

تحلیل فراوانی سیلاب با استفاده از توابع مفصل ارشمیدسی بر مبنای سری حداکثر سالانه (مطالعه موردی ایستگاه هیدرومتری ارازکوسه در استان گلستان)

یللا رحیمی^۱، امیراحمددهقانی^{۲*}، محمد عبدالحسینی^۳، خلیل قربانی^۴

تاریخ دریافت: ۹۲/۰۹/۱۲ تاریخ پذیرش: ۹۳/۰۲/۱۷

چکیده

تحلیل فراوانی یک‌متغیره‌ی وقایع هیدرولوژیک به علت عدم در نظر گرفتن همزمان همه‌ی مشخصه‌های مؤثر بر واقعه می‌تواند با خطا همراه باشد. بر این اساس تحلیل فراوانی بیش از یک متغیره‌ی وقایع هیدرولوژیک مانند سیلاب می‌تواند در مدیریت منابع آب و طراحی سازه‌ها مفید باشد. در هیدروگراف سیلاب دو عامل مقدار دبی اوج و حجم سیلاب نقش تعیین‌کننده‌ی در طراحی سازه‌ها دارند، لذا در این تحقیق از توابع مفصل ارشمیدسی برای تحلیل ساختار وابستگی بین این دو متغیر تصادفی استفاده شد. با در نظر گرفتن معیار حدی دبی اوج و روش حداکثر سالانه، سری زمانی داده‌های پدیده سیلاب در مقیاس روزانه برای ایستگاه ارازکوسه ایجاد گردید. این ایستگاه بر روی رودخانه چهل‌چای استان گلستان قرار دارد. مساحت این حوضه ۱۶۷۸/۱ کیلومترمربع و طول دوره آماری آن ۴۰ سال می‌باشد. نتایج نشان داد که تابع مفصل مقادیر حدی کامل برازش بهتری بر داده‌ها دارد. برای بررسی دوره بازگشت وقایع در حالت توأم، بنا بر نیاز طراحی می‌توان از دوره بازگشت توأم در دو حالت «یا» و «و» و دوره بازگشت توأم شرطی استفاده نمود. به طور مثال در این تحقیق، رخداد واقعه‌ای با مقادیر دبی اوج و حجمی برابر دوره بازگشت یک‌متغیره‌ی ۵۰ سال، در حالت توأم «یا» دارای دوره بازگشتی برابر با ۳۸ سال و در حالت توأم «و» دارای دوره بازگشتی برابر با ۷۲ سال است. در نتیجه طراحی بر اساس حالت «یا» اطمینان‌پذیرتر است زیرا برای دوره بازگشتی برابر با دوره بازگشت یک‌متغیره مقادیر چندک بیش‌تری برای دبی اوج و حجم برآورد می‌گردد. تفاوت مقادیر دبی اوج و حجم حاصل از تحلیل دو متغیره در قیاس با تحلیل یک متغیره گویای آن است که تحلیل فراوانی یک‌متغیره‌ی وقایع هیدرولوژیک به علت عدم در نظر گرفتن تمامی مشخصه‌های مؤثر در یک پدیده، تحلیلی جامع و به‌دور از خطا نمی‌باشد. بنابراین تحلیل چند متغیره وقایع هیدرولوژیک توصیه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: تحلیل فراوانی چند متغیره، دوره بازگشت توأم، دوره بازگشت شرطی.

مقدمه

پدیده‌های هیدرولوژیک اغلب دارای مشخصات مختلفی هستند که به منظور تحلیل فراوانی آن‌ها، هر یک از مؤلفه‌های پدیده‌ی مربوطه ممکن است به طور مستقل یا توأم مورد بررسی قرار گیرند. تغییرات موجود در این پدیده‌ها توسط همین مؤلفه‌ها بیان می‌شود و این مؤلفه‌ها که هر یک را می‌توان یک متغیر تصادفی در نظر گرفت به گونه‌ای با یکدیگر در ارتباط هستند که تغییر یکی بر دیگری تأثیرگذار بوده و مستقل از هم نیستند. لذا تحلیل فراوانی یک‌متغیره‌ی آن‌ها، به علت عدم در نظرگیری وابستگی بین این متغیرهای تصادفی، می‌تواند با خطا همراه می‌باشد (Yue et al, 2001).

وقایع هیدرولوژیک موجود در طبیعت مانند بارندگی، سیلاب، خشکسالی و ... اغلب پدیده‌هایی هستند که با چند متغیر تصادفی مشخص می‌شوند و تحلیل جامع و به‌دور از خطای این وقایع، مسلماً نیازمند تحلیل فراوانی چند متغیره خواهد بود. در مطالعات تحلیل فراوانی چند متغیره تا اواخر قرن بیستم، تنها از توابع توزیع آماری چند متغیره که در واقع حالات توسعه یافته توزیع‌های یک‌متغیره هستند، استفاده شده است. در تحلیل فراوانی وقایع با استفاده از توابع توزیع خانواده‌های چند متغیره فرض بر این است که توابع توزیع حاشیه‌ای متغیرهای تصادفی تشکیل دهنده واقعه، از همان خانواده (با توزیع مشابه) هستند که این موضوع باعث ایجاد محدودیت‌هایی در استفاده از این روش‌ها می‌شود (Zhang & Singh, 2006). به علاوه افزایش تعداد متغیرها به بیش از دو عدد موجب ایجاد فرمول‌های پیچیده‌ی ریاضی می‌گردد که جداسازی رفتار حاشیه‌ای و توأم متغیرها را دشوار می‌سازد. این محدودیت‌ها بزرگ‌ترین مانع پیش‌رو در استفاده از توزیع‌های آماری چند متغیره برای تحلیل فراوانی وقایع می‌باشد که در بعضی مطالعات با استفاده از تبدیل‌های خاص به دنبال رفع آن

۱- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی منابع آب، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

۲- دانشیار گروه مهندسی آب، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

۳ و ۴- استادیار گروه مهندسی آب، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان
(Email: a.dehghani@gau.ac.ir)

* - نویسنده مسئول:

برآمدند.

جدیدترین روش ارائه شده برای رفع محدودیت‌های ذکر شده که اولین بار توسط اسکالر معرفی شد، به نام تابع مفصل^۱ شناخته می‌شود (Skalar, 1959). توابع مفصل در مسائل گوناگون هیدرولوژی و مدیریت منابع آب مانند تحلیل فراوانی سیلاب (مانند فاوره و همکاران (Favre et al, 2004)) یا خشکسالی (مانند شیائو و همکاران (Shiau et al, 2007)) و یا تحلیل فراوانی شدت-مدت بارش (مانند زانگ و همکاران (Zhang et al, 2007)) قابل استفاده هستند (Lee & Salas, 2011).

از جمله تحقیقاتی که در زمینه استفاده از توابع مفصل در هیدرولوژی انجام شده است می‌توان به موارد زیر اشاره نمود: فاوره و همکاران از توابع مفصل دو متغیره برای توصیف وابستگی بین دبی اوج و حجم سیلاب در ایالت کبک کانادا استفاده کردند و استفاده از این توابع را به علت کارایی در مدل‌سازی ساختار دو متغیره در دامنه‌ی وسیع همبستگی بین متغیرهای هیدرولوژیک پیشنهاد نمودند (Favre et al, 2004). گریمالدی و سرینالدی تحلیل فراوانی چند متغیره سیلاب را با استفاده از توابع مفصل نامتقارن تشریح نمودند (Grimaldi & Serinaldi, 2006). سرینالدی و گریمالدی کاربرد خانواده‌ای از توابع مفصل را با عنوان توابع مفصل نامتقارن در تحلیل داده‌های هیدرولوژیک بیان کردند (Serinaldi & Grimaldi, 2007). پولین و همکاران با استفاده از دبی روزانه‌ی ایستگاهی بر روی رودخانه لیره^۲ فرانسه به بیان خصوصیات وابستگی در دنباله توابع مفصل در تحلیل فراوانی دو متغیره پرداختند (Poulin et al, 2007). فرخ‌نیا و مرید تحلیل شدت و مدت خشکسالی را با استفاده از توابع توابع مفصل مورد بررسی قرار دادند (فرخ‌نیا و مرید، ۱۳۸۷). شیائو و مدرس برای تحلیل شدت-مدت-فراوانی خشکسالی در ایران از توابع مفصل استفاده نمودند (Shiau & Modrres, 2009). زانگ و همکاران برای تحلیل وقایع حدی و رفتار هیدرولوژیک آن‌ها در حوضه رودخانه پی اِرل^۳ چین از توابع مفصل استفاده نمودند (Zhang et al, 2011). ردی و گنگولی به تحلیل فراوانی دو متغیره‌ی سیلاب شامل دبی حداکثر سالانه - حجم سیلاب و حجم - مدت سیلاب با استفاده از توابع مفصل ارشمیدسی پرداختند (Reddy & Ganguli, 2012). عبدالحسینی (۱۳۹۱) کاربرد توابع مفصل را در تحلیل فراوانی چند متغیره‌ی جریان‌های کم در حوضه‌ی آبریز دریای خزر مورد بررسی قرار داد. مددگار و مرادخانی، به منظور تحلیل خشکسالی تحت شرایط تغییرات آب و هوایی، از توابع مفصل سه متغیره برای تحلیل

داده‌های بالادست رودخانه کالمات^۴ در شمال غرب اقیانوس آرام استفاده کرده و نشان دادند که وابستگی زیادی بین سختی و مدت خشکسالی وجود دارد اما مدت و شدت خشکسالی دارای وابستگی کم‌تری هستند (Madadgar & Moradkhani, 2013).

در اکثر تحقیقات انجام شده در کشور تا به امروز به علت دشواری روش‌های موجود در تحلیل آماری خصوصیات پدیده سیلاب با توجه به عدم استقلال متغیرهای مورد مطالعه، تنها مقادیر حداکثر دبی اوج سالانه مورد تحلیل فراوانی یک‌متغیره قرار گرفته و تأثیر سایر ویژگی‌های تأثیرگذار در تحلیل مدنظر قرار نگرفته است. اما در این تحقیق پس از استخراج متغیرهای تصادفی دبی اوج و حجم سیلاب به روش حداکثر سالانه، برای دستیابی به حداکثر اطمینان تحلیل فراوانی دو متغیره‌ی سیلاب، انجام می‌شود. همچنین در برخی تحقیقات انجام شده در خارج از کشور و در ایران اکثر تحقیقات انجام شده مبنی بر تحلیل دو متغیره و چند متغیره وقایع هیدرولوژیک از یک سری توابع از پیش فرض شده به عنوان تابع توزیع یک متغیره و توابع مفصل مناسب، بدون انجام آزمون‌های نیکویی برازش استفاده می‌شود (مانند فرخ‌نیا و مرید (۱۳۸۷)، امید و همکاران (۱۳۸۹)، عباسیان و موسوی ندوشن (۱۳۹۲) ...). اما در این تحقیق از خانواده‌های مختلف توابع توزیع یک‌متغیره و توابع مفصل ارشمیدسی استفاده شده است و پارامترهای مربوط به هر توزیع تعیین شده و سپس با انجام آزمون‌های مختلف نیکویی برازش بهترین توابع انتخاب شوند و در نهایت بررسی دوره بازگشت وقایع با در نظر گرفتن مناسب‌ترین توابع صورت پذیرد.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه این تحقیق ایستگاه هیدرومتری ارازکوسه می‌باشد این ایستگاه بر روی رودخانه چهل‌چای از شاخه‌های فرعی گرگان‌رود در مجاورت شهر گنبد در استان گلستان قرار داشته و دارای موقعیت جغرافیایی به طول ۵۵ درجه و ۸ دقیقه، عرض ۳۷ درجه و ۱۳ دقیقه بوده، ارتفاع آن از سطح آب‌های آزاد ۳۴/۵ متر و مساحت حوضه‌ی آبخیز آن ۱۶۷۸/۱ کیلومتر مربع و دارای تجهیزات اشل، لیمینوگراف و پل تلفریک است. تأسیس این ایستگاه در سال ۱۳۴۳ بوده اما از سال ۱۳۵۰ به بعد دارای آمار ممتد دبی روزانه می‌باشد. برای انجام این تحقیق، طول دوره آماری ۴۰ ساله (سال ۱۳۵۱-۱۳۵۰ الی ۱۳۹۰-۱۳۸۹) انتخاب گردیده است.

سری زمانی داده‌ها

۱- Copula

۲- Loire

۳- Pearl

۴- Klamath

به منظور ترسیم هیدروگراف سیل، لحظه‌ی جداسدن جریان روزانه از دبی پایه به عنوان زمان آغاز سیل و لحظه‌ی بازگشت دبی جریان به دبی پایه (زمان فروکش کامل سیل) به عنوان نقطه پایان سیل در نظر گرفته شد. بر این اساس، یک پدیده‌ی اوج گرفتن جریان رودخانه از دبی پایه و رسیدن مجدد به دبی پایه ممکن است دست کم چند روز متوالی به طول بیانجامد و هیدروگراف سیل به جای داشتن یک قله اوج، چند قله‌ای باشد. استخراج سری زمانی داده‌ها برای تحلیل فراوانی در مقیاس روزانه، با روش حداکثر سالانه صورت گرفته است. یعنی برای هر سال یک واقعه حدی با مقدار دبی اوج حداکثر انتخاب شده و هر کدام از این وقایع حدی دارای مشخصات دبی اوج و حجم مربوط به خود می‌باشند.

هدف از انجام این تحقیق، تحلیل فراوانی دو متغیره سیلاب بر اساس دو مشخصه دبی اوج و حجم سیلاب می‌باشد. به منظور دستیابی به مقادیر این متغیرها (مشخصه‌ها) ابتدا باید هیدروگراف سیلاب ترسیم گردد. بدین منظور برای استخراج رواناب مستقیم از داده‌های دبی روزانه، لازم است که جداسازی هیدروگراف انجام شود. نتایج مطالعه تمسکنی (۱۳۹۲) بر روی روش‌های مختلف جداسازی هیدروگراف جریان در حوضه‌ی آبخیز گرگان رود نشان داد که روش فیلتر بازگشتی با ضریب فیلتر ۰/۹، مناسب‌ترین روش تفکیک هیدروگراف جریان در این حوضه می‌باشد. لذا در این مطالعه نیز جداسازی دبی پایه به این روش و با کمک ابزار BFI نرم‌افزار HydroOffice انجام شد. پس از کسر دبی پایه از جریان روزانه، هیدروگراف سیل (در واقع همان هیدروگراف رواناب) ترسیم گردید.

جدول ۱- توزیع‌های آماری متداول در هیدرولوژی (گریمالدی و همکاران، ۲۰۱۱)

دامنه تغییرات	توابع چگالی $f_x(x)$ ، توابع توزیع $F_x(x)$ و چنک x_r	توزیع
$\theta_2 > 0$ اگر $\theta_2 > 0$ $\theta_2 < x < \infty$	$f_x(x) = \frac{1}{\theta_2} \exp\left(-\frac{x-\theta_1}{\theta_2}\right)$ $F_x(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x-\theta_1}{\theta_2}\right)$ $x_r = \theta_2 - \theta_2 \ln(1-F)$	نمایی (E)
$x \geq 0$	$f_x(x) = \frac{1}{ \theta_1 \Gamma(\theta_2)} \left(\frac{x}{\theta_1}\right)^{\theta_2-1} \exp\left(-\frac{x}{\theta_1}\right)$	گاما (G)
اگر $\theta_2 > 0$ $x < \left(\theta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_1}\right)$ اگر $\theta_2 < 0$ $x > \left(\theta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_1}\right)$	$f_x(x) = \exp\left(-\left(1 - \theta_2 \frac{(x-\theta_1)}{\theta_2}\right)^{\theta_1}\right)$ $x_r = \theta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_1} (1 - (-\ln(F))^{\theta_1})$	مقدار حدی تعمیم یافته (GEV)
$-\infty < x < \infty$	$f_x(x) = \left((\theta_2 F^{(\theta_1-1)} + \theta_4 (1-F)^{(\theta_4-1)}) \theta_2 \right)^{-1}$ $x_r = \theta_1 + \theta_2 (F^{\theta_1} - (1-F)^{\theta_4})$	لاندای تعمیم یافته
اگر $\theta_2 < 0$ $x > \left(\theta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_1}\right)$ اگر $\theta_2 > 0$ $x < \left(\theta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_1}\right)$	$f_x(x) = \left(1 + \left(1 - \frac{\theta_2}{\theta_1} (x - \theta_1) \right)^{\theta_1} \right)^{-1}$ $x_r = \theta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_1} \left(1 - \frac{(1-F)^{\theta_1}}{F} \right)$	لجستیک تعمیم یافته (GL)
اگر $\theta_2 \neq 0$ $y = -\frac{\ln\left(1 - \frac{\theta_2(x-\theta_1)}{\theta_2}\right)}{\theta_2}$ اگر $\theta_2 = 0$ $y = \theta_2^{-1}(x - \theta_1)$	$f_x(x) = \frac{1}{\theta_2 \sqrt{2\pi}} \exp\left(\theta_2 y - \frac{y^2}{2}\right)$ $F_x(x) = \Phi(y)$	توزیع نرمال تعمیم یافته
$-\infty < x < \infty$ $\theta_2 > 0$	$f_x(x) = \frac{1}{\theta_2 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\theta_1}{\theta_2}\right)^2\right)$ $x_r = \theta_1 + \theta_2 \Phi^{-1}(F)$	نرمال (N)

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ پارامترهای توزیع، Φ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد و T تابع گاما است.

جدول ۲ - ادامه‌ی توزیع‌های آماری متداول در هیدرولوژی (گریمالدی و همکاران ۲۰۱۱)

دامنه تغییرات	توابع چگالی $f_x(x)$ ، توابع توزیع $F_x(x)$ و چنک x_p	توزیع
اگر $\theta_2 < 0$ $\theta_1 < x < \infty$ اگر $\theta_2 > 0$ $\theta_1 < x < \theta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_1}$	$f_x(x) = \frac{1}{\theta_2} \left(1 - \theta_2 \frac{(x - \theta_1)}{\theta_2} \right)^{1/\theta_2 - 1}$ $F_x(x) = 1 - \left(1 - \theta_2 \frac{(x - \theta_1)}{\theta_2} \right)^{1/\theta_2}$ $x_p = \theta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_1} (1 - (1 - F)^{\theta_2})$	پارتوی تممیم یافته (GP)
$-\infty < x < \infty$	$f_x(x) = \frac{1}{\theta_2} \exp\left(-\frac{x - \theta_1}{\theta_2} - \exp\left(-\frac{x - \theta_1}{\theta_2}\right)\right)$ $F_x(x) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{x - \theta_1}{\theta_2}\right)\right)$ $x_p = \theta_1 - \theta_2 \ln(-\ln(F))$	گامبل (EV1)
$\theta_2 > 0$ اگر $\theta_2 > 0$ $\theta_1 < x < \infty$ اگر $\theta_2 < 0$ $-\infty < x < \theta_1$	$f_x(x) = \frac{1}{ \theta_2 \Gamma(\theta_2)} \left(\frac{x - \theta_1}{\theta_2} \right)^{\theta_2 - 1} \exp\left(-\frac{x - \theta_1}{\theta_2}\right)$	پیرسون تیپ سه (P3)
$-\infty < x < \infty$	$f_x(x) = \frac{x - \theta_1}{\theta_2^2} \exp\left(-\left(\frac{(x - \theta_1)^2}{2\theta_2^2}\right)\right)$ $F_x(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{(x - \theta_1)^2}{2\theta_2^2}\right)\right)$	توزیع رابلی
$-\infty < x < \infty$	$f_x(x) = \frac{1}{\theta_2} \exp\left(\frac{x - \theta_1}{\theta_2}\right) \exp\left(-\exp\left(\frac{x - \theta_1}{\theta_2}\right)\right)$ $F_x(x) = 1 - \exp\left(-\exp\left(\frac{x - \theta_1}{\theta_2}\right)\right)$	گامبل معکوس
$\theta_1 < x < x_u$ if $\theta_2 > 0, \theta_2 > 0$ $x_u = \infty$ if $\theta_2 < 0$ or $\theta_2 = 0$ $x_u = \theta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_4} - \frac{\theta_2}{\theta_4}$	$f_x(x) = \theta_2(1 - F)^{\theta_4 - 1} + \theta_2(1 - F)^{-\theta_4 - 1}$ $x_p = \theta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_1} (1 - (1 - F)^{\theta_4}) - \frac{\theta_2}{\theta_1} (1 - (1 - F)^{\theta_4})$	ویکی (W)
$x > 0$ $\theta_1, \theta_2 > 0$	$f_x(x) = \frac{\theta_2}{\theta_1} \left(\frac{x}{\theta_1}\right)^{\theta_2 - 1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\theta_1}\right)^{\theta_2}\right)$ $F_x(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\theta_1}\right)^{\theta_2}\right)$ $x_p = \theta_1 (-\ln(1 - F))^{-1/\theta_2}$	ویبول (EV3)

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ پارامترهای توزیع، Φ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد و Γ تابع گاما است.

برای بررسی ساختار وابستگی بین متغیرهای تصادفی دبی اوج و حجم سیلاب، لازم است در ابتدا توابع توزیع یک‌متغیره‌ی مناسب حاکم بر هر متغیر تصادفی تعیین شود. پرکاربردترین انواع توزیع‌های یک‌متغیره در جداول ۱ و ۲ آمده است. برای اینکه تغییرات یک متغیر تصادفی به‌درستی توسط توزیع مورد نظر بیان شود، باید تخمین پارامترهای آن توزیع به خوبی انجام

به‌منظور استخراج پارامترهای وقایع سیلاب در مقیاس روزانه از فرآیند ماکرو در نرم‌افزار اکسل و برای استخراج مشخصات هر واقعه از کدنویسی در این نرم‌افزار استفاده شده است. اما برای برآزش توابع توزیع و تحلیل فراوانی از نرم‌افزار آماری R استفاده شده است.

تعیین ساختار وابستگی بین متغیرهای دبی اوج و حجم

بود. ابزارهای گرافیکی برای قضاوت شامل ترسیم نمودارهای تابع توزیع تجربی، نمودار مقادیر خطا و نمودار مقادیر احتمال $P - P$ و مقادیر چندک $Q - Q$ می‌باشد.

با تلفیق آزمون‌های عددی و نمودارهای گرافیکی بهترین توابع توزیع برازش یافته بر متغیرهای تصادفی تعیین می‌شود. پس از تعیین توابع حاشیه‌ای یک متغیره لازم است ساختار وابستگی بین متغیرهای تصادفی به‌وسیله توابع مفصل تعیین شود، تابع مفصل $C: [0,1]^d \rightarrow [0,1]$ به صورت یک تابع توزیع بر روی مکعب واحد n -بعدی تعریف می‌شود که تمامی توابع حاشیه‌ای یکنواخت هستند (Bardossy & Pegram, 2009).

تئوری اسکالر

اگر F یک تابع توزیع d بعدی با توابع حاشیه‌ای F_i برای $i = 1, \dots, d$ باشد پس یک تابع مفصل d بعدی $C: [0,1]^d \rightarrow [0,1]$ وجود دارد به طوری که برای هر $x = (x_1, \dots, x_d) \in R^d$

$$F(x_1, \dots, x_d) = C(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d)) \quad (2)$$

حالت عکس تئوری اسکالر

اگر C یک تابع مفصل d بعدی و F_i توابع توزیع حاشیه‌ای باشند، آنگاه F معادله (۲) یک تابع توزیع d بعدی با توابع حاشیه‌ای F_i است.

$$C(u_1, \dots, u_d) = F(x_1, \dots, x_d) \quad (3)$$

در حالت عکس تئوری اسکالر می‌توان به تابع مفصل به عنوان تابع تبدیل یک تابع چند متغیره از $[-\infty, +\infty]^d$ به $[0,1]^d$ نگریست. این تبدیل، توابع حاشیه‌ای را از تابع F جدا نموده و لذا تابع مفصل C تنها به وابستگی بین متغیرها مربوط شده و از این راه توصیف کاملی از ساختار وابستگی داخلی ارائه می‌نماید. به عبارت دیگر قضیه اسکالر نشان می‌دهد که برای توابع حاشیه‌ای چند متغیره، ساختار وابستگی داخلی بین متغیرها و توابع توزیع یک متغیره حاشیه‌ای می‌توانند از یکدیگر تفکیک شده و تشریح کامل ساختار وابستگی توسط تابع مفصل خواهد بود (به نقل از عبدالحسینی، ۱۳۹۱). مهم‌ترین توابع مفصل خانواده ارشمیدسی که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته‌اند در جدول ۳ آمده است توابع مفصل ارشمیدسی یکی از پرکاربردترین توابع در تحلیل چندمتغیره وقایع هیدرولوژیک بوده و دارای روابط صریح در توابع توزیع تجمعی خود می‌باشند که این مزیت استفاده از این توابع نسبت به برخی توابع مثلاً توابع مفصل بیضوی می‌باشد که توابع توزیع تجمعی صریحی ندارند.

انتخاب نادرست توابع حاشیه‌ای، اربیی شدیدی در تخمین پارامتر وابستگی θ توابع مفصل ایجاد می‌گردد. لذا برای اینکه تخمین θ تحت تأثیر انتخاب توابع توزیع حاشیه‌ای قرار نگیرد، محققین استفاده

شود و تنها در این صورت است که می‌توان چندک‌ها و امید ریاضی مورد نظر را با استفاده از مدل برازش داده شده تعیین نمود. در این تحقیق از روش گشتاورهای خطی برای تخمین پارامتر توابع استفاده شده است. روش گشتاورهای خطی به صورت زیر بیان می‌شود (اسلامیان و سلطانی ۱۳۸۱):

اگر X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع تجمعی $F_X(x)$ و چندک $x(F)$ باشد و سری مرتب شده‌ی نمونه تصادفی مشاهده شده، نمونه‌ای به حجم n به صورت $X_{1:n} \leq X_{2:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$ باشد $X_{i:n}$ بیانگر i امین کوچک‌ترین مشاهده و $i = 1$ مربوط به کوچک‌ترین عدد است، آنگاه گشتاور خطی مرتبه r در حالت کلی برابر است با:

$$\lambda_r = r^{-1} \sum_{j=0}^{r-1} (-1)^j \binom{r-1}{j} E(X_{r-j:r}) \quad (1)$$

که r رتبه گشتاور خطی است و $\binom{r-1}{j} = \frac{(r-1)!}{j!(r-1-j)!}$ و $r-1$ آیتم از آیتم است. همچنین $E(X_{r:n}) = \frac{1}{B(r,n-r+1)} \int_0^1 x(F) F^{r-1} [1-F]^{n-r} dF$ است. روش گشتاورهای خطی مشتمل بر ارائه پارامترهای توزیع برحسب گشتاورها و سپس استفاده از گشتاورهای نمونه برای تخمین پارامترهای توزیع می‌باشد.

پس از تخمین پارامترهای توزیع می‌توان با استفاده از روش‌های گوناگون انتخاب مدل مناسب، بهترین مدل را از میان توزیع‌های برازش داده شده انتخاب نمود. به منظور انتخاب بهترین توزیع برازش یافته بر هر کدام از متغیرها، از آزمون‌های نیکویی برازش استفاده می‌شود. آزمون‌های عددی شامل: جذر میانگین مربعات

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2}$$

جذر میانگین مربعات خطای نرمال شده $nRMSE = 100 \times \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2}}{O_{max} - O_{min}}$

آکائیک $AIC = -n \ln(MSE) + 2(p)$ و معیار نش-ساتکلیف $NS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^4}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2}$ می‌باشد. در این روابط n تعداد نمونه، O_i

مقدار نمونه مشاهده شده، S_i مقدار خروجی تابع توزیع مورد آزمون برای مقدار احتمال تجربی هر مقدار نمونه، O_{min} و O_{max} به ترتیب مقادیر حداقل و حداکثر نمونه‌های مشاهده شده و \bar{O} میانگین مقادیر نمونه می‌باشد. MSE میانگین مربعات خطا و p تعداد پارامترهای برازش یافته مدل است. هرچه معیار نش-ساتکلیف به یک نزدیک‌تر باشد توزیع برازش یافته مناسب‌تر خواهد بود. اختلاف بین تابع توزیع فرض شده و تابع توزیع تجربی می‌تواند با آماره $max|F_n(x) - F_X(x)|$ (آزمون کلموگروف-اسمیرنوف) نیز سنجیده شود. در آزمون کولموگروف-اسمیرنوف به جای مقایسه آماره آزمون با آماره بحرانی یک سطح اطمینان خاص، P - مقدار متناظر با آماره، توسط برنامه R محاسبه و به عنوان KS به عنوان معیار مقایسه قرار داده می‌شود و هر چه مقدار این آماره بالاتر و به یک نزدیک‌تر باشد میزان برازش توزیع نظری بر داده‌های مشاهداتی مناسب‌تر خواهد

از روش حداکثر شبه درست‌نمایی^۱ مطالعه شده توسط گنست و همکاران (۱۹۹۵)، شیه و لوئیس (Shih & Louis, 1995) و گنست و ورکر (Genest & Werker, 2002) را توصیه نموده‌اند.

۱- Maximum pseudo-likelihood

جدول ۳ - توابع مفصل ارشمیدسی مورد استفاده در این مطالعه

نام تابع مفصل	توابع	دامنه تغییرات پارامتر
گامبل - هوگارد	$C_{\theta}(u) = \exp\left(-\left[\sum_{i=1}^d (-\ln u_i)^{\theta} + \dots + (-\ln u_d)^{\theta}\right]^{1/\theta}\right)$	$\theta \geq 1$
کلایتون	$C_{\theta}(u) = \max\left\{\left(\sum_{i=1}^d u_i^{-\theta} - (d-1)\right)^{-1/\theta}, 0\right\}$	$\theta \in [-1, 0) \cup (0, \infty)$
فرانک	$C_{\theta}(u) = -\frac{1}{\theta} \log\left(1 + \frac{\prod_{i=1}^d (e^{-\theta u_i} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)^{d-1}}\right)$	$\theta > 0$

بود (Genest et al, 2009).

در ایجاد ابزارهای گرافیکی برای انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل به این صورت عمل می‌شود که از شبیه‌سازی مونت کارلو برای تولید داده‌های تصادفی مصنوعی دارای تابع مفصلی مطابق با تابع مفصل برآورد شده، استفاده می‌شود. طریقه کار بدین صورت است که با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو، تعداد ۱۰,۰۰۰ داده جدید تولید شده و به همراه داده‌های مشاهداتی بر روی یک نمودار ترسیم می‌گردد. تشریح روش تولید داده‌های تصادفی به روش مونت کارلو فراتر از حد این مقاله بوده و خوانندگان محترم می‌توانند به سالوادوری و همکاران (Salvadori et al, 2007) مراجعه نمایند. سپس با در نظر گرفتن آماره S_n و نمودارهای گرافیکی بهترین تابع مفصل به‌منظور بررسی ساختار وابستگی دو متغیر تصادفی دبی اوج و حجم سیلاب انتخاب می‌شود.

دوره بازگشت توأم

برای یک متغیر تصادفی X ، تابع توزیع تجمعی $F_X(x)$ برابر است با مقدار احتمال اینکه متغیر تصادفی X کوچکتر یا مساوی با یک مقدار ممکن x باشد ($F_X(x) = P[X \leq x]$). همچنین $F_X(x)$ یک احتمال نابیش‌تری برای مقدار x نامیده می‌شود و احتمال رخداد بیش‌تر از x برابر خواهد بود با:

$$F_X^-(x) = 1 - F_X(x) \quad (۶)$$

دوره بازگشت یک‌متغیره (یا فواصل رخداد مجدد وقایع) T_X برای وقایع $X \geq x$ ، متوسط فاصله زمانی بین رخداد $X \geq x$ است، که معکوس احتمال نابیش‌تری است (Yue & Rasmussen, 2002):

$$T_X = \frac{1}{F_X^-(x)} = \frac{1}{1 - F_X(x)} \quad (۷)$$

در حالت کلی دوره بازگشت توأم به دو حالت «یا» و «و» و دوره بازگشت شرطی با توجه به هدف طراحی تقسیم می‌شوند.

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^n \ln c_{\theta}(\bar{U}_i) \quad (۴)$$

که در این رابطه $\bar{U}_i = (\bar{U}_{i,1}, \dots, \bar{U}_{i,d})$ شبه مشاهدات^۲ محاسبه شده از $X_i = (X_{i,1}, \dots, X_{i,d})$ با استفاده از رابطه $\bar{U}_{i,j} = \frac{\mathcal{R}(X_{i,j})}{n+1}$ می‌باشد که $\mathcal{R}(X_{i,j})$ همان رتبه $X_{i,j}$ در میان $X_{n,j}, \dots, X_{1,j}$ است. مسلماً با در نظر گرفتن \bar{F}_j به عنوان توزیع تجمعی تجربی حاصل شده از $X_{n,j}, \dots, X_{1,j}$ می‌توان نشان داد که $\bar{U}_{i,j} = \frac{n \bar{F}_j(X_{i,j})}{n+1}$ است. که فاکتور مقیاس $\frac{n}{n+1}$ برای جلوگیری از هرگونه مشکل عددی در مرزهای بازه $[0, 1]^d$ می‌باشد. در این تحقیق برای تعیین پارامترهای توابع مفصل از روش حداکثر شبه درست‌نمایی استفاده شده است.

پس از تخمین پارامتر وابستگی توابع مفصل برای بیان ساختار وابستگی بین متغیرهای یک پدیده نوبت به انجام آزمون‌های نیکویی برآزش برای انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل می‌رسد. هدف از آزمون نیکویی برآزش در این مرحله، انتخاب توابع مفصلی است که بهتر بتواند ساختار وابستگی بین متغیرهای مشاهده شده را نمایش دهد. ابزارهای گرافیکی و آزمون‌های معمول عددی دسترسی به این هدف را فراهم می‌کنند. گنست و همکاران نشان دادند که بهترین آماره آزمون همان آماره کرامر-ون مایسس است:

$$S_n = \int_{[0,1]^d} n \{C_n(u) - C_{\theta_n}(u)\}^2 dC_n(u) = \sum_{i=1}^n \{C_n(\bar{U}_i) - C_{\theta_n}(\bar{U}_i)\}^2 \quad (۵)$$

که در آن C_n تابع مفصل تجربی، C_{θ_n} تخمینی از تابع مفصل C و θ_n تخمینی از θ با استفاده از یکی از روش‌های تخمین می‌باشد. بر این اساس، تابع مفصل با آماره S_n کمتر به عنوان گزینه بهتر خواهد

۲- Pseudo-observations

دوره بازگشت توأم در حالت دومتغیره

الف) دوره بازگشت $T_{X,Y}^V$ که به دوره بازگشت «یا» معروف است که در آن یکی از متغیرهای تصادفی X یا Y از حدود آستانه x یا y بیش تر می شوند.

ب) دوره بازگشت $T_{X,Y}^A$ که به دوره بازگشت «و» معروف است که در آن متغیرهای تصادفی X و Y هر دو از حدود آستانه x و y بیش تر می شوند.

حال بیان این دوره‌های بازگشت به کمک توابع مفصل مناسب برازش داده شده بر داده‌ها به صورت زیر خواهد بود:

$$T_{X,Y}^V = \frac{\mu}{P(X>x \vee Y>y)} = \frac{\mu}{1-C(F(x),G(y))} \quad (8)$$

$$T_{X,Y}^A = \frac{\mu}{P(X>x \wedge Y>y)} = \frac{\mu}{1-F(x)-G(y)+C(F(x),G(y))} \quad (9)$$

که $C(F(x), G(y)) = P(X \leq x \wedge Y \leq y)$ برای وقایع حداکثر سالانه برابر یک می‌باشد (Requena et al, 2013).

دوره بازگشت شرطی در حالت دومتغیره:

در حالت چند متغیره دوره بازگشت می‌تواند به صورت $T_{X>x} = \frac{\mu}{P(X>x)}$ بیان شود که x حد آستانه خطر برای یک واقعه X است پس می‌توان رابطه مذکور را به صورت زیر در نظر گرفت.

$$T_{X>x} = \frac{\mu}{1-P(X \leq x)} \quad (10)$$

حال برای تعیین دوره بازگشت‌های شرطی وقایع که حد آستانه‌ها به طور شرطی بیان می‌شوند نیز می‌توان توابع توزیع توأم شرطی را جایگزین $P(X \leq x)$ نمود.

به طور مثال برای تعیین دوره بازگشت رخداد وقایع دو متغیره با $X > x$ به شرط اینکه $Y \leq y$ باشد با استفاده از تابع مفصل حاکم بر متغیرها می‌توان از رابطه زیر استفاده نمود.

$$T_{X|Y}(x|y) = \frac{\mu}{1-C(u|v)} \quad (11)$$

$$C(u|v) = \frac{C(u,v)}{v} \quad (12)$$

که در این رابطه $C(u|v)$ وقایعی را بیان می‌کند که در آنها $U \leq u$ به شرط اینکه $V \leq v$ و u و v توابع توزیع حاشیه‌ای می‌باشند) باشد ((Zangh et al, 2007); (Yue & Rasmussen, 2002); (Kamakar & Simonovic, 2009); (Zangh & Singh, 2006)).

با در نظر گرفتن حد آستانه‌های شرطی مختلف و استفاده از توابع توزیع توأم شرطی مربوطه می‌توان به مجموعه نقاطی با دوره بازگشت‌های یکسان دست یافت و بر اساس معیارهای مدنظر یکی از این وقایع را به عنوان واقعه طراحی انتخاب نمود.

نتایج و بحث

در این تحقیق برای انجام تمامی مراحل تحلیل فراوانی از کد نویسی در محیط نرم‌افزار آماری R استفاده شده است. به منظور بررسی ساختار وابستگی دو متغیره‌ی مابین متغیرهای تصادفی سیلاب، دو متغیر دبی اوج و حجم در نظر گرفته شده است. خلاصه مشخصات آماری متغیرهای تصادفی در جدول ۴ ارائه شده است. نتایج حاصل از تخمین پارامترهای توابع توزیع حاشیه‌ای به کمک روش گشتاور خطی و همچنین مقادیر معیارهای نیکویی برازش، در جدول‌های ۵ و ۶ ارائه شده است. همانطور که قبلاً ذکر شد برای انتخاب بهترین توابع توزیع حاشیه‌ای و دستیابی به حداکثر اطمینان از صحت نتایج، از برخی آزمون‌های عددی و قضاوت‌های مبتنی بر نمودارهای گرافیکی استفاده می‌شود.

در این تحقیق نیز به کمک آماره‌های عددی نیکویی برازش ارائه شده در جدول‌های ۵ الی ۶ و نیز ترسیم نمودارهای گرافیکی برای تمامی توابع توزیع حاشیه‌ای مندرج در هر جدول، مناسب‌ترین توابع توزیع حاشیه‌ای برای هر دو متغیر دبی اوج و حجم سیلاب توزیع و یکی تعیین گردید.

نمودارهای معیار نیکویی برازش، برای تمامی ۱۴ توزیع حاشیه‌ای و برای هر کدام از متغیرهای مورد مطالعه ترسیم شده است که شامل ۲۸ (تعداد پارامترها \times ۱۴ تعداد توزیع‌ها = ۲۸) نمودار می‌باشد. در این مقاله، نمودارهای گرافیکی مربوط به توابع حاشیه‌ای منتخب در قالب شکل ۱ ارائه شده است.

پس از بررسی اولیه وابستگی بین متغیرهای مورد مطالعه با استفاده از ضرایب همبستگی پیرسون، کندال تاو و اسپیرمن رن (که مقادیر این ضرایب بین متغیرهای دبی اوج و حجم به ترتیب برابر با ۰/۸۹۱، ۰/۵۹۳ و ۰/۷۸۶)، نوبت به بیان ساختار وابستگی با استفاده از توابع مفصل می‌رسد. به منظور تخمین پارامترهای وابستگی توابع مفصل، از روش نیمه پارامتری حداکثر شبه درستیابی و به منظور انتخاب مناسب‌ترین تابع مفصل از آماره کرامر-ون مایسس تشریح شده در رابطه ۵ استفاده شده است. مقادیر پارامترهای تخمین زده شده برای توابع مفصل استفاده شده در این تحقیق، به همراه p -مقدار مربوط به آماره S_n در جدول ۷ آمده است. همانطور که قبلاً گفته شد، هر چه مقدار آماره S_n کم‌تر باشد، مناسبت تابع مفصل برای تعیین ساختار وابستگی بین پارامترها بیش تر خواهد بود.

جدول ۴- مشخصات آماری داده‌ها (واحد اندازه‌گیری دبی و حجم به ترتیب متر مکعب بر ثانیه و میلیون متر مکعب)

متغیر حاشیه‌ای	تعداد داده	حداقل	حداکثر	میانگین	انحراف معیار	ضریب تغییرات
----------------	------------	-------	--------	---------	--------------	--------------

۰/۷۵	۴۳/۳۳	۵۸/۱۰	۲۷۴/۶۷	۱۸/۸۵	۴۰	Q_p
۰/۸۲	۷/۴۸	۹/۰۸	۴۲/۹۹	۲/۰۸	۴۰	V

جدول ۵ - نتایج تخمین پارامتر و معیارهای نیکویی برازش توابع توزیع بر روی داده‌های دبی اوج

نام توزیع	پارامتر					معیار نیکویی برازش			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	KS	AIC	NS	RMSE
نمایی	۱۹/۵۹	۳۸/۵۱	-	-	-	۰/۸۴۵	۲۳۸/۱۸۳	۰/۸۰۹	۱۸/۶۷۷
گاما	۲/۶۴	۲۲/۰۳	-	-	-	۰/۸۲۵	۲۴۷/۴۷۲	۰/۷۶۰	۲۰/۹۷۶
مقادیر حدی تعمیم یافته	۳۹/۲۸	۲۰/۴۲	-۰/۲۶	-	-	۰/۹۷۷	۲۳۵/۴۶۳	۰/۸۳۱	۱۷/۶۰۷
لاندا ی تعمیم یافته	-۱۳۷/۴۳	-۱۵۵/۵۹	۶۱/۷	-۰/۲۷	-	۰/۹۳۴	۲۴۲/۱۵۳	۰/۸۱۰	۱۸/۶۷۰
لجستک تعمیم یافته	۴۷/۶۸	۱۵/۶۱	-۰/۳۵	-	-	۰/۹۸۴	۲۳۶/۱۰۳	۰/۸۲۸	۱۷/۷۴۸
نرمال تعمیم یافته	۴۶/۵۹	۲۷/۱۹	-۰/۷۴	-	-	۰/۹۴۴	۲۳۵/۷۹۱	۰/۸۲۹	۱۷/۶۷۹
پارتو تعمیم یافته	۲۰/۲۸	۳۶/۴۷	-۰/۰۴	-	-	۰/۸۶۹	۲۳۸/۵۲۷	۰/۸۱۷	۱۸/۲۹۴
گامبل	۴۲/۰۶	۲۷/۷۸	-	-	-	۰/۷۸۶	۲۴۸/۹۱۲	۰/۷۵۱	۲۱/۳۵۷
نرمال	۵۸/۱۰	۳۴/۱۳	-	-	-	۰/۲۲۹	۲۶۳/۲۶۰	۰/۶۴۳	۲۵/۵۵۳
پیرسون سه پارامتری	۵۸/۱۰	۳۸/۹۴	۲/۱۰	-	-	۰/۸۴۹	۲۳۹/۱۳۲	۰/۸۱۴	۱۸/۴۳۳
ریلی	-۷/۶۴	۵۲/۴۵	-	-	-	۰/۵۷۴	۲۵۵/۵۵۱	۰/۷۰۶	۲۳/۲۰۶
گامبل معکوس	۷۴/۱۳	۲۷/۷۸	-	-	-	۰/۰۲۴	۲۷۵/۴۶۰	۰/۵۱۶	۲۹/۷۶۳
ویکی	۱۶/۹۷	۵۴/۴۱	-۰/۵۵	۰/۶۳	۰/۹۰	۰/۹۹۹	۲۶۶/۱۷۵	۰/۶۷۰	۲۴/۵۸۶
ویبول	-۲۰/۶۷	۳۶/۷۴	-۰/۹۶	-	-	۰/۸۵۵	۲۳۸/۹۰۰	۰/۸۱۵	۱۸/۳۸۰

جدول ۶ - نتایج تخمین پارامتر و معیارهای نیکویی برازش توابع توزیع بر روی داده‌های حجم

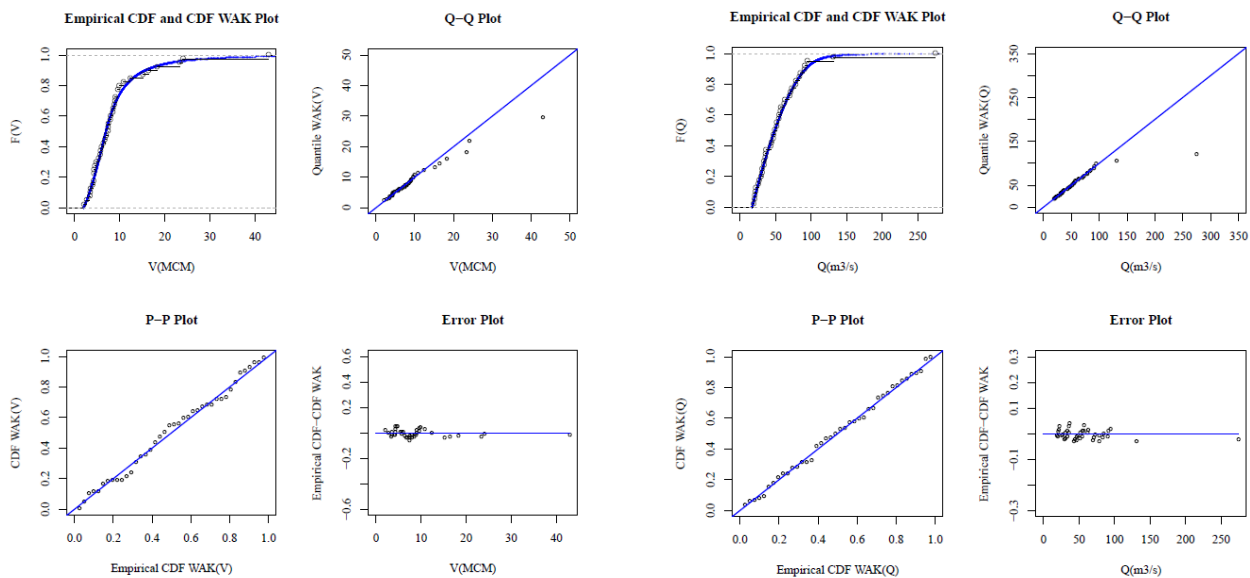
نام توزیع	پارامتر					معیار نیکویی برازش			
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	KS	AIC	NS	RMSE
نمایی	۲/۳۵	۶/۷۳	-	-	-	۰/۵۰۴	۸۳/۴۶۱	۰/۸۶۶	۲/۷۰۰
گاما	۲/۰۵	۴/۴۲	-	-	-	۰/۲۲۶	۹۵/۸۴۷	۰/۸۱۸	۳/۱۵۲
مقادیر حدی تعمیم یافته	۵/۶۵	۲/۹۹	-۰/۳۷	-	-	۰/۹۳۰	۷۵/۷۰۱	۰/۸۹۵	۲/۳۹۰
لاندا تعمیم یافته	۷۰/۶۷	۶۷/۷۹	۸۴/۲۵	۰/۰۹	-	۰/۹۱۸	۸۲/۸۵۰	۰/۸۸۱	۲/۵۴۹
لجستیک تعمیم یافته	۶/۹۰	۲/۴۳	-۰/۴۳	-	-	۰/۹۶۱	۷۹/۴۰۱	۰/۸۸۵	۲/۵۰۳
نرمال تعمیم یافته	۶/۶۷	۴/۱۶	-۰/۹۳	-	-	۰/۸۶۴	۷۰/۰۳۹	۰/۹۰۹	۲/۲۲۷
پارتو تعمیم یافته	۳/۰۴	۴/۸۰	-۰/۲۱	-	-	۰/۸۵۷	۷۱/۶۳۹	۰/۹۰۵	۲/۲۷۲
گامبل	۶/۲۸	۴/۸۶	-	-	-	۰/۱۳۷	۱۰۱/۵۲۷	۰/۷۹۰	۳/۳۸۴
نرمال	۹/۰۸	۵/۹۶	-	-	-	۰/۰۱۳	۱۲۰/۲۰۸	۰/۶۶۵	۴/۲۷۴
پیرسون سه پارامتری	۹/۰۸	۷/۲۶	۲/۶۱	-	-	۰/۵۱۹	۷۲/۶۰۰	۰/۹۳۰	۲/۲۹۹
ریلی	-۲/۴۱	۹/۱۷	-	-	-	۰/۰۵۶	۱۱۰/۲۳۶	۰/۷۳۹	۳/۷۷۳
گامبل معکوس	۱۱/۸۸	۴/۸۶	-	-	-	۰/۰۰۰۵	۱۳۴/۵۶۴	۰/۵۲۱	۵/۱۱۴
ویکی	۲/۰۳	۱۱/۵۷	۴/۲۲	۲/۹۲	۰/۳۹	۰/۹۶۶	۸۰/۵۶۲	۰/۸۹۳	۲/۴۱۶
ویبول	-۳/۳۴	۴/۹۹	-۰/۷۸	-	-	۰/۷۹۰	۷۰/۸۷۳	۰/۹۰۷	۲/۲۴۹

مصنوعی دارای تابع مفصلی مطابق با تابع مفصل برآورد شده، استفاده شده است. در نهایت با استفاده از آماره محاسبه شده برای هر تابع مفصل (که هر چه آماره K_n کم‌تر باشد مناسب‌تر تابع مفصل بهتر است) و نمودار گرافیکی حاصل از شبیه‌سازی داده‌ها، تابع مفصل

علاوه بر مقادیر آماره نیکویی برازش ارائه شده در جدول ۷، از روش‌های گرافیکی نیز به‌عنوان ابزار بصری مناسب برای انتخاب بهترین توابع مفصل استفاده شده است. برای ترسیم نمودارهای گرافیکی از شبیه‌سازی مونت کارلو به‌منظور تولید داده‌های تصادفی

آن قرار گرفته‌اند. تصویر سمت چپ مربوط به مقادیر احتمال تجمعی وقایع و تصویر سمت راست مربوط به خود مقادیر مشخصات وقایع هستند. این مسئله بر روی محورها نیز مشخص شده است.

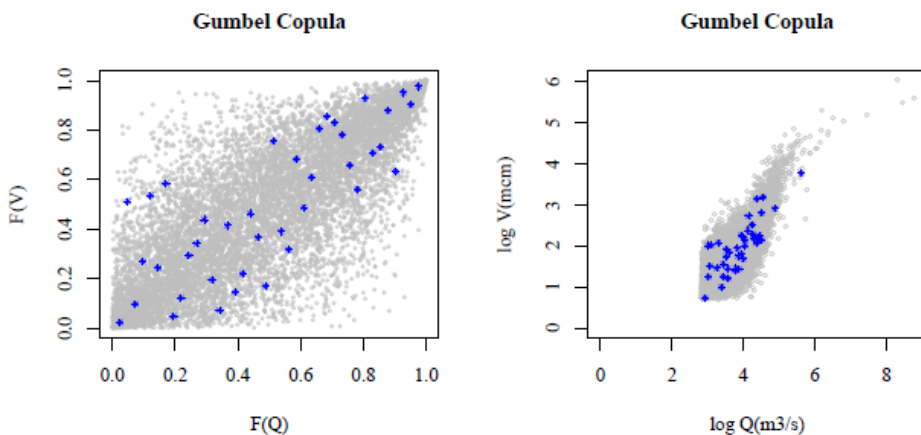
گامبل به عنوان تابع مفصل حاکم بر داده‌ها انتخاب گردید. نمودار گرافیکی مربوط به توابع مفصل منتخب برای بیان مناسب تابع مفصل و تطابق آن با آماره S_n محاسبه شده، در شکل ۲ ارائه شده است. در این تصویر نقاط شبیه سازی شده به صورت هاله ابر مانند دو بعدی بوده و داده‌های مشاهداتی به صورت پررنگ‌تر بر روی



شکل ۱ - نمودار نیکویی برازش توزیع ویکبی بر روی داده‌های دبی اوج (دو ستون سمت راست) و حجم (دو ستون سمت چپ)

جدول ۷ - مقادیر پارامتر توابع مفصل و معیار نیکویی برازش S_n

تابع مفصل	پارامتر	روش تخمین پارامتر			معیار نیکویی برازش
		معکوس	معکوس	حداکثر	
گامبل	θ	اسپیرومن رنو	کندال تاو	شبه‌درست‌نمایی	0.2346
فرانک	θ	0.247	$7/5017$	$7/7278$	0.0676
کلایتون	θ	$2/9753$	$2/9057$	$1/6788$	0.0001



شکل ۲ - تصاویر شبیه سازی تابع مفصل منتخب بر روی داده‌ها

پس از تعیین توابع مفصل منتخب برای بیان ساختار وابستگی بین پارامترهای دبی و حجم دوره بازگشت در حالت یک متغیره و توأم مقایسه می‌گردد. در ابتدا به منظور تحلیل فراوانی یک متغیره‌ی وقایع، مقادیر چندک مربوط به دوره بازگشت‌های ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ سال، برای دو متغیر دبی اوج سیل و حجم سیلاب به صورت مستقل از یکدیگر تعیین شده است. جدول ۸ مقادیر چندک دبی اوج و حجم وقایع سیلابی متناظر با دوره بازگشت‌های مختلف را ارائه می‌نماید.

جدول ۸ - مقادیر چندک یک متغیره دبی اوج (مترمکعب بر ثانیه)

و حجم (میلیون متر مکعب) وقایع سیلابی

متغیر		دوره بازگشت (سال)
V	Q_p	
۷/۰	۴۸/۹	۲
۱۱/۳	۷۷/۲	۵
۱۵/۷	۹۲/۶	۱۰
۲۱/۵	۱۰۶/۰	۲۰
۳۲/۱	۱۲۶/۶	۵۰
۴۳/۰	۱۵۰/۳	۱۰۰
۵۷/۳	۱۹۰/۴	۲۰۰

در این تحقیق با در نظر گرفتن مقادیر دبی اوج و حجم سیلاب مربوطه به دوره‌های بازگشت مختلف به عنوان حدود آستانه و محاسبه دوره بازگشت توأم متناظر با این مقادیر در دو حالت «یا» و «و»، مقادیر دوره بازگشت توأم به دست آمده با مقدار دوره بازگشت حالت یک متغیره مفروض مقایسه شده است.

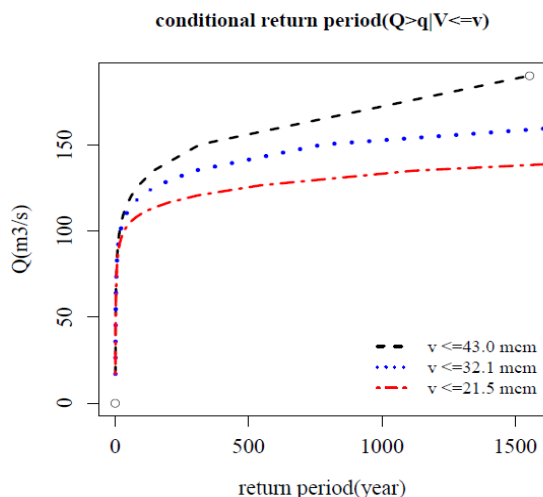
نتایج جدول ۹ نشان می‌دهد که مقدار دوره بازگشت برای حالت «یا» کم‌تر از دوره‌ی بازگشت حالت یک متغیره و دوره بازگشت حالت «و» از دوره بازگشت مربوط به دو حالت دیگر بیش‌تر است.

در این تحقیق برای بررسی دوره بازگشت شرطی، مقادیر چندک حجم مربوط به سه دوره بازگشت یک متغیره‌ی ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ سال به عنوان حدآستانه‌ی حجم (یا شرط مورد نظر) انتخاب شده است و به ازای مقادیر مختلف دبی و به کمک توابع حاشیه‌ای منتخب حاکم بر متغیرهای دبی اوج و حجم و همچنین تابع مفصل منتخب حاکم بر متغیرها (تابع مفصل گامبل)، دوره بازگشت‌های شرطی آن تعیین شده و نمودار مربوطه در شکل‌های ۳ ترسیم شده است. اولین نمودار از بالا، مربوط به حدآستانه $V \leq v$ که در آن مقدار v (۴۳) میلیون مترمکعب) مقداری برابر با چندک حجم دوره بازگشت یک متغیره‌ی برابر ۱۰۰ سال دارد. نقاط میانی مربوط به حدآستانه $V \leq v$ که در آن مقدار v (۳۲/۱) میلیون مترمکعب) مقداری برابر با چندک حجم دوره بازگشت یک متغیره‌ی برابر ۵۰ سال دارد و اولین نمودار از پایین مربوط به حدآستانه $V \leq v$ که در آن مقدار v (۲۱/۵) میلیون متر مکعب) مقداری برابر با چندک حجم دوره بازگشت یک متغیره‌ی برابر ۲۰ سال دارد.

در این نمودارها واضح است که به ازای اینکه حجم از مقدار چندک یک متغیره‌ی مورد نظر کم‌تر باشد، مجموعه نقاطی برای دبی محاسبه می‌گردد که از روی نمودار می‌توان دوره‌ی بازگشت شرطی مربوطه را با توجه به هدف طراحی تعیین نمود.

جدول ۹ - مقایسه مقادیر دوره بازگشت یک متغیره و دو متغیره در حالت «یا» و «و»

T_{QV}^N		دوره بازگشت یک متغیره	حد آستانه حجم (میلیون متر مکعب)	حد آستانه دبی (مترمکعب بر ثانیه)
T_{QV}^N	T_{QV}^N			
۲۸/۷	۱۵/۳	۲۰	۲۱/۵	۱۰۶/۰
۷۲/۴	۳۸/۲	۵۰	۳۲/۱	۱۲۶/۶
۱۴۵/۳	۷۶/۲	۱۰۰	۴۳/۰	۱۵۰/۳



شکل ۳ - نمودار دوره بازگشت شرطی ($T_{Q>q|V<=v}$)

خطرپذیری کم‌تر در طراحی بر اساس حالت «یا» نسبت به حالت یک متغیره می‌گردد. به صورت عکس برای حالت «و» احتمال رخداد وقایع ناحیه خطر کم‌تر است و این امر موجب می‌شود تا دوره بازگشت وقایع در این حالت نسبت به حالت یک متغیره افزایش یابد بنابراین در حالت «و» به ازای یک دوره بازگشت خاص، مقادیر دبی اوج و حجم سیل حالت توأم کم‌تر از مقادیر آن‌ها در تحلیل یک متغیره می‌باشد.

نتایج به دست آمده و تفاوت مقادیر دبی اوج و حجم اوج حاصل از تحلیل دو متغیره در قیاس با تحلیل یک متغیره گویای آن است که تحلیل فراوانی یک متغیره‌ی وقایع هیدرولوژیک به علت عدم در نظر گرفتن تمامی مشخصه‌های مؤثر در یک پدیده، تحلیلی جامع و به‌دور از خطا نمی‌باشد. بر این اساس با توجه به اینکه پدیده‌های هیدرولوژیک متأثر از چندین ویژگی با بر هم کنش داخلی با یکدیگر هستند لازم است تا ساختار وابستگی داخلی بین این متغیرها نیز مورد توجه قرار گیرد. به همین دلیل استفاده از تحلیل فراوانی چند متغیره به جای تحلیل فراوانی یک متغیره امری ضروری است.

منابع

اسلامیان، س. و سلطانی کویایی، س. ۱۳۸۱. در ترجمه تحلیل فراوانی سیل، راثو، ار. و حامد، ح.خ. (مؤلفان). انتشارات ارکان، اصفهان، ایران.

امیدی، م.، محمدزاده، م.، مریدی، س. ۱۳۸۹. تحلیل احتمالاتی شدت-مدت خشکسالی در استان تهران با استفاده از توابع مفصل. مجله تحقیقات آب و خاک ایران. ۴۱(۱): ۹۵-۱۰۲

تمسکنی، ا. ۱۳۹۲. مقایسه روش‌های جداسازی دبی پایه از هیدروگراف روزانه جریان (مطالعه موردی حوضه بالادست سد

با توجه به جدول ۸ مقدار چندک دبی اوج با دوره بازگشت یک متغیره ۵۰ سال برابر ۱۲۶/۶ مترمکعب بر ثانیه می‌باشد، در حالی که مشاهده سری داده‌های حداکثر سالانه در طول دوره آماری برای تحلیل فراوانی نشان می‌دهد که رخداد واقعه‌ای با مقدار دبی اوج حدود چندک دوره بازگشت یک متغیره ۵۰ سال دارای حجم سیلابی حدود ۱۸ میلیون مترمکعب می‌باشد که اگر طراحی بر اساس این حجم صورت گیرد و دوره بازگشت توأم طراحی نیز برابر ۵۰ سال باشد با توجه به شکل ۳ دبی کم‌تر از ۱۰۰ مترمکعب بر ثانیه خواهد بود و این در حالی است که اگر طراحی فقط بر اساس دبی اوج بدون توجه به حجم، صورت گیرد، مقدار دبی اوج طراحی برابر ۱۲۶/۶ مترمکعب بر ثانیه خواهد بود، لذا در نظر گرفتن دوره بازگشت توأم موجب اقتصادی شدن طراحی می‌گردد.

نتیجه گیری

فلسفه انتخاب زوج مشخصه سیلاب کاملاً به استراتژی تعیین وقایع خطرناک وابسته است بدین صورت که در حالت «یا» اگر حداقل یکی از مشخصه‌های واقعه از حد آستانه انتخابی بیش‌تر باشد، آن واقعه خطرناک است اما خطرناک بودن واقعه در حالت «و» به بیش‌تر بودن همزمان هر دو مشخصه از حدود آستانه باز می‌گردد. به همین دلیل تعداد وقایعی که در حالت «یا» در ناحیه خطر قرار می‌گیرند بیش‌تر بوده و لذا احتمال وقوعشان افزایش یافته و متناظر با آن، دوره بازگشت این دسته کاهش خواهد یافت. این بدان معنی است که در حالت «یا» به ازای دوره بازگشت توأمی برابر با دوره بازگشت یک متغیره، مقادیر چندک متغیرها بالاتر از مقدار چندک یک متغیره آن‌ها حاصل خواهد شد. همین امر منجر به ایجاد اطمینان بالاتر و

- Water Resour. 29:1155-1167.
- Grimaldi,S., Kao,S.C., Castellarin,A., Papalexioiu,S.M., Viglione,A., Laio,F., Aksoy,H and Gedikli,A. 2011. 2.18-Statistical Hydrology. In : P. Wilderer(ed.) Treatise on Water Science, Elsevier, Oxford, pp. 479-517.
- Poulin, A., Huard, D., Favre, A.C and Pugin, S. 2007. Importance of tail dependence in bivariate frequency analysis J. Hydrol.Eng.12(4):394-403.
- Karmakar,S and Simonovic,S.P. 2009. Bivariate flood frequency analysis. Part 2: a copula-based approach with mixed marginal distributions. J. Flood Risk Management. 2:32-44.
- Lee,T and Salas,J.D. 2011. Copula-based stochastic simulation of hydrological data applied to Nile river flows. J. Hydrol. Research. 42(4):318-330.
- Ma,M.W., Ren,L.L., Song,S.B., Song,J.L and Ji Ang,S.H. 2013. Goodness-of-fit tests for multi-dimensional copulas: expanding application to historical drought data. J. Water Science and Engineering.6 (1):18-30.
- Madadgar,Sand Moradkhani,H. 2013. Drought Analysis under Climate Change Using Copula. J. Hydrol. Eng., 18(7):746-759.
- Nelsen,R.B. 2006. An Introduction to Copulas. New York, Springer. 269p.
- Requena,A.I., Mediero,L and Garrote,L.2013. A bivariate return period based on copulas for hydrologic dam design: accounting for reservoir routing in risk estimation. J. Hydrol. Earth Syst. Sci. 17: 3023-3038.
- Reddy,M.J and Ganguli,P. 2012. Bivariate flood frequency analysis of upper Godavari river flows using Archimedean Copulas. J. Water Resource Management. 26(14): 3995-4018.
- Rachev,S.T. 2003. Handbook of heavy tailed distributions in finance.Amsterdam ; Boston : Elsevier. 662p.
- Salvadori,G., De Michele,C., Kottegoda,N.T and Rosso,R. 2007. Extremes in nature: An approach using Copulas. Water Science and Technology Library.56. Netherland, Springer. 292p.
- Sklar,A. 1959. Fonctions de repartition à n dimensions et leurs marges. Publ. Inst. Statist. Univ. Paris, 8: 229-231.
- Serinaldi,F and Grimaldi,S.2007. Fully Nested 3-Copula: Procedure and Application on Hydrological Data. J. Hydrol. Eng..12(4):420-430.
- Shiau,J.T., Feng,S and Nadarajah,S. 2007. Assessment of hydrological droughts for the Yellow River, China, using copulas.Hydrological Processes.
- بوستان در استان گلستان). نشریه پژوهش‌های حفاظت آب و خاک. ۲۰(۶):۱۲۷-۱۴۵.
- فرخ‌نیا، و مرید، س. ۱۳۸۷. تحلیل شدت و مدت خشکسالی با استفاده از توابع مفصل. چهارمین کنگره ملی مهندسی عمران.
- عباسیان، م. ص.، موسوی ندوشنی، س. س. ۱۳۹۲. تحلیل توأم دبی اوج و حجم رواناب سیلاب با استفاده از تابع مفصل فرانک (پوستر). هفتمین کنگره ملی مهندسی عمران. دانشگاه سیستان و بلوچستان.
- عبدالحسینی، م. ۱۳۹۱. کاربرد کوپلا در تحلیل فراوانی چند متغیره‌ی جریان‌های کم و ارزیابی رگرسیون کوپلایی به منظور استفاده در تحلیل متغیرهای غیرمستقل. رساله دکتری. دانشگاه صنعتی اصفهان. دانشکده کشاورزی. ۲۳۲ ص.
- Ahmad,U.N and Shabri,A.2011. Flood frequency analysis of annual maximum stream flows using L-moment and TL-moment approach. J. Applied Mathematical Sciences. 5(5):243-253.
- B'ardossy,A and Pegram,G.G.S. 2009. Copula based multisite model for daily precipitation simulation. J. Hydrol. Earth Syst. Sci. 13:2299-2314.
- Cherubini,U., Luciano,E and Vecchito,W. 2004. Copula methods in finance.Wiley. 310p.
- De Michele,C and Salvadori,G.2003.A Generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-Copulas. J. Geophys. Res. 108(D2):1-11.
- Favre,A-C., Adlouni,S.E., Perreault,L., Thiémondge, N and Bobée,B. 2004. Multivariate hydrological frequency analysis using copulas.Water Resources Research.40, W01101.doi:10.1029/2003WR002456.
- Fermanian,J.-D. 2005. Goodness-of-fit tests for copulas. Journal of Multivariate Analysis 95:119-152.
- Genest,C., Ghoudi,K and Rivest,L.P. 1995. A semiparametric estimation procedure of dependence parameters in multivariate families of distributions. J. Biometrika. 82(3): 543-552.
- Genest,C and Werker,B.J.M. 2002. Conditions for asymptotic semiparametric efficiency of an omnibus estimator of dependence parameters in Copula models. In: Cuadras, C., Fortiana, J., and Lallena, J.R. (eds) Distributions with given marginals and statistical modeling, Kluwer, pp 103-112.
- Genest,C., R'emillard,B and Beaudoin,D. 2009. Goodness-of-fit tests for copulas: A review and a power study. J. Mathematics and Economics.44: 199-213.
- Grimaldi,S and Serinaldi,F. 2006. Asymmetric copula in multivariate flood frequency analysis. J. Advanc

- hydrological application. *J. Hydrology Process.* 16:2881-2898.
- Zhang,L and Singh,V.P. 2006. Bivariate flood frequency analysis using the copula method. *J. Hydrol. Eng. ASCE.* 11(2):150-164.
- Zhang,L., Singh,V.P and ASCE,F. 2007. Gumbel–Hougaard Copula for trivariate rainfall frequency analysis. *J. Hydrol. Eng.*12(4):409-419.
- Zhang,Q., Chen,Y., Chen,X and Li,J. 2011. Copula-based analysis of hydrological extremes and implications of hydrological behaviors in the Pearl river basin, China. *J. Hydrol. Eng.* 16(7): 598–607.
- 21(16): 2157–2163.
- Shiau,J.T and Modarres,R. 2009. Copula-based drought severity-duration-frequency analysis in Iran. *J. Meteorol. Appl.* 16: 481–489.
- Shih,J.H and Louis,T.A.1995. Inferences on the association parameter in copula models for bivariate survival data. *J. Biometrics.* 51(4): 1384-1399.
- Yue,S., Ouarda,T.B.M.J and Bobée,B. 2001. A review of bivariate gamma distribution for hydrological application.*J.Hydro.*246(1-4):1-18.
- Yue,S and Rasmussen,P. 2002. Bivariate frequency analysis: discussion of some useful concepts in

Flood Frequency Analysis Using Archimedean Copula Functions Based on Annual Maximum Series (Case Study: Arazkuseh Hydrometric Station in Golestan Province)

L. Rahimi¹, A.A. Dehghani^{*2}, M. Abdolhosseini³ and Kh. Ghorbani⁴

Received: Dec.3, 2013

Accepted: May.7, 2014

Abstract

Univariate frequency analysis of hydrological events has some shortcomings caused by the lack of taking into account all characteristics of such events. Therefore, bivariate frequency analysis of hydrologic events such as flood can be useful in hydraulic design of structures and water resources management. The peak discharge and volume of flood are two important parameters in design of structures, thus, Archimedean copula functions were used for analysis of dependence structure between peak discharges and flood volumes. The time series of discharge for Arazkuseh hydrometric station for a period of 40 years was constructed based on annual maximum (AM) discharge in daily scale. This station area is 1678.1 km². The results showed that Gumbel extreme value copula was the best choice for fitting to data. Based on design requirements, one can choose joint return period in "and", "or" and "conditional". For example, considering univariate frequency analysis results the return period of peak discharge equal to 50 years, while for a same value of peak discharge and volume in "and", "or" condition, the joint return periods are 72 and 38 respectively. The return period of "or" case was less than univariate and the highest value was belong to "and" case. This shows that planning or design based on "or" case is more confident, because results to larger values of peak discharge and volume quantile for the same value or univariate return period.

Keywords: Copula functions, Archimedean Copulas, Multivariate frequency analysis, Joint return period, conditional return period

۱- M.Sc Graduated Student of Water Resources Engineering, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources (Email: rahimi.leila0093@gmail.com)

۲- Associate Prof., Dept. of Water Engineering, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources

3, 4- Assistant professor of Water Engineering Department, water and soil Engineering college, Gorgan Agriculture Science and Natural Resource University

(*-corresponding Author Email: a.dehghani@gau.ac.ir)