بخشد (Zeynali et al., 2022).

مجیدی خلیل‌آباد، در مطالعه‌ی خود از روش ترکیبی شبیه‌سازی- بهینه‌سازی (MLPG-TLBO) برای نظارت کمی بر سطح آب زیرزمینی در آبخوان بیرجند جهت کمینه کردن اختلاف بین سطح آب مورد استفاده قرار دادند. نتایج مدل نشان داده است که خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) برای مدل MLPG-TLBO برابر با ۰/۳۳۴ متر بوده، در حالی که برای روش مرسوم "تفاضل محدود محدود (FDM) این خطا ۱/۴۸۳ متر است. این کاهش خطا نشان‌دهنده عملکرد قوی مدل ترکیبی در طراحی شبکه پایش آبخوان مورد نظر بوده است (Majidi Khalilabad et al., 2022).

اماجنه و همکاران در سال، به بررسی نفوذ آب‌شور به سفره‌های آب شیرین با استفاده از تکنیک‌های ژئوفیزیکی و ژئوشیمیایی در دلتای نیجریه پرداختند. نتایج آن‌ها سطوح بالای رسانایی الکتریکی، شوری و کل جامدات محلول را نشان داده بود که از استانداردهای WHO فراتر رفته است. علاوه بر این، غلظت بالای کلرید، سدیم و پتاسیم، نفوذ آب‌شور را تأیید کرد. همچنین آن‌ها آسیب‌پذیری منطقه مورد مطالعه را در کلاس‌های با آسیب‌پذیری کم و متوسط دسته‌بندی نمودند (Omajene et al., 2024).

محتشمی و همکاران (۲۰۲۵)، در مطالعه خود برای تعیین مرز کیفیت از روش بدون شبکه برای مدل‌سازی قنات‌ها و حفاظت آن از آلودگی استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان داده است که با تعیین مرز کیفیت، می‌توان نقاطی را که در معرض آلودگی هستند شناسایی کرده و اقدامات حفاظتی را متمرکز کرد. این رویکرد برای قنات‌هایی که نقش مهمی در تأمین آب دارند بسیار حیاتی است و امکان مدیریت پایدار منابع آب در مناطقی که قنات دارند، فراهم می‌شود (Mohtashami, 2025).

نخعی (۱۳۸۴)، به بررسی مدیریت بهینه بهره‌برداری از آبخوان ساحلی و تعیین نرخ بهینه برداشت با استفاده از یک مدل شبیه‌سازی- بهینه‌سازی در شهر ارومیه پرداختند. در این مطالعه پس از مدل‌سازی جریان آب زیرزمینی در محدوده مورد مطالعه نرخ پمپاژ چاه‌های پمپاژ با توجه به هدف کمینه‌سازی نرخ پمپاژ با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه شد.

- 1- Meshless Local Petrov- Galerkin (MLPG)
- 2- Finite Element Method (FEM)
- 3- Finite Difference Method (FDM)
- 4- Inclined Planes system Optimization (IPO)

روش بدون شبکه

روش بدون شبکه یا روش‌های بدون المان، دسته‌ای از روش‌های عددی هستند که برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی استفاده می‌شوند. برخلاف روش‌های سنتی مانند روش اجزا محدود یا روش تفاضل محدود که نیاز به ایجاد یک شبکه از المان‌ها یا نقاط گسسته در دامنه مسئله دارند، روش‌های بدون شبکه این نیاز را برطرف می‌کنند (کریمزاده و همکاران، ۱۴۰۳).

روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین (MLPG)

روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین با شکل ضعیف معادلات استوار است. در استفاده از فرم ضعیف می‌توان در حل بعضی معادلات دیفرانسیل جمله انتگرال مرزی بر روی مرز نیومن و یا مشتق‌های آن که در شکل قوی مورد استفاده قرار گرفته‌اند را حذف کرد. با کاهش مرتبه توابع میدانی u و استفاده از فرم ضعیف حل معادلات دیفرانسیل تقارن معادلات جبری حاصل می‌گردد (Hans and Diersch, 2014).

معادلات حاکم بر جریان

معادلات حاکم بر جریان آب زیرزمینی، مجموعه‌ای از معادلات ریاضی هستند که حرکت آب در محیط‌های متخلخل زیرزمینی را توصیف می‌کنند. معادلات حاکم بر جریان‌های وابسته به چگالی تحت شرایط دمای ثابت، از دو معادله دیفرانسیل جفت شده جریان و انتقال شوری تشکیل شده است؛ بنابراین در یک سیستم آبخوان اشباع معادله جریان برحسب بار هیدرولیکی آب شیرین معادل را می‌توان به صورت ذیل بیان نمود (Diersch, 1988; Bear, 1999).

$$q_i = -\frac{k_{ij}}{\mu} \left[\frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho \cdot g \cdot e_j \right] \quad (1)$$

در معادله فوق، k_{ij} نفوذپذیری ذاتی در محیط متخلخل (L^2)، μ ویسکوزیته دینامیکی سیال ($ML^{-1}T^{-1}$)، p فشار سیال ($ML^{-1}T^{-2}$)، ρ چگالی سیال (ML^{-3})، e_j مؤلفه بردار واحد جاذبه ($L T^{-2}$) و g شتاب جاذبه ($L T^{-2}$) می‌باشد.

حل معادلات زیرزمینی آبخوان ساحلی با استفاده از روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین

معادلات نفوذ آب شور شامل معادله جریان و معادله انتقال محلول می‌باشند که در ادامه به روش بدون شبکه پتروو-گالرکین گسسته سازی می‌شوند (Rastogi et al., 2004).

$$k_{Lxx} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_{Lyy} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = k_{Lyy} \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \quad (2)$$

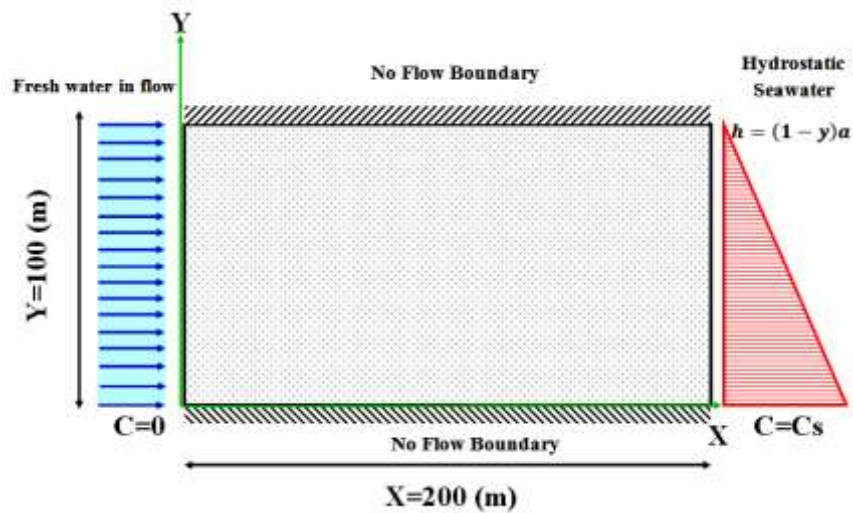
$$k_{Lxx} \cdot \int_{\Omega} W_i \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} d\Omega + k_{Lyy} \cdot \int_{\Omega} W_i \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} d\Omega \quad (3)$$

$$= -k_{Lyy} \cdot \varepsilon \int_A \frac{\partial C}{\partial y} dA$$

مسئله چندهدفه در این مطالعه با استفاده از الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی چندهدفه سیستم صفحات شیبدار^۱ (MOIPO) جهت حل توابع هدف آبخوان ساحلی مکان‌یابی چاه برای اولین بار استفاده می‌گردد. لذا تلفیق این الگوریتم به مدل شبیه‌سازی آبخوان‌های ساحلی جهت بهینه‌سازی مکان چاه پمپاژ و کاهش پیشروی نفوذ آب شور با توجه به شرایط محیطی و آلاینده‌های موجود، از جمله نوآوری‌های این مطالعه می‌باشد. نوآوری این مطالعه در راستای مدیریت آبخوان‌های ساحلی با استفاده از توسعه‌ی مدل شبیه‌سازی-بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری بهینه‌سازی سیستم صفحات شیبدار و روش بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین (MLPG-MOIPO) و سپس با مقایسه این روش با تحقیقات دیگر می‌توان از دقت و کارایی روش مطمئن شد. در این مطالعه سعی بر آن است که با استفاده از حل شبیه‌سازی و بهینه‌سازی توابع هدف که پارامترهای چاه‌های پمپاژ توأم چاه تغذیه را ارائه نماید.

رویکرد اصلی این مطالعه استفاده از مدل شبیه‌سازی روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین (MLPG) و الگوریتم چندهدفه سطوح شیبدار (MOIPO) به صورت توأم در قالب یک برنامه یکپارچه به منظور بهینه‌سازی مکان پمپاژ چاه‌های بهره‌برداری از یک سفره آب زیرزمینی می‌باشد که در محیط MATLAB برنامه‌نویسی انجام شده است. تعداد و موقعیت چاه‌های تأمین‌کننده آب موردنیاز از آبخوان باهدف بهینه کردن چاه‌های بهره‌برداری با استفاده از مدل MLPG-MOIPO حل و بررسی گردید.

مدل توسعه‌یافته‌ی شبیه‌سازی-بهینه‌سازی در این مطالعه برای یکی از پرکاربردترین مسائل معیار نفوذ آب‌شور (مسئله هنری) موردبحث قرار می‌گیرد. این مطالعه موردی یک آبخوان محصور، تحت سه شرایط مرزی: نرخ تغذیه ثابت آب شیرین در مرز چپ، فشار هیدرو استاتیک آب دریا در مرز راست و مرزهای نفوذناپذیر در امتداد مرزهای بالا و پایین آبخوان است (Voss and Provost, 2010). آبخوان مورد مطالعه برای مسئله هنری در شکل (۱) نشان داده شده است. در این مدل آبخوان همگن و همسان‌که آب شیرین با $C=0$ از یک مرز و آب شور دریا با $C>0$ از مرز دیگر وارد می‌شود و تداخل آب شور و شیرین در داخل مقطع اتفاق می‌افتد. مرزهای بالا و پایین آبخوان نفوذناپذیر می‌باشند (Hans and Diersch, 2014). خلاصه‌ای از پارامترهای مدل در جدول ۱ طبق گفته هیوز و سنفورد ارائه شده است (Hughes and Sanford, 2004). دامنه، به طول ۲۰۰ متر و ارتفاع ۱۰۰ متر، ۱۰۷۱ گره تشکیل شده‌است. در پایان نتایج به دست‌آمده از مدل سازی با مدل جوادی و همکاران مقایسه خواهد شد تا میزان دقت مدل سنجیده شود (Javadi et al., 2015).



شکل ۱- شمای کلی نمونه مورد مطالعه مسئله هنری

جدول ۱- پارامترهای مورد استفاده در مسئله هنری

مقدار	واحد	نماد متغیر	عنوان متغیر
$3-1.0 * 18/8571$	m^2/s	D_m	ضریب نفوذ مولکولی آب
$3-1.0 * 6/6$	m^3/s	Q_{in}	دبی آب شیرین
$9-1.0 * 1/0.2041$	m^2	K	ضریب نفوذپذیری ذاتی
700	$kg^2/kg_*.m^3$	$\partial p/\partial C$	تغییر چگالی سیال با غلظت
0/35	بدون بعد	ε	تخلخل
9/8	m/s^2	g	شتاب گرانشی
0/0.357	kg/kg_*	C_s	ضریب جرمی املاح آب دریا
10.24/99	kg/m^3	ρ_s	چگالی آب دریا
1000	kg/m^3	ρ_F	چگالی آب شیرین
0/0.1	$kg/m.s$	μ	ویسکوزیته سیال
0	m	α_T, α_L	پراکندگی عرضی و طولی
= kg_* جرم آب دریا = kg_*			جرم جامدات محلول

با جایگذاری روابط (۵) و (۶) در معادله (۴) و مشتق گیری از توابع

شکل آن‌ها حالت گسسته معادله سطح آب زیرزمینی خواهد شد:

$$\begin{aligned}
 & -k_{Lxx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} h dA - k_{Lyy} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} h dA \quad (7) \\
 & = -k_{Lyy} \cdot \varepsilon \int_A W_i \frac{\partial \varphi}{\partial y} C dA \\
 & + k_{Lxx} \cdot \int_S W_i \cdot \frac{\partial h}{\partial x} n_x dS \\
 & + k_{Lyy} \cdot \int_S W_i \cdot \frac{\partial h}{\partial y} n_y dS
 \end{aligned}$$

$$K_1 \cdot u_1 = F_1$$

(۸)

با انتگرال گیری معادلات زیر بدست آمد:

$$\begin{aligned}
 & k_{Lxx} \cdot \int_S W_i \cdot \frac{\partial h}{\partial x} dS - k_{Lxx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} dA \\
 & + k_{Lyy} \cdot \int_S W_i \cdot \frac{\partial h}{\partial y} dS \\
 & - k_{Lyy} \cdot \int_\Omega \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} dA \\
 & = -k_{Lyy} \cdot \varepsilon \int_A W_i \frac{\partial C}{\partial y} dA
 \end{aligned}$$

(۴)

$$h = \sum h_i \varphi_i$$

(۵)

$$C = \sum C_i \varphi_i$$

(۶)

$$K_3 \cdot u_3 = F_3 \quad (25)$$

$$K_3 = -\frac{A}{\theta} \cdot A \int_A W_i \cdot \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \cdot h + \varepsilon \cdot C \right) dA \quad (26)$$

$$u_3 = V_y \quad (27)$$

$$F_3 = \int_A W_i \cdot \frac{k_{Lyy}}{A} dA \quad (28)$$

گسسته سازی معادله انتقال و پخش

معادله انتقال پخش - از معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی است و از ترکیب معادله پیوستگی و قانون اول فیک به دست می‌آید.

این معادله کاربردهای فراوانی در شبیه‌سازی پدیده‌های هیدرولیکی مانند نفوذ آب دارد (شکری و سید رحمان، ۱۳۹۲).

$$D_{xx} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{yy} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_{xy} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} + D_{yx} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y \partial x} - \left(V_x \frac{\partial C}{\partial x} + V_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) \cdot d_L = 0 \quad (29)$$

$$D_{xx} \cdot \int_{\Omega} W_i \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} d\Omega + D_{yy} \cdot \int_{\Omega} W_i \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} d\Omega + D_{xy} \cdot \int_{\Omega} W_i \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} d\Omega + D_{yx} \cdot \int_{\Omega} W_i \frac{\partial^2 C}{\partial y \partial x} d\Omega - d_L \cdot V_x \int_{\Omega} W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x} d\Omega - d_L \cdot V_y \int_{\Omega} W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial y} d\Omega = 0 \quad (30)$$

با استفاده از انتگرال گیری معادلات زیر بدست آمده است.

$$D_{xx} \cdot \int_S W_i \frac{\partial C}{\partial x} dS + D_{xx} \cdot \int_A \frac{\partial W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial C}{\partial x} dA + D_{yy} \cdot \int_S W_i \frac{\partial C}{\partial y} dS + D_{yy} \cdot \int_A \frac{\partial W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial C}{\partial y} dA + D_{xy} \cdot \int_S W_i \frac{\partial C}{\partial y} dS + D_{xy} \cdot \int_A \frac{\partial W_i}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial y} dA + D_{yx} \cdot \int_S W_i \frac{\partial C}{\partial x} dS + D_{yx} \cdot \int_A \frac{\partial W_i}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial x} dA - d_L \cdot V_x \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x} dA - d_L \cdot V_y \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial y} dA = 0 \quad (31)$$

با جایگذاری رابطه (۳۰) در معادله (۲۹) و مشتق گیری از توابع

$$= k_{Lxx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} dA + k_{Lyy} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} dA K_1 \quad (9)$$

$$u_1 = h \quad (10)$$

$$= k_{Lyy} \cdot \varepsilon \int_A W_i \frac{\partial \varphi}{\partial y} C dA + F_1 \quad (11)$$

$$k_{Lxx} \cdot \int_S W_i \cdot \frac{\partial h}{\partial x} n_x dS + k_{Lyy} \cdot \int_S W_i \cdot \frac{\partial h}{\partial y} n_y dS$$

ماتریس سختی K_1 طبق توابع شکل و وزن و بردار نیروی گرهی F_1 با معلوم بودن شرط اولیه غلظت در دامنه و همچنین شرط مرزی نیومن در جهت x و y تعیین می‌گردند.

معادله سرعت خطی میانگین

معادله سرعت خطی میانگین آب زیرزمینی که به عنوان «سرعت دارسی» هم شناخته می‌شود، به صورت زیر است:

$$V_x + \frac{A}{\theta} k_{Lxx} \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) = 0 \quad (12)$$

$$V_y + \frac{A}{\theta} k_{Lyy} \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial y} + \varepsilon \cdot C \right) = 0 \quad (13)$$

در معادله فوق، V سرعت دارسی یا سرعت خطی میانگین برحسب طول بر زمان، k_L هدایت هیدرولیکی محیط متخلخل برحسب طول بر زمان، $\frac{\partial h}{\partial x}$ و $\frac{\partial h}{\partial y}$ گرادیان هیدرولیکی می‌باشد (اکبرپور و همکاران، ۱۴۰۳).

$$\int_A W_i \cdot V_x dA = - \int_A W_i \cdot \frac{A}{\theta} k_{Lxx} \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) dA \quad (14)$$

$$\int_A W_i \cdot V_y dA = - \int_A W_i \cdot \frac{A}{\theta} k_{Lyy} \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial y} + \varepsilon \cdot C \right) dA \quad (15)$$

$$k_{Lii} = A \cdot V_i \quad (16)$$

$$\int_A W_i \cdot V_x dA = - \int_A W_i \cdot \frac{A}{\theta} k_{Lxx} \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) dA \quad (17)$$

$$- \frac{A}{\theta} \cdot A \int_A W_i \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \cdot h \cdot V_x dA = \int_A W_i \cdot \frac{k_{Lxx}}{A} dA \quad (18)$$

$$\int_A W_i \cdot V_y dA = - \int_A W_i \cdot \frac{A}{\theta} \cdot A \cdot V_y \cdot \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \cdot h + \varepsilon \cdot C \right) dA \quad (19)$$

$$- \frac{A}{\theta} \cdot A \int_A W_i \cdot \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \cdot h + \varepsilon \cdot C \right) \cdot V_y dA = \int_A W_i \cdot \frac{k_{Lyy}}{A} dA \quad (20)$$

با حل دو دستگاه معادله زیر برای متغیر سرعت در دو جهت محور مختصات مقادیر پراکندگی نیز طبق روابط (۲۱-۲۸) به دست می‌آیند.

$$K_2 \cdot u_2 = F_2 \quad (21)$$

$$K_2 = -\frac{A}{\theta} \cdot A \int_A W_i \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \cdot h dA \quad (22)$$

$$u_2 = V_x \quad (23)$$

$$F_2 = \int_A W_i \cdot \frac{k_{Lxx}}{A} dA \quad (24)$$

انتگرال مرزی قابل حذف می‌باشد (کریمزاده و همکاران، ۱۴۰۳).

تابع شکل در روش بدن شبکه

توابع شکل برای تقریب متغیرهای میدان (مانند هد هیدرولیکی، غلظت) در هر زیر دامنه محلی استفاده می‌شوند. تابع شکل با استفاده از درون‌یابی نقطه‌ای، یکی از قدیمی‌ترین روش‌های درون‌یابی است که k تابع پایه‌ای در معادله‌ی $U(X)$ با استفاده از چندجمله‌ای پاسکال است (تشمی، ۱۳۹۵). روش درون‌یابی نقطه‌ای تابع $U(X)$ را روی دامنه‌ی Ω توسط نقاط پراکنده نشان داده شده است در نقطه‌ی x به صورت معادله‌ی (۳۷) در نظر می‌گیرند (Voss and Provost, 2010).

$$U^h(x) = \sum_j^m p_j(x) a_j(x) \quad (37)$$

ساخت تابع وزن در روش بدن شبکه

یک تابع وزن مناسب باید فقط در یک همسایگی کوچک x_i که دامنه تأثیر گره I نامیده می‌شود غیر صفر باشد. یکی از ویژگی‌های مفید تقریب حداقل مجذور مربعات متحرک این است که پیوستگی آن‌ها معادل پیوستگی تابع وزن آن‌ها است. یعنی با انتخاب یک تابع وزن مناسب می‌توان تقریب‌های با درجه پیوستگی بالا داشت (Yu et al., 2015).

تابع وزن در تقریب حداقل مربعات متحرک و عملکرد نقش اساسی را ایفا می‌کند. تابع وزن انواع مختلفی از جمله گوسی، کوارتیک و اسپسیالین را شامل می‌شود، از آنجایی که در این مطالعه از تابع وزن اسپسیالین استفاده شده، نحوه محاسبه آن در معادله‌ی (۳۸ و ۳۹) شرح داده شده است (Liu et al., 1995).

$$W_i(X) = \begin{cases} \frac{2}{3} - 4\bar{r}_i^2 + 4\bar{r}_i^3 & \bar{r}_i \leq 0.5 \\ \frac{2}{3} - 4\bar{r}_i + 4\bar{r}_i^2 + \frac{4}{3}\bar{r}_i^3 & 0.5 < \bar{r}_i \leq 1 \\ 0 & \bar{r}_i > 1 \end{cases} \quad (38)$$

$$\bar{r}_i = \frac{d_i}{r_w} = \frac{|x - x_i|}{r_w} \quad (39)$$

در معادله‌ی (۳۹)، r_w شعاع تأثیر نقطه‌ی گرهی x_i و d_i فاصله‌ی بین نقطه‌ی x_i تا نقطه‌ی x می‌باشد. برای هر نقطه r_w باید به گونه‌ای انتخاب شود که تعداد وزن‌های غیر صفر بزرگ‌تر از تعداد تک تک جملات موجود در چندجمله‌ای باشند.

شرایط مرزی

برای حل معادلات جریان و انتقال در پدیده نفوذ آب‌شور باید شرایط مرزی و اولیه مناسب در مسائل معلوم باشد. در مسئله زیر شرایط مرزی در جدول (۲) نشان داده شده است.

شکل آن‌ها حالت گسسته معادله انتقال خواهد شد:

$$\begin{aligned} & D_{xx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot CdA + D_{yy} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot CdA \\ & + D_{xy} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot CdA \\ & + D_{yx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot CdA \\ & - d_L \cdot V_x \int_A W_i \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot CdA \\ & - d_L \cdot V_y \int_A W_i \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot CdA \quad (32) \\ & = D_{xx} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot n_x dS \\ & + D_{yy} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \cdot n_y dS \\ & + D_{yx} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot n_x dS \\ & + D_{xy} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \cdot n_y dS \end{aligned}$$

با حل دستگاه معادله:

$$K_4 \cdot u_4 = F_4 \quad (33)$$

$$\begin{aligned} K_4 = & D_{xx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot CdA \\ & + D_{yy} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot CdA \\ & + D_{xy} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot CdA \\ & + D_{yx} \cdot \int_A \frac{W_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot CdA \\ & - d_L \cdot V_x \int_A W_i \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot CdA \\ & - d_L \cdot V_y \int_A W_i \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot CdA \quad (34) \end{aligned}$$

$$u_4 = C \quad (35)$$

$$\begin{aligned} F_4 = & D_{xx} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot n_x dS \\ & + D_{yy} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \cdot n_y dS \\ & + D_{yx} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \cdot n_x dS \\ & + D_{xy} \cdot \int_A W_i \cdot \frac{\partial C}{\partial y} \cdot n_y dS \quad (36) \end{aligned}$$

ماتریس سختی معادله انتقال با معلوم بودن پارامترهای پراکنندگی، سرعت و توابع شکل و وزن قابل تعیین بوده و بردار نیروی گرهی نیز با مشخص بودن شرط مرزی نیومن برای غلظت در جهت x معلوم می‌باشد. لازم به ذکر است که در مسئله نفوذ آب‌شور شرط مرزی نیومن غلظت در جهت y موجود نیست. پس ترم دوم و سوم

جدول ۲- شرایط مرزی و اولیه مسئله هنری

موقعیت	مختصات	هد	غلظت
مرز چپ	(0, y)	$\frac{\partial h}{\partial x}(0, y) = -5.7024$	$C(0, y) = 0$
مرز راست	(2, y)	$h(2, y) = (1 - y)0.025$	$C(2, y) = 0.35 \leq y \leq 0.5$
مرز بالا	(x, 1)	بدون جریان	$\frac{\partial x}{\partial y}(x, 1) = 0$
مرز پایین	(x, 0)	بدون جریان	$\frac{\partial x}{\partial y}(x, 0) = 0$

مدل بهینه‌سازی

با پیشرفت روزافزون علم، حل مسائل پیچیده بهینه‌سازی، تلاش محققان را بسیار به خود جلب کرده است. یکی از مشکلات موجود در حل چنین مسائلی، رشد نمایی فضای جستجوی مسئله با افزایش تعداد ابعاد آن است. این امر سبب شده تا روش‌های کلاسیک، در حل این‌گونه مسائل بهینه‌سازی ناتوان عمل کنند. لذا در چند دهه اخیر الگوریتم‌های جدیدی که الگوریتم‌های ابتکاری نام دارند به وجود آمدند تا پاسخ این مسائل را در معقول‌ترین زمان و هزینه ممکن به دست آورند (Formato, 2007).

لذا در این مطالعه از الگوریتم نوین بهینه‌سازی سیستم صفحات شبیدار که توسط ظهیری و همکارانش در سال ۲۰۱۲ ارائه شده است استفاده می‌گردد. این الگوریتم برای اولین بار در حوزه مهندسی آب به کاررفته است و در نهایت عملکرد آن مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

الگوریتم بهینه‌سازی سطوح شبیدار

بسیاری از مسائل بهینه‌سازی در مهندسی، طبیعتاً پیچیده‌تر و مشکل‌تر از آن هستند که با روش‌های مرسوم بهینه‌سازی نظیر روش برنامه‌ریزی ریاضی و نظایر آن قابل حل باشند. از جمله راه‌حل‌های موجود در برخورد با این‌گونه مسائل، استفاده از الگوریتم‌های تقریبی یا ابتکاری است. الگوریتم بهینه‌سازی صفحات شبیدار (IPO) نمونه‌ای از الگوریتم‌های ابتکاری و هوشمند است که در جهت پیدا کردن نقاط بهینه با استفاده از قوانین حاکم بر طبیعت الهام گرفته است

نحوه کار این الگوریتم حرکت دینامیکی اجسام کروی بر روی سطح شبیدار بدون اصطکاک و تمایل آن‌ها برای رسیدن به پایین‌ترین نقطه است. این توپ‌ها فضای جستجوی را برای یافتن نقطه‌ی بهینه که همان پایین‌ترین نقطه (نسبت به یک نقطه مرجع) بر روی سطح است، جستجو می‌کنند. در این الگوریتم، به هر توپ یک ارتفاع داده می‌شود که این ارتفاع بر اساس تابع برازندگی هر توپ که جوابی از مسئله است به دست می‌آید. طبق قوانین فیزیک، توپ‌ها تمایل دارد شتاب گرفته و انرژی پتانسیل خود را برای رسیدن به پایین‌ترین نقطه از دست بدهند. در این الگوریتم هر توپ سه مختصات دارد:

موقعیت، ارتفاع و زاویه نسبت به توپ‌های دیگر، سیستمی با N توپ را در نظر می‌گیریم. موقعیت هر توپ را می‌توان به صورت زیر نشان داد (مظفری معارف و ظهیری، ۱۳۹۱).

$$\vec{x}_i = (x_i^1, \dots, x_i^d, \dots, x_i^n) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (40)$$

$$x_i^{min} \leq x_i \leq x_i^{max} \quad , \quad 1 \leq j \leq n \quad (41)$$

در معادله (۴۶)، موقعیت توپ \vec{x} در d بعد در فضای n بعدی است. هدف پیدا کردن موقعیت $f(\vec{x})$ مینیمم تابع هدف می‌باشد که در زمان t ، θ_{ij}^d زاویه‌ی بین توپ \vec{x}_i و توپ \vec{x}_j در d بعد به صورت معادله (۴۶) قابل محاسبه می‌باشد.

$$\theta_{ij}^d(t) = \left(\tan^{-1} \left(\frac{f_j(t) - f_i(t)}{x_i^d(t) - x_j^d(t)} \right) \right) d \quad (42)$$

$= 1, \dots, n \quad i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j$

مقدار $f_i(t)$ تابع هدف برای توپ \vec{x}_i در زمان t است. جهت کاهش پیچیدگی محاسبات و جواب‌های بهینه‌تر شتاب هر توپ در هر بعد به طور جداگانه از دیگر ابعاد محاسبه می‌گردد. توپ‌ها باید به پایین‌ترین نقطه در سطح شبیدار حرکت کند به دلیل شتاب توپ‌هایی که در ارتفاع پایین‌تر قرار دارند در حل مسئله به کار گرفته می‌شود. بر اساس قانون دوم نیوتن و برای محاسبه‌ی شتاب داریم (Mozaffari and Zahiri, 2014):

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (43)$$

$$a = g \cdot \sin(\theta) \quad (44)$$

پارامتر g نشان‌دهنده شتاب گرانشی است و از علوم دینامیک گرفته شده زیرا الگوریتم IPO از دینامیک و حرکت الهام گرفته است. شتاب توپ \vec{x}_i در زمان t در d بعد در الگوریتم IPO با اعمال تغییرات به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$a_i^d(t) = \sum_{j=1}^N U(f_j(t) - f_i(t)) \cdot \sin(\theta_{ij}^d(t)) \quad (45)$$

که در آن U تابع پله واحد است. سرعت توپ \vec{x}_i در d بعد نیز همانند قوانین حرکت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

اعضا در مجموعه بهینه‌ی پرتو می‌باشد.

معیار SP نیز به‌عنوان معیاری برای اندازه‌گیری پراکندگی پاسخ‌های یافت‌شده غیر چیره شده در طول جبهه پرتو استفاده می‌شود. اگر $SP = 0$ شود، نشان می‌دهد که همه‌ی اعضا در مجموعه بهینه‌ی پرتو بافاصله‌ی یکسان از همدیگر قرار دارند (فری معارف و ظهیری، ۱۳۹۱).

$$SP = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{d} - d_i)^2}{n-1}} \quad (49)$$

در معادله‌ی (۴۹)، n تعداد پاسخ‌های یافت شده غیر چیره و \bar{d} میانگین d_i ها می‌باشد. که d_i از معادله‌ی (۵۰) به دست می‌آید.

$$d_i = \min_j (|f_1^i(x) - f_1^j(x)| + |f_2^i(x) - f_2^j(x)|) \quad (50)$$

بررسی کمی عملکرد الگوریتم MOIPO در جدول ۳ آورده شده است. همچنین نتایج نشان می‌دهد الگوریتم چندهدفه‌ی بهینه‌سازی سطوح شیبدار از عملکرد خوبی برخوردار است.

تابع هدف

اهداف و محدودیت‌های مسئله بهینه‌سازی در این مطالعه حداکثر رساندن استخراج آب، به حداقل رساندن نفوذ آب‌شور و حفظ سطح آب زیرزمینی در محدوده مطلوب می‌باشد. محدودیت‌ها نیز شامل ظرفیت پمپاژ چاه‌ها، میزان مجاز نفوذ آب‌شور و مکان چاه پمپاژ هستند.

حال با استفاده از معادله (۵۱ و ۵۲) و قیود زیر می‌توان آبخوانی جهت بهره‌برداری بهینه مورد ارزیابی قرار داد. چنانکه در اینجا موقعیت، نرخ برداشت و تغذیه چاه‌ها با توجه به نیاز آبی موردنظر تعیین می‌گردد.

$$\max F_1 = \left\{ \sum_{i=1}^n Q_{ip} \right\} + P(q_p) + P(x) \quad (51)$$

$$\min F_2 = \left\{ \sum_{i=1}^n x_{is} \right\} + P(x_s) \quad (52)$$

در معادله‌ی (۵۱ و ۵۲)، $P(x)$ ، $P(q_p)$ و $P(x_s)$ توابع پنهالتی می‌باشند. برای برقراری معادله‌ی (۳-۱۲۹) باید قیود زیر در آن صدق نمایند.

$$P(q_p) = \alpha_1 \times \left| Q_{demand} - \sum_{i=1}^n Q_{ip} \right| \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (53)$$

$$P(q_p) = \alpha_2 \times \beta \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (54)$$

$$P(x) = Q_{demand} \quad (55)$$

$$P(s) = \begin{cases} \alpha_3 \times (x_{is} - S_{max}) & x_{is} > S_{max} \\ 0 & x_{is} \leq S_{max} \end{cases} \quad (56)$$

$$v_i^d(t) = \frac{x_{best}^d(t) - x_i^d(t)}{\Delta t} \quad (46)$$

که در آن x_{best}^d توپی بهترین برازندگی در کل تکرارها می‌باشد. با استفاده از قوانین حرکت به‌روزرسانی موقعیت توپ‌ها را محاسبه می‌نماییم.

$$x_i^d(t+1) = k_1 \cdot r_1 \cdot a_i^d(t) \cdot \Delta t^2 + k_2 \cdot r_2 \cdot v_i^d(t) \cdot \Delta t + x_i^d(t) \quad (47)$$

که در آن r_1 و r_2 دو عدد تصادفی در بازه‌ی [۰،۱] هستند. k_1 و k_2 نیز دو ضریب جهت کنترل فرآیند الگوریتم هستند که با آزمون و خطا دو عدد ثابت در نظر گرفته شده‌اند.

معرفی روش MOIPO

در الگوریتم چندهدفه‌ی بهینه‌سازی سطوح شیبدار (MOIPO) از روش بهینگی پرتو برای شناسایی موقعیت‌های غیر غالب و از یک مخزن بیرونی برای نگهداری این موقعیت‌ها استفاده می‌شود. ابتدا جمعیت اولیه با توجه به محدوده مشخص شده به‌صورت تصادفی ایجاد می‌شود، برازندگی جمعیت محاسبه می‌شود و از میان آن‌ها، بهترین توپ‌ها در یک مخزن بیرونی شامل پاسخ‌های پرتو نگهداری می‌شود. سپس با توجه به الگوریتم IPO، موقعیت هر توپ برای تکرار بعدی الگوریتم بروز رسانی می‌شود. این بروز رسانی شامل قرار دادن توپ‌ها غیر چیره شده فعلی در مخزن است. به‌طور هم‌زمان هر توپ چیره نشده در فرآیندی از مخزن حذف می‌شود. از آنجایی که ظرفیت مخزن محدود می‌باشد هر زمان که ظرفیت مخزن از حد استاندارد گذشت، به هر ابر مکعب احتمالی متناسب با تعداد توپ در هر ابر مکعب نسبت می‌دهیم و از طریق چرخ رولت ابر مکعب انتخاب و به‌طور تصادف نقطه مازاد حذف می‌شود این روند تا زمانی که حجم مخزن به حدنصاب برسد ادامه می‌یابد (Ismaili and Zahiri, 2013).

بررسی کمی عملکرد الگوریتم MOIPO

بررسی کمی عملکرد چندهدفه‌ی بهینه‌سازی سطوح شیبدار (MOIPO) معیارهای استاندارد GD و SP استفاده می‌شود. معیار GD به‌عنوان معیاری برای اندازه‌گیری نزدیکی پاسخ‌های یافت شده غیر چیره شده در طول جبهه پرتو استفاده می‌شود (مظفری معارف و ظهیری، ۱۳۹۱).

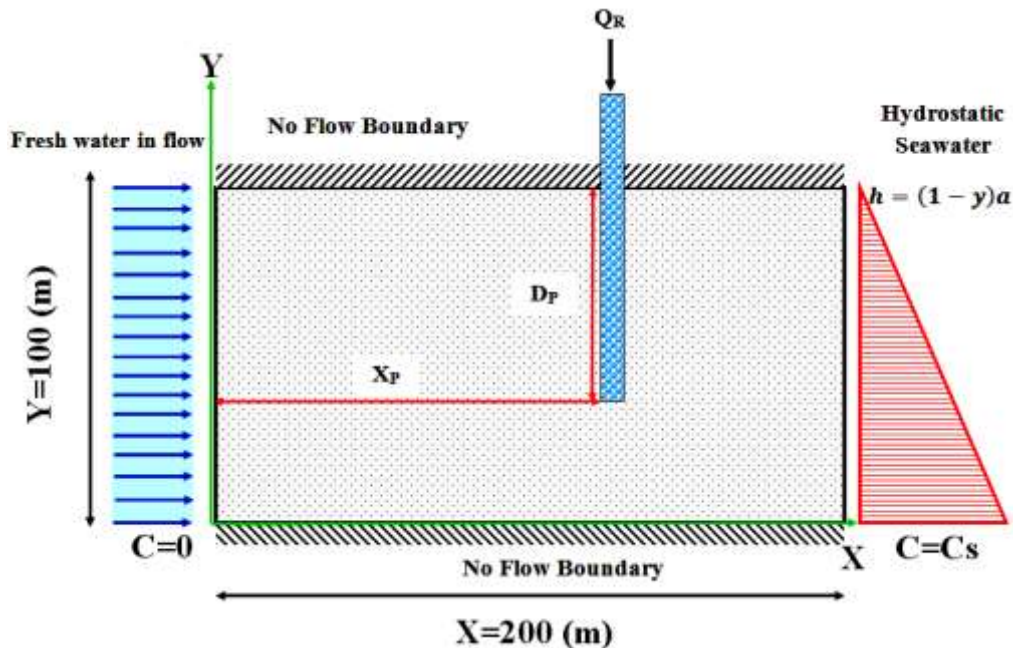
$$GD = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n} \quad (48)$$

در معادله (۴۸) n تعداد پاسخ‌های یافت شده غیر چیره و d_i^2 فاصله اقلیدوسی بین هر کدام از این اعضا و نزدیک‌ترین عضو از مجموعه‌ی بهینه پرتو می‌باشد که در فضای هدف اندازه‌گیری می‌شود. واضح است که اگر $GD = 0$ شود، نشان می‌دهد که همه‌ی

$$y_{min} = 0 < D_p < y_{max} = 100(m) \quad (۶۰) \quad S_{max} = H_0 - b \quad (۵۷)$$

$$x_{is}^{Toe} < x_{is} \quad (۶۱) \quad Q_{min} = 0 < Q_p < Q_{max} = 0.005 m^3/s \quad (۵۸)$$

$$x_{min} = 0 < x_p < x_{max} = 200(m) \quad (۵۹)$$



شکل ۲- طرح شماتیک برای متغیرهای تصمیم مسئله مورد مطالعه

۵۱ به منظور حداکثر رساندن استخراج آب، به حداقل رساندن نفوذ آب شور با استفاده از الگوریتم سیستم صفحات شیب‌دار با حداکثر تعداد تکرار برابر با ۳۰ تکرار انجام گردید که تعداد جمعیت مورد استفاده برابر با ۲۰ در نظر گرفته شد. شبکه‌بندی با فواصل ۴ متر در دو جهت طولی و عرضی انجام گرفته است و شامل ۱۰۷۱ گره می‌باشد (شکل ۳).

مقایسه خطوط غلظت شوری مورد مطالعه در روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین با مطالعه Javadi و همکاران (۲۰۱۵) در شکل ۴ نشان داده شده است نتایج نشان می‌دهد دقت روش عددی مورد استفاده بالا بوده و می‌تواند در ادامه کار مورد استفاده قرار گیرد. منحنی هم‌تراز خطوط غلظت شوری در روش عددی مورد مطالعه در شکل ۵ بدون پمپاژ نشان داده شده است (شکل ۴ و ۵).

همان‌طور که بیان گردید، در این مطالعه جهت بهینه‌سازی میزان پمپاژ چاه‌ها در یک آبخوان ساحلی و حداقل نفوذ آب شور از تلفیق دو روش بدون شبکه و سطوح شیب‌دار استفاده شد. سطح آب زیرزمینی منطقه مورد مطالعه در آبخوان ذکر شده با استفاده از روش بدون شبکه پتروو گالرکین بدون در نظر گرفتن پمپاژ اولیه به صورت شکل ۶ ارائه

در معادلات فوق x_{is} میزان افت تجمعی کل سطح آبخوان در محل چاه Δm (برحسب متر)، S_{max} میزان حداکثر افت مجاز در آبخوان (برحسب متر)، H_0 سطح اولیه آب در آبخوان (برحسب متر)، b ضخامت آبخوان (برحسب متر) Q_{ip} نرخ پمپاژ از چاه Δm (برحسب مترمکعب در سال)، Q_{min} حداقل نرخ پمپاژ از چاه Δm (برحسب مترمکعب در سال)، Q_{max} حداکثر نرخ پمپاژ از چاه Δm (برحسب مترمکعب در سال)، Q_{demand} مقدار نیاز آبی (برحسب مترمکعب در سال)، x_{is}^{Toe} میزان مجاز پیشروی آب‌شور، $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ضریب تابع پنالته، B متغیر دودویی باینری، x_i, y_i مختصات چاه Δm در آبخوان، محدوده‌ی مجاز مختصات در محور افقی و عمودی به صورت $[x_{min}, x_{max}]$ ، $[y_{min}, y_{max}]$ در فضای جستجو می‌باشد.

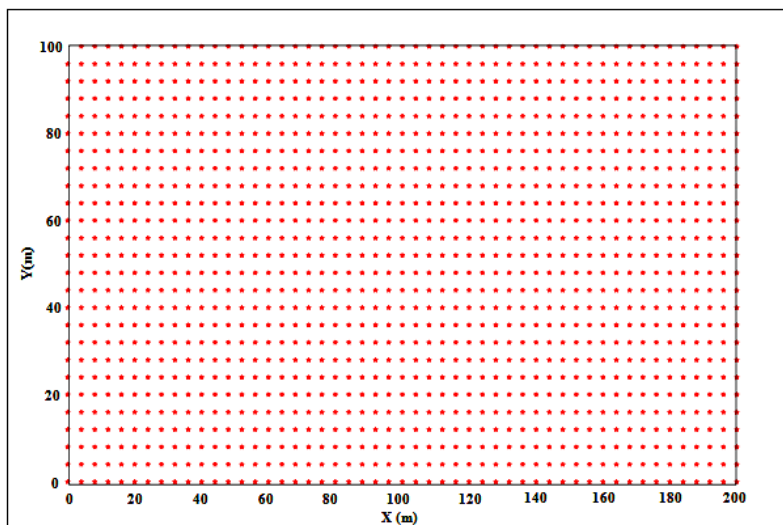
بحث و نتیجه‌گیری

در این مطالعه بهینه‌سازی تابع هدف F_1 و F_2 در معادلات ۵۰ و

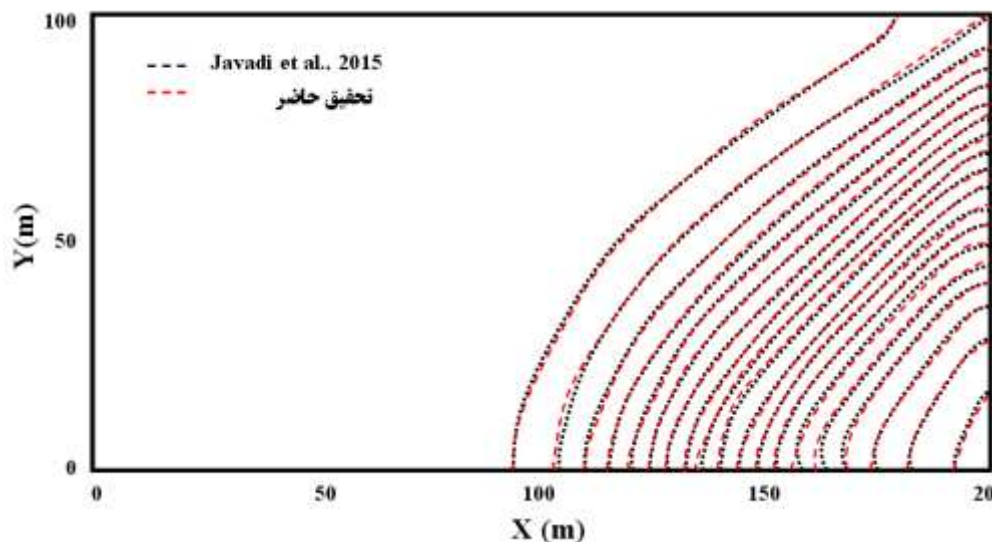
حلقه الگوریتم و ۲۰ بار تکرار مستقل الگوریتم در ادامه آمده است. جبهه‌ی پرتوی تولیدشده برای توابع هدف توسط MOIPO در شکل ۷ نشان‌دهنده‌ی این است که با افزایش نرخ پمپاژ چاه‌ها میزان پیشروی آب شور افزایش پیدا می‌کند. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش میزان برداشت، میزان افت هیدرولیکی در چاه نیز افزایش می‌یابد و هرچه برداشت کمتر باشد میزان افت نیز کمتر است. گراف‌های خطوط غلظت شوری برای بهینه‌ترین حالت نرخ پمپاژ با برقراری شرایط و قیود مسئله در شکل ۵ رسم گردیده است.

گردید. بررسی دقت و خطای روش بدون شبکه، سطح آب زیرزمینی مدل‌سازی شده با آب زیرزمینی مدل شده توسط جوادی و همکاران نشان داده شده است که روش به کاررفته از قدرت بالایی برخوردار بوده و جهت ورود این داده‌ها به مدل بهینه‌ساز الگوریتم سطوح شیب‌دار مناسب می‌باشد (Javadi et al., 2015).

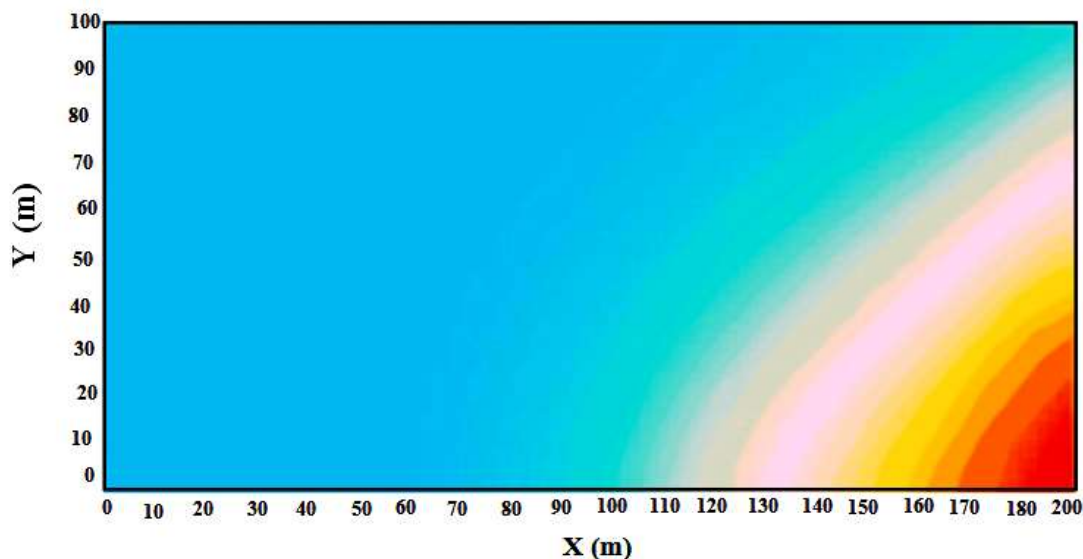
معادله‌ی (۵۰ و ۵۱) با توجه به قیود (۶۰-۵۲) با استفاده از الگوریتم بهینه‌ساز صفحات شیب‌دار چندهدفه مورد بررسی قرار گرفت. گزارش نتایج به دست آمده در شکل‌های ۵ تا ۶ از انجام ۱۰۰ تکرار



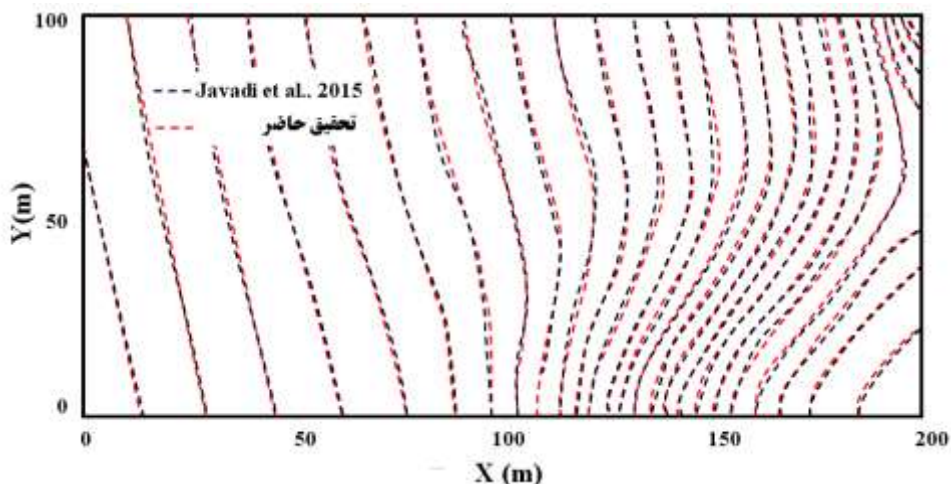
شکل ۳- نمای شماتیک آبخوان مورد مطالعه در روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین



شکل ۴- مقایسه خطوط غلظت شوری مورد مطالعه در روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین با مطالعه Javadi et al. در سال ۲۰۱۵



شکل ۵- منحنی هم‌تراز خطوط غلظت شوری در روش عددی بدون شبکه محلی پترو-گالرکین



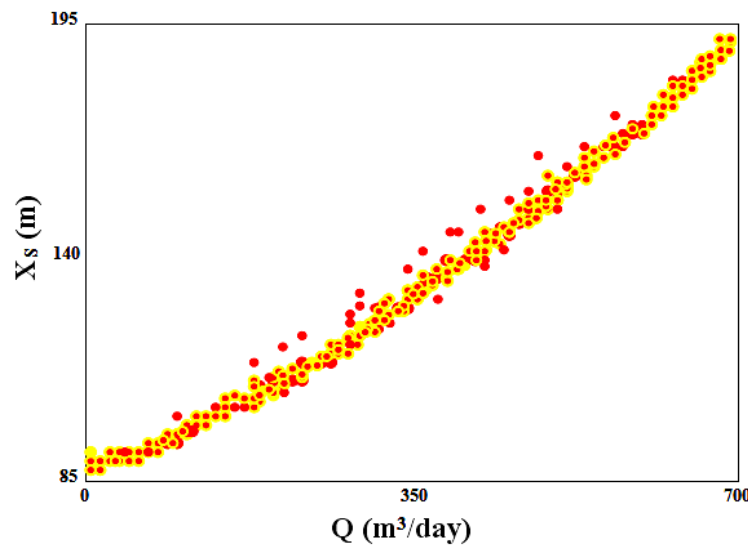
شکل ۶- مقایسه خطوط تراز آب مورد مطالعه در روش عددی بدون شبکه محلی پترو-گالرکین Javadi و همکاران (۲۰۱۵)

تنها تغییرات بسیار جزئی تجربه می‌کند. این سناریو اگرچه از نظر زیست‌محیطی مطلوب است، اما به دلیل برداشت کم، برای بهره‌برداری پایدار کافی نیست.

در سناریوی دوم، وضعیت متعادلی میان برداشت و کنترل شوری مشاهده می‌شود. کانتورهای شوری نشان می‌دهند که جبهه شوری اندکی به سمت خشکی پیشروی کرده، اما همچنان تحت کنترل قرار دارد. شکل هندسی جبهه نشان می‌دهد که چاه در مختصات (۴۰،۴۰) توانسته است با ایجاد میدان جریان پایدار، توسعه بی‌رویه شوری را مهار کرده و برداشت نسبتاً مطلوبی فراهم سازد. این سناریو با نرخ برداشت متوسط و نفوذ شوری میانی، بهترین عملکرد را بر اساس معیارهای ارائه کرده و به‌عنوان گزینه برتر مدیریت آبخوان انتخاب شده است.

بررسی کمی عملکرد الگوریتم MOIPO در جدول (۳) آورده شده است. همچنین مقادیر معیار نزدیکی و پراکندگی نشان می‌دهد الگوریتم چندهدفه‌ی بهینه‌سازی سیستم صفحات شیب‌دار از عملکرد خوبی برخوردار است

نتایج حاصل از اجرای مدل تلفیقی MLPG-MOIPO نشان داد که رفتار آبخوان ساحلی به‌صورت مستقیم تحت تأثیر میزان برداشت از چاه قرار داشته و الگوی جبهه شوری در سه سناریوی منتخب جبهه پارتو تفاوت‌های آشکاری را نمایش می‌دهد. در سناریوی نخست، که نرخ برداشت در پایین‌ترین حد قرار دارد، کانتورهای شوری تقریباً در موقعیت اولیه خود باقی مانده‌اند و زبانه آب‌شور دارای عمق و گستره محدود است. در این حالت، پمپاژ کم موجب حفظ تعادل هیدرولیکی شده و به دلیل عدم ایجاد گرادپان مکشی قابل توجه، جبهه شوری



شکل ۷- جبهه‌ی پرتوی تولیدشده برای توابع هدف توسط MOIPO

جدول ۳- نتایج معیار نزدیکی و معیار پراکندگی توسط MOIPO

مقدار	محدوده	معیار	مقدار	محدوده	معیار
۰/۰۱۷۴	مینیم		۰/۰۰۱۸	مینیم	
۰/۰۴۳۵	ماکزیم	معیار پراکندگی	۰/۰۰۳۹	ماکزیم	معیار نزدیکی
۰/۰۲۶۴	مُد	(SP)	۰/۰۰۲۵	مُد	(GD)
۰/۰۳۷۹	میانگین		۰/۰۰۲۷	میانگین	

مدیریت بهینه آبخوان‌های ساحلی، به‌ویژه در شرایطی که سطح برداشت آب افزایش می‌یابد و تغذیه طبیعی محدود است، نیازمند ابزارهای پیشرفته شبیه‌سازی و بهینه‌سازی می‌باشد. این مطالعه با توسعه یک مدل شبیه‌سازی-بهینه‌سازی دو بعدی جریان آب زیرزمینی و انتقال شوری، توانست عملکرد الگوریتم‌های چندهدفه را در مسائل واقعی مدیریت آبخوان‌های ساحلی ارزیابی نماید.

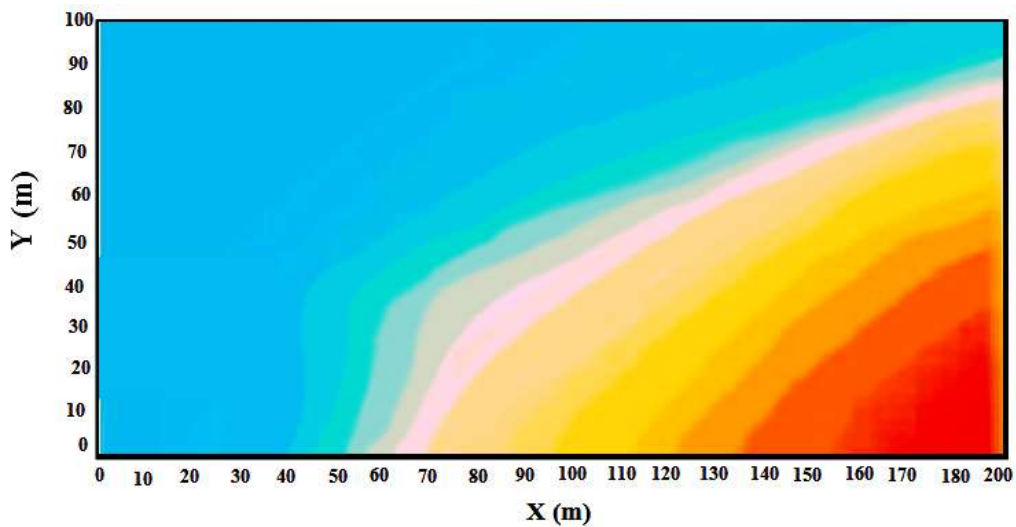
نتیجه‌گیری

نفوذ آب دریا یک مشکل زیست‌محیطی گسترده، به‌ویژه در مناطق ساحلی خشک و نیمه‌خشک است؛ بنابراین، باید استراتژی‌های مدیریتی مناسبی در سفره‌های آب ساحلی برای کنترل نفوذ آب شور در نظر گرفته شود که با توجه به هزینه‌های اقتصادی و زیست‌محیطی قابل اجرا باشد. لذا در این مطالعه، توسعه و کاربرد یک مدل شبیه‌سازی-بهینه‌سازی را برای ارزیابی روش‌های مختلف مدیریتی کنترل نفوذ آب شور جهت بهینه‌سازی مکان بهینه چاه با قابلیت برداشت آب موردنیاز ارائه می‌دهد. مدل شبیه‌سازی با یک الگوریتم چندهدفه MOIPO برای بهینه‌سازی ترتیبات کنترلی برای یک آبخوان معیار (مسئله هنری) ادغام شد.

در سناریوی سوم، افزایش نرخ برداشت مکش از ناحیه ساحلی و در نتیجه حرکت سریع‌تر و عمیق‌تر جبهه شوری می‌شود. کانتورهای شوری در این حالت فشرده‌تر، پرشیب‌تر و گسترده‌تر هستند که نشان‌دهنده ناپایداری سیستم و افزایش شدید احتمال شورشدگی آبخوان در بلندمدت است.

در مجموع، تحلیل سه کانتور منتخب ثابت می‌کند که مدل MLPG-MOIPO توانایی دقیق در پیش‌بینی رفتار شوری و ارائه گزینه بهینه برداشت را دارد و سناریوی دوم بهترین تعادل میان نیازهای بهره‌برداری و حفاظت کیفی آبخوان را فراهم می‌سازد.

کاهش کیفیت آب به علت نفوذ آب شور دریا به آبخوان‌های ساحلی، از مهم‌ترین مشکلات زیست‌محیطی در این مناطق است که با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی می‌توان چاه‌های برداشت را در مکانی قرارداد تا نفوذ آب شور به حداقل خود برسد. در این مطالعه پس از بررسی قیود بهینه‌ترین حالت انتخاب‌شده و میزان پیشروی شوری آن سنجیده شده است. در این مطالعه مکان چاه در مختصات (۴۰، ۴۰) در نظر گرفته شده است و خطوط غلظت شوری در روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین با چاه پمپاژ در شکل ۸ نشان داده شده است (جدول ۴).



شکل ۸- خطوط غلظت شوری در روش عددی بدون شبکه محلی پتروو-گالرکین با چاه پمپاژ

جدول ۴- مشخصات چاه‌های بهینه شده در الگوریتم

چاه	مختصات (X, Y) (متر)	برداشت روزانه (متر مکعب بر روز)
چاه برداشت	(۴۰, ۴۰)	۴۱۲

میانگین 0.379% نشان داد که جواب‌ها هم به جبهه پارتوی ایده‌آل نزدیک‌اند و هم به‌طور یکنواخت توزیع شده‌اند. در بهترین سناریوی بهینه‌شده، محل چاه در مختصات (۴۰، ۴۰) انتخاب شد. بررسی خطوط کانتور غلظت شوری نشان داد که دامنه نفوذ آب شور به‌طور محسوسی نسبت به حالت بدون پمپاژ عقب‌نشینی کرده است. نتایج نشان داده است که با پمپاژ بهینه، پیشروی آب شور کوتاه‌تر شده و گرادیان شوری در ناحیه اطراف چاه کاهش یافته است. این امر اثبات می‌کند که مدل MLPG-MOIPO قادر است با حفظ برداشت مطلوب، پیشروی شوری را به حداقل ممکن کاهش دهد و راهکاری قابل اتکا برای مدیریت آبخوان‌های ساحلی فراهم سازد.

منابع

ارانی ادیمی، ع.، رضاپور، م.، رضاپور، ع. و مقری، پ. ۱۴۰۲. بررسی اثر ترکیبی چاه تزریق و دیوار آب‌بند بر جلوگیری از هجوم آب شور در آبخوان ساحلی. پنجمین کنفرانس ملی مهندسی و مدیریت محیط‌زیست قائم‌شهر، خرداد، مازندران، ایران.

کتابچی، ح. و عطایی آشتیانی، ب. ۱۳۸۹. توسعه الگوریتم فرا ابتکاری بهینه‌سازی جامعه مورچه‌ها به‌صورت تلفیقی با مدل شبیه‌سازی عددی برای مدیریت بهینه آبخوان‌های ساحلی. فصلنامه تحقیقات منابع آب ایران، سال ۱۷(۱): ۱-۱۲.

در این مطالعه مدل تلفیقی شبیه‌سازی عددی با گسسته‌سازی روش بدون شبکه، بر اساس مدل بهینه‌سازی چندهدفه‌ی الگوریتم سطوح شیب‌دار ارائه شد. مقایسه روش مطالعه حاضر با مطالعات جوادی و همکاران در سال ۲۰۱۵ نشان داده است که مدل از دقت بالایی برخوردار است. لذا، با توجه به کارایی و صرفه‌جویی زمانی در مدل‌سازی، مدل MLPG-MOIPO می‌تواند به‌عنوان یک مدل بهینه جهت بهره‌برداری بهینه از آبخوان باهدف کاهش پیشروی آب شور استفاده گردد. نتایج نشان داد که استفاده هم‌زمان از الگوریتم سطوح شیب‌دار و روش عددی بدون شبکه می‌تواند در مدیریت بهینه جهت کاهش افت سطح آب زیرزمینی و کاهش پیشروی غلظت شوری کمک شایانی نماید.

در این مطالعه، مدل ترکیبی MLPG-MOIPO برای شبیه‌سازی و بهینه‌سازی رفتار یک آبخوان ساحلی توسعه یافت. تحلیل عددی با روش بدون شبکه MLPG در دامنه‌ای با ابعاد 100×200 متر و 1071 گره انجام شد. مقایسه خطوط غلظت شوری و تراز آب میان نتایج این مدل و نتایج توسط Javadi و همکاران (۲۰۱۵) نشان داده شده که مدل MLPG قادر است شکل و سیر جبهه شوری را با دقت بسیار بالا بازتولید کند و اختلاف قابل ملاحظه‌ای مشاهده نشد. الگوریتم چندهدفه MOIPO با ۲۰ جمعیت اولیه و ۳۰ تکرار اجرا شد و منجر به تولید جبهه پارتوی پایدار گردید. معیارهای کمی عملکرد الگوریتم شامل GD با میانگین 0.027% و SP با

- Elci, A. and Ayvaz, MT. 2014. Differential-evolution algorithm best optimization for the site selection of groundwater production wells with the consideration of the vulnerability concept. *Journal of Hydrology*. 511: 736-749. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2014.01.071>
- El Shinawi, A., Kuriqi, A., Zelenakova, M., Vranayova, Z. and Abd-Elaty, I. 2022. Land subsidence and environmental threats in coasta aquifers under sea level rise and over-pumping stress. *Journal of Hydrology*. 608:127607. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2022.127607>
- Formato, R.A. 2007. Central force optimization: A new metaheuristic with applications in applied electromagnetics. *Journal of Progress in Electromagnetics Research*. 77: 425-491. <https://doi.org/10.2528/PIER07082403>
- Guo, X., Zhang, J., Xu, Y., Xu, H., Ding, G., Wang, Z. and Ma, X. 2013. Study on seawater intrusion in Kiaochow bay region. *Journal of Meteorological and Environmental Research*. 4(1): 39-40.
- Hughes J.D. and Sanford WE. 2004. SUTRA-MS: a version of sutra modified to simulate heat and multiple-solute transport. 1207. Open-File Report 1207.
- Hans, J. and Diersch, G. 2014. Finite element modeling of flow mass and heat transport in porous and fractured media. Springer.
- IPCC. 2021. The IPCC has finalized the first part of the sixth assessment report, climate change 2021: the physical science basis, the working group contribution to the sixth assessment report. It was finalized on 6 August 2021 during the 14th Session of Working Group I and 54th Session of the IPCC. . <https://doi.org/>
- IPCC .2007. An Assessment of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Adopted section by section at IPCC Plenary XXVII (Valencia, Spain, 12-17 November 2007), represents the formally agreed statement of the IPCC concerning key findings and uncertainties contained in the Working Group contributions to the Fourth Assessment Report.
- Ismaili M.R. and Zahiri s.h. 2013. Epilepsy diagnosis in EEC signal using line length and classification based on IPO algorithm. Second International Conference on Model Recognition and Image Analysis of Iran, University of Gilan. (In Persian).
- Javadi, A. Hussain, M. Sherif, M. Farmani, R. 2015. Multi-objective Optimization of Different Management Scenarios to Control Seawater Intrusion in Coastal Aquifers. *Journal of Water Resources Management*. 29: 1843-1857, <https://doi.org/10.1007/s11269-015-0914-1>.
- Kansa, E.J. 1990. Multiquadrics-A Scattered Data کریم زاده، ا.، اکبرپور، ا. و محتشمی، ع. ۱۴۰۳. شبیه‌سازی نفوذ آب دریا در آبخوان ساحلی به کمک روش عددی MLPG. دوره (۱)۵: ۱۹-۴۴.
- شکری، ن. و همایون، س. ر. ۱۳۹۲. ارزیابی روش‌های حل معادله انتقال پخش (Advection Diffusion) به روش احجام محدود (Finite Volume). دوازدهمین کنفرانس هیدرولیک ایران، کرج.
- قری، پ.، رضاپور، م. و رضاپور، ع. ۱۴۰۱. بررسی آزمایشگاهی تأثیر هم‌زمان چاه برداشت و دیوار آب‌بند بر کاهش هجوم آب‌شور در آبخوان ساحلی. اولین همایش ملی توسعه پایدار خلیج‌فارس: محیط‌زیست بر مناطق ساحلی، اردیبهشت، دانشگاه خلیج‌فارس، بوشهر، ایران.
- محتشمی، ع. ۱۳۹۵. استفاده از روش بدون شبکه در مدل‌سازی جریان آب زیرزمینی در آبخوان آزاد. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه بیرجند.
- مظفری معارف، م. ح. و ظهیری، س. ح. ۱۳۹۱. الگوریتم بهینه‌سازی سیستم صفحات شیب‌دار. مجله علمی پژوهشی رایانش نرم و فناوری اطلاعات. ۱(۱): ۳-۲۰.
- نخعی، م.، محمدی، خ. و رضایی، ح. ۱۳۸۴. بهینه‌یابی مدل عددی برداشت از آبخوان با استفاده از الگوریتم ژنتیک (مطالعه موردی آبخوان ساحلی ارومیه)، یادداشت فنی مجله‌ی تحقیقات منابع آب ایران، ۱۰(۲): ۱۱-۲۰.
- Arslan, H. and Demir, Y. 2013. Impacts of seawater intrusion on soil salinity and alkalinity in Bafra Plain. *Turkey Environ Monitoring Assess*. 185(2): 1027-1040. . <https://doi.org/10.1007/s10661-012-2611-3>
- Abd-Elaty, I., Shahawy, A.E., Santoro, S., Curcio, E. and Straface, S. 2021. Effects of groundwater abstraction and desalination brine deep injection on a coastal aquifer. *Science of the Total Environment*. 795: 148928.
- Abdoulhalik, A., Ahmed, A. and Hamill, G. 2017. A new physical barrier system for seawater intrusion control. *Journal of Hydrology*. 549: 416-427. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EE.1943-7870.0001194](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EE.1943-7870.0001194)
- Bear, J. 1999. *Seawater Intrusion in Coastal Aquifers*. Springer Science & Business Media. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2021.148928>
- Diersch, H.J. 1988. Finite element modelling of recirculating density-driven saltwater intrusion processes in groundwater. *Advances in Water Resources*. 11 (1): 25-43. <https://doi.org/>

- salinization. *Journal of Water Resources Planning and Management*. 146(9): 20. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)WR.1943-5452.0001278](https://doi.org/10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0001278).
- Rastogi, A. K. Choi, G. W. and Ukarande, S. K. 2004. Diffused interface model to prevent ingress of seawater in multi-layer coastal aquifers. *Journal of Special Hydrology*. 1-31.
- Sun, L.Y., Hua, C.X., Guo, L., Liu, J.Z., Xiu, S.Y. and Sun, Y.A. 2006. Application of high pressure grouting technology to prevent seawater intrusion in Jiaodong Peninsula. *Journal of Water Conservancy Project Construction and Management*. 26(6): 53-54.
- Sun, Q., Zheng, T., Zheng, X. and Walther, M. 2021. Effectiveness and comparison of physical barriers on seawater intrusion and nitrate accumulation in upstream aquifers. *Journal of contaminant hydrology*. 243: 103913. <https://doi.org/10.1016/j.jconhyd.2021.103913>.
- Shen, Y., Xin, P. and Yu, X. 2020. Combined effect of cutoff wall and tides on groundwater flow and salinity distribution in coastal unconfined aquifers. *Journal of Hydrology*. 581: 124444. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.124444>.
- Voss, C.I. And Provost, A. M. 2010. SUTRA-A model for saturated-unsaturated variable-density groundwater flow with solute or energy transport. Report 2(4231).
- Yang, J., Graf, T., Luo, J. and Lu, C. 2021. Effect of cutoff wall on freshwater storage in small islands considering ocean surge inundation. *Journal of Hydrology*. 603, 127143. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2021.127143>.
- Ye, Yu., Chiogna, G., Cirpka, O. Grathwohl, P. and Rolle, M. 2015. Experimental Investigation of Compound Specific Dilution of Solute Plumes in Saturated Porous Media: 2-D vs. 3-D Flow-Through Systems. *Journal of Contaminant Hydrology*. 172: 33-47. <https://doi.org/10.1016/j.jconhyd.2014.11.002>.
- Zeynali, M. J., Pourreza-Bilondi, M., Akbarpour, A., Yazdi, J. and Zekri, S. 2022. Optimizing pump-and-treat method by considering important remediation objectives. *Applied Water Science*. 12 (12): Article 268. <https://doi.org/10.1007/s13201-022-01785-2>
- Approximation Scheme with Applications to Computational Fluid-Dynamics-II Solutions to Parabolic Hyperbolic and Elliptic Partial Differential Equations. *Computers and Mathematics with Applications*. 19: 147-161. [http://dx.doi.org/10.1016/0898-1221\(90\)90271-K](http://dx.doi.org/10.1016/0898-1221(90)90271-K).
- Liu, W.K., Jun, S. and Zhang, Y.F. 1995. Mesh free methods. CRC PRESS, Boca Raton, London, NewYork, Washington, D.C.
- Luyun, J.R., Momii, K. and Nakagawa, K. 2009. Laboratory-scale saltwater behavior due to subsurface cutoff wall. *Journal of Hydrology*. 377(3-4): 227-236. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2009.08.019>
- Majidi Khalilabad, N., Mohtashami, A., Khorashadizadeh, M. and Akbarpour, A. 2022. Monitoring network design with MLPG-TLBO hybrid model: A case study of Birjand, Iran. *Applied Water Science*, 12(6): 117. [<https://doi.org/10.1007/s13201-022-01641-0>]
- Mohtashami, A., Al-Ghafri, A., Khaneiki, M. L. and Akbarpour, A. 2025. Application of the quality border delineation for sustainable protection of groundwater resources, qanats, against contamination using meshless numerical method. *Journal of Contaminant Hydrology*, 104608. [<https://doi.org/10.1016/j.jconhyd.2024.104608>]
- Mohtashami, A., Hashemi Monfared, S. A., Azizyan, G., and Akbarpour, A. 2019. Prediction of groundwater fluctuations using meshless local Petrov-Galerkin numerical method in a field aquifer (Birjand Aquifer). *Numerical Methods in Civil Engineering*, 3 (4): 33-41. <https://doi.org/10.22034/nmce.2019.184706>
- Mozaffari, M.H. and Zahiri S.H. 2014. Unsupervised data and histogram clustering using Inclined Planes system Optimization algorithm. *Journal of image analysis and stereology*. 33(1): 65-74.
- Omajene, A., Egbai, J., Chucks, O. and Emmanuel, C. 2024. Investigation of Saltwater Intrusion into Freshwater Aquifers in Some Estuary Environment in Niger Delta, *Journal of Water Resources and Ocean Science*. 13(4): 94-104. <https://doi.org/10.11648/j.wros.20241304.11>.
- Polemio, M. and Zuffiano, L. E. 2020. Review of utilization management of Groundwater at risk of

Optimal Location of Pumping Wells in Coastal Aquifer Using Model-Simulator-Optimizer (MLPG - MOIPO)

Z. Baazm¹, A. Akbarpour, M². Yaghoubzadeh³, S. S. Eslamian⁴, H. Khozaymehnezhad⁵

Received: Sep. 08, 2025

Accepted: Dec. 05, 2025

Abstract

Saline intrusion into freshwater aquifers is one of the important and challenging issues in water resources management. This process is usually the result of human activities such as excessive exploitation, groundwater depletion, as well as natural factors such as climate change and erosion. In this study, a combined numerical simulation model with Petrov-Galerkin gridless discretization method was presented based on the multi-objective optimization model of the sloped surface algorithm. Considering the high accuracy, efficiency and time saving in modeling, the MLPG-MOIPO simulator-optimizer model can be used as an optimal model for locating wells for exploiting aquifers. The results showed that the simultaneous use of the sloped surface system algorithm and the gridless numerical method can be of great help in optimal management to reduce groundwater level drop and maximize water extraction, minimizing saltwater intrusion. In this study, in order to investigate the efficiency of the numerical simulation model based on the Petrov-Galerkin gridless method in a coastal aquifer, an example was solved and evaluated with previous works, and the results of this evaluation showed the accuracy and validity of the developed model. Also, combining this model with the simulated model revealed its applicability in the optimal management of coastal aquifers. The results obtained from the quantitative examination of the performance of the MOIPO algorithm in the values of the proximity and dispersion criteria show that the multi-objective algorithm for optimizing the sloped plate system has good performance. Therefore, the combined MLPG-MOIPO model can be introduced as an efficient model in the simulation and optimization of coastal aquifers.

Keywords: Metaheuristic algorithm for inclined plate system, Numerical model, Petrov-Galerkin meshless method, saltwater intrusion.

1- PhD student in Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Birjand, Birjand., Iran

2- Professor, Department of Civil Engineering, University of Birjand, Birjand., Iran

3- Associate Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Birjand, Birjand, Iran

4- Professor, Department of Water Science and Engineering, College of Agriculture, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

5- Associate Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Birjand, Birjand, Iran

(* - Corresponding Author Email: akbarpour@birjand.ac.ir)